MATEMATICA E LATINO NELLA SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

RES PUBLICA LITTERARUM
QUADERNI · 4

ATTI DEL WORKSHOP DI ROMA, 15-16 DICEMBRE 2023

a cura di
FRANCESCA COPPA, PAOLO D'ALESSANDRO
E MARIA JENNIFER FALCONE

IN RE PUBLICA LITTERARUM
LIBERI NOS SUMUS

RomaTrE-Press
2025

Università Roma Tre
Dipartimento di Studi Umanistici

RES PUBLICA LITTERARUM
STUDIES IN THE CLASSICAL TRADITION

QUADERNI
4

In re publica litterarum liberi nos sumus

RomaTrE-Press
2025

RES PUBLICA LITTERARUM • QUADERNI

La terza serie di «Res publica litterarum - Studies in Classical Tradition», edita dalla RomaTrE-Press sotto gli auspici del Dipartimento di Studi Umanistici del medesimo Ateneo, torna a essere affiancata da una collana di studi e ricerche, come l'aveva concepita il suo fondatore Sesto Prete quando insegnava all'Università del Kansas.

I *Quaderni* intendono coprire tutti gli ambiti di interesse di «Res publica litterarum» con interventi piú ampi e approfonditi di quanto non consentano i limiti di un articolo su rivista, ma con il medesimo rigore metodologico assicurato dalla *peer review*: gli autori e le opere della classicità greco-romana e i continuatori medievali e umanistici, spesso legati gli uni agli altri da espliciti rapporti di derivazione, da puntuali riprese formali e contenutistiche o semplicemente da sottili trame allusive e giochi emulativi; i monumenti e le testimonianze storiche, epigrafiche e documentarie di carattere giuridico, socio-politico o artistico, necessari per ricostruire e comprendere, insieme alle vicende dei popoli, le trasformazioni linguistiche e gli orizzonti letterari; la tradizione grammaticale in età ellenistica e a Roma e il suo contributo all'evoluzione della scuola e dell'insegnamento; il rapporto dialettico tra letteratura e produzione tecnico-scientifica; le mutevoli sorti di sopravvivenza o fortuna, trasmissione e ricezione dei testi nel corso dei secoli; la storia della filologia e degli studi greco-latini; la presenza e l'attualità dell'antico nel mondo contemporaneo.

Aperta a collaboratori e a lettori di tutto il mondo, plurilingue e *open access*, garantita da un comitato scientifico internazionale di altissimo livello, la collana accoglie edizioni critiche, monografie e miscellanee, atti di convegno e relazioni di scavo: tipologie librarie orientate in vario modo alla costruzione di una condivisa e transdisciplinare *res publica* della cultura.

RES PUBLICA LITTERARUM

STUDIES IN THE CLASSICAL TRADITION

Founded by Sesto Prete

QUADERNI

Dipartimento di Studi Umanistici
DIPARTIMENTO DI ECCELLENZA 2023-2027

Università degli Studi Roma Tre
Dipartimento di Studi Umanistici

RES PUBLICA LITTERARUM
QUADERNI · 4

MATEMATICA E LATINO NELLA SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

ATTI DEL WORKSHOP DI ROMA, 15-16 DICEMBRE 2023

a cura di
FRANCESCA COPPA, PAOLO D'ALESSANDRO
E MARIA JENNIFER FALCONE

IN RE PUBLICA LITTERARUM
LIBERI NOS SUMUS

RomaTrE-Press
2025

Coordinamento editoriale:
Gruppo di Lavoro *RomaTrE-Press*

Elaborazione grafica della copertina: MOSQUITO. mosquitoroma.it

Caratteri tipografici utilizzati:
Ahellya, Baskerville, Linux Libertine, Romanus (copertina e frontespizio)
Bembo, Times New Roman (testo)

Impaginazione e cura editoriale: Grafica Elettronica www.graficaelettronica.it

Edizioni: *RomaTrE-Press*®
Roma, aprile 2025
ISBN: 979-12-5977-458-3
http://romatrepress.uniroma3.it

FORTE

L'attività della *RomaTrE-Press* è svolta nell'ambito della Fondazione Roma Tre-Education, piazza della Repubblica 10, 00185 Roma

CONTENTS - SOMMARIO

PREFAZIONE

Il volume raccoglie i contributi presentati in occasione del *workshop* 'Matematica e Latino nella scuola secondaria di secondo grado', che si è svolto il 15 e 16 dicembre 2023 nei locali del Dipartimento di Scienze dell'Antichità e del Dipartimento di Matematica G. Castelnuovo della Sapienza.

L'iniziativa è stata organizzata dai due Dipartimenti di Sapienza appena menzionati con la collaborazione del Dipartimento di Studi Umanistici di Roma Tre, della Consulta Universitaria di Studi Latini, dell'Associazione Italiana di Cultura Classica e del Liceo Matematico, e ha ricevuto un riscontro notevole da parte del mondo accademico e della comunità scolastica, registrando la presenza di oltre 100 partecipanti provenienti da tutto il territorio nazionale.

Scopo del *workshop*, di cui è prevista una seconda edizione nell'aprile del 2025, è stato quello di delineare nuovi percorsi didattici interdisciplinari tra il latino e la matematica, inseribili nella pratica curriculare dei licei.

Le potenzialità che la lettura diretta dei testi matematici originali in lingua latina offre all'apprendimento dei nuovi concetti matematici sono molto interessanti. La lettura della fonte diretta permette di cogliere i concetti nel loro nascere, espressi dalle parole dei loro autori, non ancora mediate da un apparato formale, sempre successivo, che spesso ne rende la comprensione problematica, nascondendone la novità e in alcuni casi la necessità. Aiuta dunque a chiarire ed estendere ciò che si trova nella letteratura secondaria, oltre che a collocare lo sviluppo della matematica nel contesto scientifico, tecnologico e sociale di un determinato tempo e spazio.

Dal punto di vista dell'insegnamento del latino, i percorsi proposti hanno rappresentato l'occasione per una riflessione sul tema dei rapporti tra il latino e la matematica, non solo nel mondo antico, ma anche nel medioevo e nell'età moderna. Si è avuto cosí modo di considerare le possibilità di ampliamento del canone dei testi proposti per l'insegnamento nelle scuole secondarie, con l'idea di differenziare le letture nei diversi indirizzi di studio e di favorire cosí un approccio interdisciplinare nelle scuole secondarie di secondo grado.

L'interdisciplinarità tra latino e matematica trova una possibilità di espressione naturale all'interno della didattica dei licei scientifici e classici, e può appoggiarsi in particolare alla sperimentazione del liceo matematico (sperimentazione attiva dal 2015 e che ad oggi coinvolge oltre 150 licei sul territorio Nazionale, cf. www.liceomatematico.it).

La rilevanza culturale del *workshop* riguarda, dunque, entrambe le discipline coinvolte e le riflessioni e le proposte che ha portato in superficie vogliono inserirsi con coraggio nel contesto scolastico attuale. Negli anni seguíti alla riforma del sistema dei licei del 2010, infatti, si è assistito a una forte crescita dell'opzione 'scienze applicate' del liceo scientifico, quella che non prevede l'insegnamento del latino, a scapito di quella tradizionale. La riduzione progressiva delle cattedre di latino, nel trasferimento degli studenti dall'opzione tradizionale a quella delle scienze applicate (cf. Notiziario statistico Mim, https://dati.istruzione.it/opendata), unita al calo di iscrizioni del liceo classico, rischia di ripercuotersi a cascata sul sistema universitario e di contrarre gli spazi di vitalità dello studio della lingua e della cultura latina: promuovere una didattica interdisciplinare come quella proposta nel *workshop* è funzionale a favorire l'inversione di questo *trend*. D'altra parte, sul fronte della matematica e in generale delle discipline STEM, l'approccio umanistico veicolato dal latino può costituire un elemento chiave per abbattere quella barriera che molti studenti erigono nei confronti dello studio di questa materia e che è causa dei bassi numeri di accesso alle facoltà scientifiche in Italia.

Il volume ripropone a grandi linee la struttura proposta in occasione del *workshop*, suddividendo i contributi in due tematiche di riferimento, aperte dalle relative conferenze di apertura affidate rispettivamente a Veronica Gavagna con Daniele Pellacani e a Paolo d'Alessandro con Paolo Freguglia: a) la cultura matematica e scientifica nell'antichità; b) il latino come lingua della scienza.

La pubblicazione degli atti nei «Quaderni di Res publica litterarum», la cui consultazione in *open access* potrà senz'altro favorire la diffusione del lavoro tra i docenti delle scuole, è stata finanziata dal Dipartimento di studi umanistici di Roma Tre. Siamo grati al direttore della collana Piergiorgio Parroni e a tutto il comitato direttivo per avere accolto il volume nella collana.

Desideriamo ringraziare infine, i colleghi che hanno contribuito alla realizzazione del libro e soprattutto all'organizzazione del convegno: Claudio Bernardi, Andrea Cucchiarelli, Piera Filippi, Lorenzo Mazza, Marta Menghini, Davide Passaro, Giorgio Piras, Francesco Ursini.

Francesca Coppa
Paolo d'Alessandro
Maria Jennifer Falcone

LA CULTURA MATEMATICA NELL'ANTICHITÀ

I. TRA GEOMETRIA E ASTRONOMIA: ARATO, *PHAENOMENA*, 541-43 E LA SUA RICEZIONE NELLA LETTERATURA LATINA

I. Arato

Arato di Soli è un poeta greco vissuto tra IV e III secolo a.C.[1]. Della sua produzione letteraria si sono conservati in maniera integrale solo i *Phaenomena*, un poema didascalico che presenta una struttura chiaramente bipartita: la prima parte ha infatti tema astronomico, e contiene una descrizione delle costellazioni e dei cerchi celesti (vv. 19-558) seguita dalle συνανατολαί, ovvero l'elenco delle costellazioni che sorgono e tramontano al sorgere di ciascun segno zodiacale (vv. 559-723); la seconda parte del poema, nota col titolo di Διοσημεῖαι ('i segni inviati da Zeus': vv. 733-1154) raccoglie invece un lungo elenco di fenomeni naturali grazie ai quali è possibile trarre indicazioni per la previsione del tempo atmosferico.

Il poema di Arato conobbe un immediato successo, come dimostrano gli epigrammi celebrativi di Callimaco (*epigr.* 27 Pf.), Leonida di Taranto (*AP* IX 25 = *HE* 2573) e di un re Tolomeo (probabilmente il Filadelfo: *SH* 712)[2], ma anche le allusioni intertestuali presenti nelle opere di Teocrito e Apollonio Rodio[3]. Ancor piú interessante è però la straordinaria fortuna dei *Phaenomena* nella letteratura latina, attestata dalle traduzioni di Cicerone, Varrone Atacino, Ovidio, Germanico e, piú tardi, Avienio[4], nonché da numerose

1. Per le date ricavabili dalle antiche biografie di Arato vd. D. Kidd, *Aratus, Phaenomena*, Cambridge 1997, pp. 3-5; per una piú ampia ricostruzione della biografia del poeta cf. J. Martin, *Aratos, Phénomènes*, Paris 1998, pp. XI-XLVIII.

2. Questa l'identificazione proposta da A. Cameron, *Callimachus and its Critics*, Princeton 1995, p. 323, e Kidd, *op. cit.*, p. 36; F. Hurka, *Aratus and Aratea*, in *Brill's New Pauly: The Reception of Classical Literature*, Leiden-Boston 2012, p. 31 pensa invece a Tolomeo III Evergete.

3. Vd. Kidd, *op. cit.*, pp. 39-41; O. Fayez Riad, *L'influence d'Aratus sur quelques poètes alexandrins et romains*, in *Polumathès/πολυμαθής: Mélanges offerts à Jean-Pierre Levet*, Limoges 2012, pp. 127-46; per le allusioni in Teocrito vd. anche M. Pendergraft, *Aratean Echoes in Theocritus*, «Quad. urb. di cult. class.» 53, 1986, pp. 47-54.

4. Tra le traduzioni latine ci sono giunte in maniera integrale solo le versioni di Germanico (I d.C.) e Avienio (IV d.C.), a cui si può aggiungere l'*Aratus Latinus*, una traduzione di età merovingia variamente rimaneggiata nel corso del IX secolo; la piú antica traduzione latina, ad opera di Cicerone, ci è giunta solo in parte per tradizione diretta (480 esametri), mentre altri cento versi ci sono noti per tradizione indiretta. Varrone Atacino tradusse verosimilmente solo la sezione meteorologica del poema di Arato: della sua *Ephemeris* – se questo è effetti-

imitazioni, in particolare nelle *Georgiche* di Virgilio, nei *Fasti* di Ovidio e negli *Astronomica* di Manilio[5].

Secondo una notizia riportata in due *Vitae Arati*[6], la sezione astronomica del poema avrebbe come principale modello un trattato astronomico di Eudosso di Cnido: l'operazione sarebbe stata incoraggiata dal re macedone Antigono Gonata che, secondo la tradizione, avrebbe chiesto a Arato, ospite presso la sua corte, di trasporre in versi il contenuto dell'opera scientifica, al fine di rendere Eudosso 'piú εὔδοξος', cioè ancor piú famoso[7].

Che Eudosso costituisca il principale modello del poema di Arato è confermato anche da Cicerone[8] e ancor prima dal grande astronomo Ipparco di Nicea, che scrisse un ampio commento ai *Phaenomena* al fine di dimostrarne le numerose imprecisioni scientifiche; secondo Ipparco tali imprecisioni sarebbero infatti riconducibili, in gran parte, a Eudosso, come testimoniano i numerosi confronti testuali che vengono addotti e discussi[9].

All'interno della trattazione dello zodiaco (vv. 525-58) Arato inserisce un'annotazione che, almeno a giudicare dal silenzio di Ipparco, potrebbe non risalire a Eudosso[10] (Arat. 541-43):

vamente il titolo – ci restano però solo due frammenti (frg. 21-22 Bl.²), come due sono i frammenti dei *Phaenomena* di Ovidio (frg. 1-2 Bl.²). Stando a *Hist. Aug.* Gord. 3, 1 Gordiano I, volendo emulare la produzione poetica di Cicerone, realizzò in età giovanile anche una traduzione del poema di Arato.

5. Sulla fortuna di Arato nella poesia latina vd. almeno W. Hübner, *Die Rezeption der Phainomena Arats in der Lateinischen Literatur*, in *Wissensvermittlung in dichterischer Gestalt*, Stuttgart 2005, pp. 133-54, e K. Volk, *The World of Latin Aratea*, in *Cosmologies et cosmogonies dans la littérature antique*, Vandœvres 2015, pp. 253-83.

6. *Vita Arati I* pp. 7, 25-8, 11 e (*vita III*) pp. 16, 24-17, 11 Martin = pp. 149, 11-150, 3 Maass: per un'ampia discussione di questa testimonianza e in generale del rapporto tra Eudosso e Arato vd. Martin, *op. cit.*, pp. xliv-xlviii e lxxxvi-xcvii.

7. *Vita Arati I* p. 8, 9-11 Martin εὐδοξότερον ποιεῖς τὸν Εὔδοξον ἐντείνας τὰ παρ' αὐτῷ κείμενα μέτρῳ.

8. Cic. *rep.* I 22 *post autem ab Eudoxo Cnidio … eandem illam* [scil. *sphaeram*] *astris eis quae caelo inhaererent esse descriptam; cuius omnem ornatum et descriptionem sumptam ab Eudoxo multis annis post non astrologiae scientia sed poetica quadam facultate versibus Aratum extulisse.* Cicerone afferma dunque che il modello di Arato sarebbe stato un globo celeste costruito da Eudosso, il che qualificherebbe il poema didascalico come l'*ekphrasis* di questo strumento scientifico: per il valore di questa testimonianza vd. in particolare Martin, *op. cit.*, pp. xcv-xcvii, e D. Pellacani, *Tradurre un'ekphrasis: gli Aratea di Cicerone*, «RPL» 42, 2019, pp. 124-31.

9. Sul commento di Ipparco – il cui titolo è significativamente Ἱππάρχου τῶν Ἀράτου καὶ Εὐδόξου Φαινομένων ἐξηγήσεως βίβλια τρία – vd. R. Luiselli, *Hellenistic Astronomers and Scholarship*, in *Brill's Companion to Ancient Greek Scholarship*, II, Leiden-Boston 2015, pp. 1216-34; G. Aujac, *Hipparque de Nicée et l'astronomie en Grèce ancienne*, Firenze 2022.

10. Il passo è citato, senza riferimenti a Eudosso, in Hipparch. I 9, 11 sg., per dimostrare che

ὅσσον δ᾽ ὀφθαλμοῖο βολῆς ἀποτείνεται αὐγή,
ἑξάκις ἂν τόσση μιν ὑποδράμοι· αὐτὰρ ἑκάστη
ἴση μετρηθεῖσα δύω περιτέμνεται ἄστρα

(Il raggio del dardo dell'occhio si estende quanto / la linea che può passare per sei volte sotto il cerchio dello zodiaco. / E ciascuna di queste linee, di misura identica, delimita due costellazioni).

Il poeta afferma dunque che la distanza tra l'osservatore terrestre e il cerchio zodiacale ha lunghezza pari a ciascuna delle sei corde sottese al cerchio zodiacale stesso (ἑξάκις ἂν τόσση μιν ὑποδράμοι)[11]; queste corde hanno tutte uguale misura (ἑκάστη / ἴση μετρηθεῖσα) e ciascuna di esse occupa uno spazio pari all'estensione di due costellazioni zodiacali[12].

Tale affermazione si basa sull'applicazione, in prospettiva astronomica, di un teorema di geometria piana che, nella sua formulazione piú nota, è esposto nel IV libro degli *Elementa* di Euclide, nella sezione dedicata alle proprietà dell'esagono regolare: il matematico greco dimostra infatti che i sei lati di un esagono regolare inscritto all'interno di una circonferenza sono uguali al raggio della circonferenza (Eucl. *elem.* IV 15):

εἰς ἄρα τὸν δοθέντα κύκλον ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγέγραπται· ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Πόρισμα· ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου

(Nel cerchio dato risulta quindi inscritto un esagono sia equilatero che equiangolo: il che si doveva fare.

Corollario: da questo è pertanto manifesto che il lato dell'esagono è uguale al raggio del cerchio).

Già gli *scholia* segnalavano che l'affermazione di Arato presuppone la conoscenza di questo *porisma*[13]; in particolare, uno *scholion* conservato nel ms. Madrid, El Escorial, Σ III 3 (sec. XV[ex.]) inserisce anche un'immagine che il-

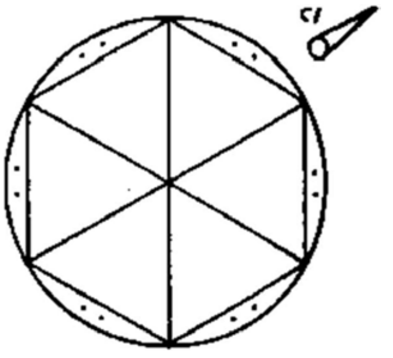
Arato concepisce lo zodiaco come una circonferenza, cioè un cerchio privo di altezza (un aspetto su cui vd. *infra*). Secondo Kidd, *op. cit.*, p. 371, «here A. draws on sources later than Eudoxus».

11. Il verbo ὑποτρέχω risulta essere «a poetic equivalent of the mathematical ὑποτείνω, 'subtend'. The prefix implies that the hexagon is drawn inside the circle, and therefore is beneath the sky» (Kidd, *op. cit.*, p. 373).

12. Piú precisamente ciascuna delle sei corde è sottesa all'arco occupato da due costellazioni zodiacali.

13. Schol. Arat. 541 pp. 318, 7-21 e 319, 7-9; 543 p. 321, 3-12 Martin.

lustra, in maniera molto chiara, la modellizzazione geometrica sottesa al passo poetico:



Il ragionamento di Arato presuppone in realtà una serie di semplificazioni necessarie per adattare la realtà astronomica a una schematizzazione di tipo geometrico. In primo luogo Arato sta parlando dello zodiaco, cioè del cerchio celeste che contiene al suo interno le 12 costellazioni zodiacali. Tale cerchio ha dunque un'altezza e pertanto corrisponde, a livello geometrico, a una zona sferica: tuttavia, perché il teorema sia applicabile, il poeta deve trattare lo zodiaco come una circonferenza – cioè un cerchio privo di altezza – di fatto identificando lo zodiaco con l'eclittica, cioè con l'orbita apparente del Sole che attraversa nel centro la fascia zodiacale[14]. La seconda semplificazione riguarda invece la Terra, che per poter essere equiparata al centro di una circonferenza deve essere considerata come un punto privo di dimensioni: una soluzione adottata anche da Euclide e Aristarco di Samo, che peraltro consente anche di eliminare l'effetto di parallasse determinato dalla variazione della latitudine del punto di osservazione[15]. La terza semplificazione riguarda invece le dimensioni delle costellazioni zodiacali, che non vengono considerate come realtà fisiche ciascuna caratterizzata da una propria estensione, ma sono concepite come δωδεκατημόρια[16], cioè come

14. Questo aspetto è già messo in evidenza in Hipparch. I 9, 11-2.

15. Cfr. Martin, *op. cit.*, p. 368, che rinvia a Euclid. *phaen.* 1; Aristarch. 8, entrambi contemporanei di Arato; la semplificazione, segnalata anche dagli *scholia* (pp. 320, 13-321, 2 Martin), era comunque già implicita nei due trattati astronomici di Autolico di Pitane (vd. G. Aujac, *Autolycos de Pitane. La sphère en mouvement, Levers et couchers héliaques*, Paris 1979, p. 17): stando a Ptol. *alm.* V 11 fu Ipparco il primo astronomo a prendere in considerazione l'effetto di parallasse. Tra i traduttori latini solo Avienio (*Arat.* 1035 *puncti vice terra locanda est*) esplicita il carattere convenzionale dell'identificazione della Terra con un punto.

16. Cf. Schol. Arat. 541 pp. 318, 22-319, 1 Martin τεχνικῶς πάνυ καὶ γεωμετρικῶς διῄρηκε τὸν

entità geometriche tutte identiche tra loro, ciascuna corrispondente a 1/12 dell'eclittica, cioè all'arco individuato da un angolo di 30°.

II. Cicerone e Germanico

È noto che Cicerone, per la sua giovanile traduzione, si avvalse anche di materiali esegetici[17]: tuttavia in coerenza col suo interesse letterario, piú che scientifico, in questo passo non si sofferma sulle semplificazioni geometriche implicitamente adottate da Arato, ma si sforza piuttosto di aggiungere una nota espressiva, enfatizzando il ruolo dell'osservatore (Cic. *Arat.* 313-16):

et quantos radios iacimus de lumine nostro,
quis hunc, conixi, caeli contingimus orbem,
sex tantae poterunt sub eum succedere partes,
bina pari spatio caelestia signa tenentes

(E quanto sono lunghi i raggi che lanciamo dai nostri occhi / con cui, sforzandoci, raggiungiamo la sfera del cielo, / sei segmenti di uguale lunghezza, tutti della stessa misura, / potranno passare al di sotto del cerchio zodiacale, individuando due segni celesti).

Se l'espressione di Arato ha come soggetto lo sguardo (ὀφθαλμοῖο βολῆς ἀποτείνεται αὐγή), Cicerone pone invece l'enfasi sull'azione di chi guarda, come segnalano il verbo alla 1ª persona plurale (*iacimus*)[18], il pleonastico possessivo (*de lumine nostro*) e ancor di piú il participio predicativo *conixi*: un dettaglio assente in Arato che dice proprio lo sforzo di spingere lo sguardo fino ai confini del cielo[19].

Per quel che riguarda il dato geometrico e astronomico, la traduzione ciceroniana, come normalmente accade, cerca di rendere piú perspicua l'af-

ζῳδιακὸν κύκλον εἰς τὰ δωδεκατημόρια; per la distinzione tra δωδεκατημόρια e ζῴδια cf. Kidd, *op. cit.*, p. 373 che richiama Hipparch. II 1, 8. Che Arato si stia riferendo ai δωδεκατημόρια è esplicitamente affermato anche da Cleomed. II 1, 319 Todd 'ἄστρα' δὲ ἄρτι κέκληκε τὰ δύο δωδεκατημόρια τοῦ ζῳδιακοῦ.

17. Vd. D. Pellacani, *Cicerone. Aratea e Prognostica*, Pisa 2015, pp. 22 sg., con ulteriore bibliografia.

18. Nel contesto della poesia didascalica l'impiego della prima persona plurale permette di accomunare la condizione del maestro (il poeta) e quella dell'allievo (il lettore).

19. *Conixi* è congettura di Possanza in risposta a E. Courtney, *Two Problematic Terminations in Cicero's 'Aratea'*, «Rhein. Mus.» 156, 2013, pp. 400 sg., che proponeva l'emendamento *conixis* a fronte dei tràditi *conixum* (H^2G: *connixum* HMS) e *convexum* (V: *couexum* in ras. D). L'idea di sforzo sarebbe inoltre efficacemente sottolineata dal ritmo spondiaco del verso.

fermazione di Arato: evoca da subito la costruzione geometrica sfruttando la polisemia di *radius*[20]; specifica che lo sguardo si estende fino al cerchio celeste (*hunc ... caeli ... orbem*) e che ogni segmento corrisponde a due costellazioni *zodiacali* (*signa*)[21]; chiarisce poi che non si tratta di una linea ripetuta sei volte (ἑξάκις ἄν τόσση μιν ὑποδράμοι) ma propriamente di sei segmenti di uguale lunghezza (*sex ... partes ... pari spatio*); soprattutto rimarca, attraverso la ripetizione della preposizione *sub* (*sub eum succedere*), che tali segmenti passano al di sotto del cerchio, e sono pertanto corde: un concetto che in Arato è espresso dal solo ὑποδράμοι.

Venendo alla traduzione di Germanico, per prima cosa si può notare che i termini dell'equazione sono invertiti: in questo modo l'attenzione non è focalizzata sullo spazio individuato da due costellazioni zodiacali, ma sulla distanza tra la Terra e il cerchio piú esterno (*ultimus orbis*), cioè il cielo delle stelle fisse, che racchiude in sé le altre sfere celesti[22] (Germ. 526-30):

in sex signiferum si quis diuiserit orbem
aequalis partes, succumbet regula binis
inferior signis spatii tantumque tenebit
una sui lateris quantum a tellure recedit,
nec tamen humanos uisus fugit, ultimus orbis

(Se qualcuno dividerà il cerchio zodiacale / in sei parti uguali, una linea dritta passerà sotto / a due segni; e una sola linea del suo perimetro / occuperà tanto spazio quanto si allontana dalla Terra / il cerchio piú esterno, senza tuttavia sfuggire alla vista degli uomini).

In coerenza con questa diversa impostazione viene meno, rispetto a Cicerone, l'enfasi sul ruolo dell'osservatore: e infatti lo sguardo umano, evocato solo nell'ultimo verso, diventa oggetto dell'azione del cerchio celeste, che dunque viene sostanzialmente personificato (*a tellure recedit / nec tamen humanos uisus fugit, ultimus orbis*)[23]. Anche Germanico, come già Cicerone,

20. Per l'uso di *radius* in riferimento alla vista cf. *ThlL* XI 2, col. 32, 49-64 (P. Grossardt); per il suo impiego in ambito geometrico *ibid.* col. 35, 48-54.

21. A differenza del termine impiegato da Arato (v. 543 ἄστρα) *signa* definisce in senso proprio le costellazioni zodiacali, e non genericamente le costellazioni: vd. A. Le Boeuffle, *Les noms latins d'astres et de constellations*, Paris 1977, pp. 25 sg.

22. La presenza dell'aggettivo *ultimus* implica che Germanico è consapevole dell'esistenza di altri *orbes* piú vicini alla Terra, ovvero le sfere che su cui si muovono i diversi pianeti. Il valore di *ultimus* è allora efficacemente ribadito dal forte iperbato, che riproduce iconicamente la posizione 'estrema' del cerchio.

23. Concordo con A. Thierfelder, *Adnotationes in Poetas Latinos minores,* «Rhein. Mus.» 91,

espande il testo del modello al fine di renderlo piú chiaro: ad esempio ribadisce, per mezzo di un pleonasmo, che ciascuna linea (metonimicamente definita *regula*)[24] è una corda in quanto passa al di sotto di due segni zodiacali (*succumbet binis … / inferior signis*); ma una maggior consapevolezza della costruzione geometrica implicita nell'affermazione di Arato si può forse scorgere nel tormentato v. 529[25]. Se si accoglie il minimo emendamento di Grotius (*sui lateris*, a fronte di *tui lateris* ζ, *suis lateris* o) è infatti possibile interpretare *latus* nel senso di perimetro, un'accezione rara ma attestata negli *Aratea* di Cicerone[26]: l'espressione *una sui lateris* indicherebbe allora un solo lato (*una* scil. *regula*) del perimetro dell'esagono regolare inscritto ottenuto dividendo lo zodiaco in sei parti uguali (*in sex signiferum si quis diuiserit orbem / aequalis partes*), la cui lunghezza corrisponde alla distanza tra il cerchio piú esterno e la Terra.

III. Manilio

Particolarmente interessante è il modo in cui il passo di Arato viene rielaborato da Manilio nel I libro degli *Astronomica*, all'interno di un'argomentazione che però – a differenza del modello greco – è volta a calcolare la circonferenza dell'intero universo. Un obiettivo decisamente ambizioso, evidenziato dallo stesso Manilio per mezzo di un appassionato elogio della ragione, capace di superare ogni limite al punto di aprirsi un accesso persino al cielo (Manil. I 539-43):

1942, p. 210, e Feraco nel ritenere *ultimus orbis* soggetto tanto di *recedit* quanto di *fugit*; sulla questione vd. F. Feraco, *Germanico. Phaenomena*, Bologna 2022, pp. 342 sg.

24. In senso proprio *regula* indica un'asticella per tracciare righe dritte: vd. *ThlL* XI 2, col. 844, 16-39 (F. Spoth), e cf. Feraco, *op. cit.*, p. 341; il suo impiego per indicare una linea dritta sembrerebbe peculiare di Germanico (qui e già ai vv. 191 e 471), infatti – stando ai dati riportati in *ThlL* XI 2, coll. 845, 74-846, 5 – l'unica ulteriore occorrenza si avrebbe in Auson. XIV (*ecl.*) 25 (369 S.), 25.

25. Per un'informata disamina del problema testuale e delle diverse soluzioni proposte vd. Feraco, *op. cit.*, pp. 341 sg.

26. In *Arat.* 34, 8 Cicerone designa il lato corto della costellazione del Triangolo – che ha la forma di un triangolo isoscele – con l'espressione *tertia pars lateris*, «la terza parte del perimetro»: cf. D. Pellacani, *Cicerone. Aratea*, I. *Proemio e catalogo delle costellazioni*, Bologna 2015, p. 118, che richiama l'interpretazione di A.E. Housman, *M. Manili Astronomicon liber I*, Cantabrigiae 1937, p. 34, riportata *ad* Manil. I 352 «περιμέτρου, si vera lectio». La rarità di tale accezione ha spinto Courtney, *op. cit.*, p. 400, a intervenire sul testo ciceroniano, correggendo *lateris* in *laterum*. L'emendamento di Grotius a Germ. 529 è accolto da Breysig e Le Boeuffle (la cui traduzione non risulta però coerente col testo stampato: vd. Feraco, *op. cit.*, pp. 341 sg., il quale preferisce stampare tra *cruces* l'espressione *tui lateris*).

Ipse autem quantum conuexo mundus Olympo
obtineat spatium et quantis bis sena ferantur
finibus astra, docet ratio, cui nulla resistunt
claustra nec immensae moles, ceduntque recessus,
omnia succumbunt, ipsum est penetrabile caelum

(Quanto spazio occupi l'universo col convesso Olimpo / e quanto siano lunghi i confini percorsi / dalle costellazioni ce lo insegna la ragione, a cui non resiste / nessuna barriera, né massa smisurata: ogni recesso cede, / tutto a lei si piega, e si può avere accesso persino al cielo).

Nei versi successivi Manilio sviluppa la sua argomentazione prendendo avvio proprio dall'affermazione di Arato, che però viene dimostrata sulla base di un diverso assunto geometrico: non l'equivalenza, in un esagono regolare, tra il suo lato (la corda individuata da due costellazioni zodiacali) e il raggio della circonferenza circoscritta (la distanza tra il cielo e la Terra), ma il rapporto tra il diametro e la sua circonferenza (Manil. I 544-47):

Nam quantum terris atque aequore signa recedunt,
tantum bina patent. quacumque inciditur orbis
per medium, pars efficitur tum tertia gyri
exiguo dirimens solidam discrimine summam

(Infatti i segni distano dalla terra e dal mare quanto / due di loro s'estendono. In qualunque modo si tagli un cerchio / per il suo centro, risulta la terza parte della circonferenza, / che si discosta dal valore reale d'un minimo scarto).

Tale dimostrazione – diciamolo subito – è scorretta, perché in maniera impropria estende agli archi individuati da due segni zodiacali l'affermazione di Arato, che è invece valida per le corde sottese a due segni zodiacali: una forzatura resa necessaria dall'obiettivo dell'*excursus* maniliano, che intende offrire un metodo per calcolare la circonferenza dell'universo. Vediamo allora come Manilio articola la sua argomentazione al fine di aggirare i problemi derivati dalla sua errata impostazione geometrica.

Il diametro – dice il poeta – corrisponde a 1/3 della circonferenza, ma tale rapporto si scosta (*dirimens*) dal valore reale (*solidam summam*)[27] di un minimo scarto (*exiguum discrimen*): in altri termini, per calcolare l'effettiva lunghezza della circonferenza occorre triplicare la misura del diametro, ag-

27. Per la locuzione cf. Aug. *quaest. hept.* II 47 *non mirum est, si quadringentos et quinque annos summa solida quadringentos uoluit appellare scriptura*; per questo valore di *solidus* cf. *OLD*, s.v. 9c.

giungendo poi una piccola quantità che, come afferma Macrobio, è pari a 1/7 del diametro stesso (*somn.* I 20, 16)[28]:

item omnis diametros cuiuscumque orbis triplicata cum adiectione septimae partis suae mensuram facit circuli quo orbis includitur, id est, si uncias septem teneat diametri longitudo, et velis ex ea nosse quot uncias orbis ipsius circulus teneat, triplicabis septem et faciunt viginti unum; his adicies septimam partem, hoc est unum, et pronuntiabis in viginti et duabus unciis huius circuli esse mensuram cuius diametros septem unciis extenditur

(Inoltre ogni diametro di un cerchio qualunque, se lo si moltiplica per tre con l'aggiunta della settima parte del suo valore, dà la misura della circonferenza. Vale a dire che, se la lunghezza del diametro è di 7 pollici, e vuoi conoscere, a partire da questa, quanti pollici misuri la circonferenza, moltiplicherai 7 per 3, e risulterà 21; a questa aggiungerai la settima parte, cioè 1, e affermerai che 22 è la misura della circonferenza il cui di diametro è 7).

È allora evidente che qui Macrobio sta facendo riferimento al valore (approssimativo) del rapporto tra diametro e circonferenza, cioè π, la cui prima stima risale ad Archimede, che nel *De mensura circuli*, combinando metodo di compressione ed esaustione, arrivò a stabilire per la circonferenza di diametro unitario una misura compresa tra 3 + 10/71 e 3 + 10/70: questo secondo valore, che corrisponde a 22/7, sarà poi l'approssimazione comunemente impiegata fino alle soglie dell'età moderna. In altre parole, Archimede calcolò la circonferenza di un cerchio di diametro unitario comprendendola tra due limiti, rappresentati dal perimetro di due poligoni regolari di 96 lati, uno inscritto e l'altro circoscritto alla circonferenza; tali perimetri furono calcolati attraverso una serie di cinque iterazioni, duplicando di volta in volta il numero dei lati proprio a partire dai perimetri dell'esagono inscritto e circoscritto alla circonferenza[29].

Questo dunque il presupposto teorico a partire da quale Manilio dimostra, in maniera indebita, l'affermazione di Arato. La sua argomentazione si sviluppa quindi in due fasi, scandite dalla ripetizione del connettore conclusivo *igitur*. La prima fase si articola in due punti: nel primo (vv. 548 sg.) Manilio deduce che il diametro dello zodiaco, dovendo corrispondere a 1/3

28. Housman, *op. cit.*, p. 51: «solidam summam in tres partes ita dirimens ut exigua particula supersit, ex Archimedis sententia inter 1/7 et 10/71»; cf. anche D. Liuzzi, *M. Manilio. Astronomica, libro I*, Galatina 1995, p. 165; E. Flores-S. Feraboli-R. Scarcia, *Manilio. Il poema degli astri*, I (libri I-II), Milano 1996, p. 165.

29. Per una descrizione del metodo impiegato da Archimede vd. A. Frajese, *Opere di Archimede*, Torino 1974, pp. 215-23; E. Dijksterhuis, *Archimede*, Firenze, 1989, pp. 180-18.

della circonferenza, corrisponde all'estensione di 4 segni zodiacali, dal momento che la circonferenza zodiacale comprende 12 segni; nel secondo punto (vv. 550 sg.) egli ricava che il raggio della circonferenza zodiacale corrisponde a due segni, poiché la Terra si trova al centro dell'universo (Manil. I 548-51):

> Summum igitur caelum bis bina refugit ab imo
> astra, e bis senis ut sit pars tertia signis.
> Sed quia per medium est tellus suspensa profundum,
> binis a summo signis discedit et imo

(pertanto la sommità del cielo si allontana dal punto piú basso / per due volte due segni, in modo da essere la terza parte dei dodici segni. / Ma dato che la Terra è sospesa nel centro dell'abisso, / dista due segni dal punto piú alto e due dal punto piú basso).

Come si può notare Manilio, nel passare dalla premessa teorica (geometrica) all'applicazione pratica (astronomica), trascura del tutto il valore dell'*exiguum discrimen* e, per comodità di calcolo, approssima a 3 il valore di π.

La seconda fase dell'argomentazione maniliana, segnalata appunto dalla ripetizione di *igitur*, presenta in forma di conclusione la dimostrazione dell'affermazione iniziale[30] (Manil. I 552-56):

> Hinc igitur quodcumque supra te suspicis ipse,
> qua per inane meant oculi quaque ire recusant,
> binis aequandum est signis; sex tanta rotundae
> efficiunt orbem zonae, qua signa feruntur
> bis sex aequali spatio texentia caelum

(Per questo motivo, dunque, tutto ciò che vedi sopra di te, / fin dove gli occhi si spingono e fin dove si rifiutano di procedere oltre, / è pari a due segni; sei linee di questa lunghezza formano la circonferenza / di quella fascia circolare in cui si muovono i dodici segni, / che intrecciano il cielo occupando spazi uguali).

La distanza tra Terra e cielo è dunque pari all'estensione di due segni zodiacali: un'affermazione solo apparentemente identica a quella di Arato, dal momento che Manilio – a differenza del poeta greco – fa riferimento all'arco, e non alla corda individuata dai due segni. La ragione di tale indebita

30. Manil. I 544 sg. *nam quantum terris atque aequore signa recedunt, / tantum bina patent*. Si noti il significativo rovesciamento prospettico nell'indicare la distanza tra la Terra e le stelle: nel primo passo soggetto erano le costellazioni, ora gli occhi degli osservatori terrestri.

approssimazione è evidente dalla conclusione dell'*excursus*, che risponde all'obiettivo ambiziosamente prefigurato nei versi iniziali: una volta stabilita l'equivalenza tra il raggio dell'universo e l'arco individuato da due segni sarà infatti possibile calcolare la circonferenza dello zodiaco, moltiplicando per sei volte il valore del raggio.

Se da un punto di vista logico il ragionamento di Manilio si configura, nel complesso, come una *petitio principii* (se la circonferenza dell'universo corrisponde a 12 segni il raggio è pari a 2 segni, quindi se il raggio corrisponde a 2 segni la circonferenza corrisponderà a 12 segni), sul piano geometrico risulta invece viziato dal fatto di trascurare il valore dell'*exiguum discrimen* che costituisce la differenza tra il valore della circonferenza e la triplicazione del diametro: l'arco corrispondente alla corda individuata da un lato dell'esametro regolare inscritto nella circonferenza ha infatti un lunghezza pari a $\pi/6$ della corda. Bisogna tuttavia notare che Manilio non è il solo ad approssimare a 1/3 il rapporto tra circonferenza e diametro: la stessa approssimazione si trova infatti in Cleomede che – in maniera analoga a Manilio – discute il passo di Arato all'interno di una riflessione sulle dimensioni dell'universo[31]; ma persino il grande astronomo Ipparco, pur essendo vissuto nella generazione successiva ad Archimede, aveva commentato il passo di Arato affermando che la distanza tra l'osservatore e il cielo corrisponde a un 1/6 del «del cerchio piú grande», cioè il cielo delle stelle fisse[32].

IV. Plinio

Questa applicazione in ambito astronomico del rapporto geometrico tra diametro e circonferenza trova un'interessante testimonianza in un passo della *Naturalis historia* di Plinio che ha suscitato diversi problemi d'interpretazione[33].

31. Cleomed. II 1, 321-24 Todd: cf. A.C. Bowen-R.B. Todd, *Cleomedes' Lectures on Astronomy. A Translation of The Heavens*, Berkeley-Los Angeles-London 2004, p. 117 n. 77.

32. Hipparch. I 9, 12 ἥ τε γὰρ βολὴ τοῦ ὀφθαλμοῦ εὐθεῖά ἐστι καὶ αὕτη ἑξάκι καταμετρεῖ τὸν μέγιστον καὶ ἀπλατῆ κύκλον.

33. Il secco verdetto di J. Beaujeu, *Pline l'Ancien. Histoire naturelle, livre II*, Paris 1950, p. 174 «Sa propre déduction géométrique (§ 86) est dépourvue d'intérêt et pleine d'erreurs» è sostanzialmente ripetuto da A. Barchiesi, in *Gaio Plinio Secondo. Storia naturale*, Edizione diretta da G.B. Conte con la collaborazione di A. Barchiesi e G. Ranucci, I, Torino 1982, p. 257 n. 1 a II 86 («Il ragionamento svolto in questo paragrafo è falsato da fraintendimenti e sviste di calcolo»), e da D. Kidd, *Posidonius*, II. *The Commentary*, Cambridge 1988, p. 465 («Pliny's criticism [...] is marked by an irrelevant moral indignation [...] and an abysmal ignorance of any mathematics ivolved»). Ma tali giudizi, come avremo modo di vedere, sono forse troppo severi.

Partendo dalla costatazione che l'orbita del Sole è descrivibile come una circonferenza formata da circa 366 parti (corrispondenti al numero dei giorni impiegati da Sole per compiere la sua rivoluzione), Plinio applica il rapporto tra circonferenza e diametro in modo da calcolare la distanza tra il Sole e la Terra, intendendo tale distanza come il raggio dell'orbita solare, dal momento che la Terra è posta al centro dell'universo (Plin. *nat.* II 86):

nam cum CCCLX et fere sex partibus orbis solis ex circuitu eius patere appareat circulum, per quem meat, semperque dimetiens tertiam partem ambitus et tertiae paulo minus septimam colligat, apparet dempta eius dimidia, quoniam terra centralis interveniat, sextam fere partem huius inmensi spatii, quod circa terram circuli solaris animo conprehenditur, inesse altitudinis spatio, lunae vero duodecimam, quoniam tanto breviore quam sol ambitu currit. ita fieri eam in medio solis ac terrae

(Ora, essendo chiaro dalla rivoluzione del Sole che la sua orbita risulta coprire una circonferenza di circa 366 parti, attraverso cui il Sole si sposta, e poiché il diametro corrisponde sempre a un terzo della circonferenza *et* poco meno di 1/7 di questo terzo, si capisce che, se si toglie la metà del diametro – dal momento che la Terra è posta al centro –, circa la sesta parte di quella lunghezza immensa, che è l'orbita del Sole attorno alla Terra, è uguale al valore della sua altezza; l'altezza della Luna è invece la dodicesima parte, perché lei si sposta su un'orbita molto piú breve del Sole: si trova a metà tra il Sole e la Terra).

Il principale problema esegetico è dato proprio dalla formulazione del rapporto tra il diametro (d) e la circonferenza (C). Plinio infatti afferma che il diametro corrisponde sempre a 1/3 della circonferenza e (*et*) poco meno di 1/7 di questo terzo. Se, con la totalità dei commentatori, si intende *et* nel senso di un'addizione[34], l'affermazione risulta scorretta; formalizzando avremmo infatti la seguente equazione:

$$d = 1/3\ C + 1/21\ C = 7/21\ C + 1/21\ C = 8/21C$$

il che è falso, dal momento che in realtà $d = 7/22\ C$, come Plinio stesso afferma nel paragrafo successivo (*nat.* II 87: vd. *infra*).

34. H. Rackham, *Pliny. Natural History*, I. *Praefatio, Libri I-II*, Cambridge (Ma.) 1958, p. 229 («the diameter of a circle always measures a little less than 1/3 + 1/21»); Barchiesi, in Conte-Barchiesi-Ranucci, *op. cit.*, I, p. 257 («il diametro di una circonferenza misura sempre un terzo e un po' meno di un ventunesimo della circonferenza»); D. Kidd, *Posidonius*, II. *The Translation of the Fragments*, Cambridge 1999, p. 176 («the diameter of a circle always measures 1/3 and almost 1/21 of the circumference»). Cosí interpreta anche Beaujeu, *op. cit.*, p. 37 «le diamètre d'un cercle mesure toujours le 1/3 et un peu moins du 1/21 de la circonférence»: cf. anche il suo commento (p. 174) «or il semble qu'aux yeux de Pline 7/22 = 7/21 + 1/22!» dove però 1/22 è verosimilmente un errore di stampa per 1/21.

Alla luce dei passi di Manilio e Macrobio discussi in precedenza, risulta allora evidente che l'*et* di Plinio deve in realtà indicare una sottrazione, e dunque la congiunzione significherà «con l'avanzo di». La settima parte del diametro è infatti il valore che deve essere sottratto alla misura della circonferenza perché questa corrisponda al triplo del diametro; formalizzando avremo allora la seguente equazione:

$$d = (C - d/7)/3$$
$$3d = C - d/7$$
$$3d + d/7 = C$$
$$22/7d = C$$
$$d = 7/22C$$

Il risultato è questa volta coerente col valore di π stabilito da Archimede (22/7) che, come si è detto, ci viene riportato, oltre che da Macrobio, anche dallo steso Plinio, nel paragrafo immediatamente successivo. Muovendo da questo presupposto Plinio dunque stabilisce che la distanza tra il Sole e la Terra, corrispondendo al raggio dell'orbita solare, è pari a circa un sesto dell'orbita stessa: l'avverbio *fere* è quindi fondamentale, perché chiarisce che si tratta di un valore approssimativo.

Una volta approssimata la distanza del Sole rispetto alla Terra, Plinio è allora in grado di approssimare anche la distanza della Luna. Essendo collocata a metà tra il Sole e la Terra, la Luna avrà infatti una distanza dalla Terra pari alla metà della distanza del Sole: dunque il raggio dell'orbita lunare corrisponderà a 1/12 dell'orbita solare, cioè alla metà del raggio dell'orbita solare (pari a 1/6 dell'orbita stessa), che corrisponde – come si è detto – alla distanza del Sole dalla Terra[35].

Un aspetto particolarmente significativo dell'intero passo pliniano è la scelta di riferirsi non allo zodiaco, ma all'orbita del Sole (*orbis solis*). Tale soluzione non testimonia solo una maggior coerenza rispetto al dato geometrico (l'orbita solare è effettivamente una circonferenza, mentre lo zodiaco, come si è detto, è propriamente una zona sferica) ma presuppone una piú attenta consapevolezza della struttura dell'universo: l'orbita del Sole infatti non coincide con la circonferenza celeste, dal momento che il Sole si muove su una sfera interna rispetto alla sfera delle stelle fisse, su cui sono invece collo-

35. Beaujeu, *op. cit.*, p. 174, ricostruisce – per poi criticarlo – l'implicito ragionamento che avrebbe spinto Plinio ad affermare che la Luna si trova a metà tra il Sole e la Terra, un dato astronomico per cui non si conoscono paralleli: «Pline prétend que la distance de la terre à la lune est le 1/12[e] de l'orbite du soleil, vu que l'un met 12 fois moins de temps que lui à accomplir sa révolution: c'è un raisonnement de Gribouille!».

cate le costellazioni zodiacali; in particolare Plinio afferma che la sfera del Sole si colloca a metà della distanza tra la Terra e la sfera delle stelle fisse[36].

Ma c'è un ulteriore punto degno di essere messo in rilievo: il riferimento all'orbita solare consente infatti a Plinio di avere a disposizione un'unità di misura che renda possibile, se non misurare, almeno stimare, attraverso proporzioni geometriche (*ratio geometricae collectionis*), le distanze degli astri[37]. Come chiaramente segnalato in apertura della sezione, la lunghezza dell'eclittica può essere infatti espressa come lo spazio percorso dal Sole nell'arco di circa 366 giorni[38]; tale considerazione permette allora di individuare un'unità di misura della lunghezza nella forma di un rapporto tra spazio e tempo, un concetto non dissimile dall'anno luce impiegato nell'astronomia moderna.

Nel passo di Plinio si può dunque riconoscere l'impiego di un'unità di misura per le distanze siderali che può essere espressa come la distanza percorsa dal Sole nell'intervallo di un giorno. Questo punto mi pare sia di fondamentale importanza per analizzare il paragrafo successivo, che conclude l'*excursus* pliniano. Qui Plinio manifesta un atteggiamento antitetico rispetto a quello incontrato nel passo di Manilio; egli infatti critica la temerarietà della ragione umana che, sospinta dall'entusiasmo per qualche modesto risultato (nel caso specifico il calco della distanza del Sole dalla Terra), arriva a porsi obiettivi quasi sfrontati, come appunto la misurazione dell'intero universo (*nat.* II 87):

36. Nell'ordine delle sfere celesti attribuito ai Caldei il Sole occupa la posizione centrale: cf. Cic. *rep.* VI 17 *mediam fere regionem sol obtinet* col commento di A. Ronconi, *Cicerone. Somnium Scipionis*, Firenze 1966, pp. 99 sg., il quale sottolinea che l'avverbio *fere* è impiegato «perché le distanze tra sfera e sfera non sono eguali (*de or.* II 91) e quindi il Sole non è esattamente equidistante dagli estremi».

37. Si noti che tale approccio risulta coerente con quanto affermato da Plinio nel § 85, paragrafo che precede la sezione da noi presa in esame. Qui Plinio critica aspramente i tentativi di chi – come Posidonio – ha cercato di misurare le distanze siderali, definendo tali operazioni inverificabili (*incoperta*) e incomprensibili (*inextricabilia*): per queste indagini ci si può infatti affidare solo alla *ratio geometricae collectionis* che consente non di misurare – impresa folle! – ma di eseguire delle stime ipotetiche: *inconperta haec et inextricabilia, sed prodenda, quia sunt prodita, in quis tamen una ratio geometricae collectionis numquam fallacis possit non repudiari, si cui libeat altius ista persequi, nec ut mensura – id enim velle paene dementis otii est –, sed ut tantum aestimatio coniectanti constet animo*. Per il valore di *collectio* nel senso di *definitio arithmetica* cf. *ThlL* III, col. 1583, 71-74 (K. Wulff).

38. Plin. *nat.* II 86 *nam cum CCCLX et fere sex partibus orbis solis ex circuitu eius patere appareat circulum, per quem meat*. Non mi pare allora condivisibile il giudizio di Beaujeu, *op. cit.*, p. 174, il quale afferma «les *CCCLXV et fere sex partes* de l'orbite solaire [...] n'ont aucun rapport avec le raisonnement».

miror quo procedat inprobitas cordis humani parvolo aliquo invitata successu, sicut in supra dictis occasionem inpudentiae ratio largitur. ausique divinare solis ad terram spatia eadem ad caelum agunt, quoniam sit medius sol, ut protinus mundi quoque ipsius mensura veniat in digitos. quantas enim dimetiens habeat septimas, tantas habere circulum duoetvicesimas, tamquam plane a perpendiculo mensura caeli constet

(Mi sorprende fin dove si spinga la temerarietà dell'animo umano, pungolata da qualche misero successo; e come nel caso appena esposto, è la ragione a dare spunto all'impudenza. Dopo aver osato divinare la distanza del Sole dalla Terra, la proiettano fino al cielo, dal momento che il Sole sta nel mezzo: quasi che si potesse contare, sulla punta delle dita, persino la misura dell'universo! Infatti se il diametro occupa 7 parti, la circonferenza ne occupa 22, come se le dimensioni dell'universo si misurassero col filo di piombo!).

Come si è detto in precedenza Plinio, a differenza degli altri testi esaminati, distingue l'orbita del Sole rispetto alla circonferenza dell'universo: in particolare ritiene che il Sole si trovi nel mezzo dell'universo, cioè a metà della distanza che separa la Terra dalla sfera delle stelle fisse. Questo dato costituisce il presupposto per impostare il calcolo delle dimensioni del cosmo, che Plinio 'embrica' tra due comparative-ipotetiche dal tono smaccatamente ironico: tale soluzione retorica – che attraverso una serie di *variationes* punta sullo scarto tra la grandezza dell'oggetto e la banalità degli strumenti impiegati per la misurazione – permette di segnalare il forte scetticismo per questo calcolo[39], che tuttavia viene riportato.

Se il Sole occupa la metà della distanza tra la Terra e la sfera delle stelle fisse, il raggio di tale sfera sarà il doppio del raggio dell'orbita solare, il cui calcolo è stato descritto da Plinio nel paragrafo precedente (*nat.* II 86). Una volta stabilito il raggio della sfera delle stelle fisse è allora sufficiente raddoppiarlo (cosí da ottenere il diametro) e quindi moltiplicarlo per 22/7, cioè il valore di π approssimato da Archimede.

Come abbiamo cercato di dimostrare, il dato piú significativo dell'intero passo pliniano è il fatto di individuare un'unità di misura della lunghezza (il 'giorno Sole') cosí da stabilire delle misurazioni in forma di proporzioni. Proviamo allora ripercorrere l'intero ragionamento esposto in Plin. *nat.* II 86 sg., evitando di approssimare il valore di π a 3 e utilizzando invece il valore di 22/7 stabilito da Archimede.

Se la circonferenza dell'orbita solare (Cs) corrisponde a circa 366 giorni sole (gs), il diametro solare (ds) sarà 7/22 Cs (pari a 1281/11 gs) e il raggio la

39. Per l'atteggiamento di Plinio cf. anche *nat.* II 85, riportato *supra*, n. 37.

metà di questo valore (1281/22 gs, che corrisponde dunque alla distanza del Sole dalla Terra); la distanza della Luna dalla Terra è invece pari alla metà della distanza del Sole dalla Terra, dunque corrisponde a 1281/44 gs. Dal momento che il Sole è posto a metà della distanza tra la Terra e la sfera delle stelle fisse, il raggio di tale sfera sarà il doppio del raggio solare, e il suo diametro il doppio del diametro solare, quindi misurerà 2562/11 gs che, moltiplicato per il valore approssimativo di π (22/7) dà come risultato la circonferenza dell'intero universo, pari a 732 gs – cioè il doppio della circonferenza dell'orbita solare.

Come si può facilmente notare, l'ultima parte del calco riportato da Plinio contiene una serie di operazioni che sono sostanzialmente inutili: infatti, dal momento che il rapporto tra diametro e circonferenza è una costante (π), se si raddoppia il valore del diametro necessariamente raddoppierà anche il valore della circonferenza.

Daniele Pellacani
Alma Mater studiorum - Università di Bologna

*

Questo articolo esamina la ricezione, nella letteratura latina, di un passo dei *Phaenomena* di Arato (vv. 541-43) in cui il poeta, per offrire una stima della distanza tra l'osservatore terrestre e le stelle dello zodiaco, ricorre a un teorema di geometria piana (l'equivalenza tra il raggio del cerchio e il lato di un esagono regolare inscritto nella circonferenza).

This paper deals with the literary reception of a passage from Aratus' Phaenomena *(vv. 541-43) where the poet, to estimate the distance between the earthly observer and the zodiac, resort to a theorem of plane geometry (the equivalence between the radius of the circle and each side of the regular hexagon inscribed in the circle).*

LA CULTURA MATEMATICA NELL'ANTICHITÀ

II. IL PROBLEMA DELLA QUADRATURA DEI POLIGONI E LA TRADIZIONE TESTUALE DEGLI *ELEMENTI* DI EUCLIDE

Una delle difficoltà piú frequenti che gli studenti della scuola secondaria di secondo grado incontrano nell'apprendimento della matematica e nell'approccio ai problemi è legata alla comprensione del testo, soprattutto se gli studenti hanno sperimentato prassi scolastiche fortemente orientate alla lettura selettiva dei testi matematici e dunque improntate alla mera ricerca di parole chiave in grado di innescare automatismi e procedure risolutive. La traduzione da una lingua all'altra può allora essere un'attività estremamente utile ed efficace per progettare azioni didattiche volte a promuovere il controllo semantico del testo e a sollecitare una riflessione metacognitiva sull'esistenza di vari registri linguistici. La traduzione, infatti, non richiede solo la costruzione di un testo coeso, ma anche la capacità di coordinare vari tipi di linguaggio matematico con cui gli studenti sono in contatto: quello del testo, quello che il docente usa ed esige nelle ore di lezione e quello che lo studente abitualmente usa con i compagni.

Gli aspetti linguistici e metalinguistici si arricchiscono di ulteriori potenzialità se il testo da tradurre proviene dal passato. In questo caso il docente può decidere di tradurre il passo scelto nel linguaggio matematico moderno conservandone solo il significato tecnico, oppure può decidere di conservare anche il linguaggio originale. Questa seconda opzione, piú affascinante e significativa ma certamente piú complessa, offre allo studente l'opportunità di sperimentare direttamente quanto il linguaggio sia una delle principali chiavi d'accesso per ricostruire la visione della matematica di un autore e della società in cui vive. In entrambi i casi è comunque indispensabile che il testo selezionato per l'attività in classe venga contestualizzato storicamente, non solo per stabilire il rapporto corretto tra testo, contesto e lettore, ma anche per rendere consapevoli gli studenti del fatto che la matematica non è un *corpus* statico di conoscenze e di tecniche, ma una disciplina dinamica in continua evoluzione. Non fanno eccezione gli *Elementi* di Euclide, probabilmente uno dei pochi classici della matematica greca di cui gli studenti hanno qualche notizia, che vengono spesso percepiti come un testo cristallizzato da piú di due millenni, mentre è forse l'opera matematica che ha vissuto la storia piú travagliata prima di arrivare ad una versione stabile e condivisa (ma inevitabilmente distante dall'originale irrimediabilmente perduto). Per questo motivo, l'attività proposta in questo contributo non si limita alla traduzione di qualche teorema euclideo, ma prende in considerazione, sebbene in forma molto semplificata, anche la tradizione testuale degli *Elementi*, per dare un'idea di quanto sia complessa la trasmissione di un testo e anche per mostrare come il confronto di tradizioni testuali diverse possa talvolta rivelare, anche per oggetti matematici del tutto familiari, significati inediti oscurati da una rigida prassi didattica.

Il problema matematico in esame è quello della quadratura delle figure rettilinee, compreso nella piú ampia teoria dell'equivalenza tra poligoni sviluppata nei primi due libri degli *Elementi*. In particolare, l'attività proposta prevede l'analisi di alcune proposizioni chiave tratte da due edizioni degli *Elementi*: l'*editio princeps* del testo latino, esemplata sulla redazione duecentesca di Campano da Novara e pubblicata nel 1482[1], e la traduzione latina del 1505 curata dall'umanista Bartolomeo Zamberti[2]. Queste due edizioni, che si collocano nell'ampio progetto culturale umanistico-rinascimentale di restituzione dei classici della matematica greca[3], sono state scelte perché rappresentano molto efficacemente le due tradizioni testuali degli *Elementi* – quella arabo-latina e quella greco-latina – che si contrapposero nell'Occidente latino per tutto il Cinquecento[4]. Sarà dunque necessario cominciare con il tratteggiare il contesto nel quale collocare queste due edizioni.

I. Le prime edizioni a stampa degli *Elementi*: una storia complessa e travagliata

I documenti sopravvissuti testimoniano una scarsa circolazione degli *Elementi* nell'Occidente latino medievale, limitata essenzialmente a qualche frammento di una traduzione dal greco al latino del VI secolo attribuita a

1. *Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometrie incipit quam foelicissime*, Venetiis, Erhardus Ratdolt Augustensis impressor solertissimus, .M.CCCC.LXXXII.

2. *Euclidis Megarensis philosophi platonicij … habent in hoc volumine … elementorum libros XIII cum expositione Theonis … deputatum scilicet Euclidi volumen XIIII cum expositione Hypsi. Alex. Itidemque et Phaeno. Specu. et Perspe. cum expositione Theonis, ac mirandus ille liber Datorum cum expositione Pappi Mechanici una cum Marini dialectici protheoria*, Bar. Zamber. Vene. Interprete, Venetiis, in ædibus Ioannis Tacuini, M.D.V.

3. A questo proposito si veda P.L. Rose, *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo*, Genève 1975, pp. 26-75.

4. Si veda al proposito V. Gavagna, *La tradizione euclidea nel Rinascimento*, in *F. Commandino. De gli Elementi d'Euclide libri quindici con gli scolii antichi*, Ristampa anastatica dell'edizione del 1575, Urbino 2009, pp. 1-10.

Severino Boezio[5]. La circolazione del testo completo degli *Elementi* è attestata dalle traduzioni arabo-latine del XII secolo condotte da alcuni studiosi che, a seguito della 'Reconquista', ebbero accesso alle preziose biblioteche scientifiche della Spagna araba. Questi autentici giacimenti librari disvelarono cosí i loro tesori: opere originali e traduzioni dal greco all'arabo di un ampio *corpus* di conoscenze, comprese quelle matematiche. La ricostruzione della trasmissione del testo euclideo di questo periodo è molto complessa e ancora assai lacunosa, ma a grandi linee possiamo distinguere due momenti principali. Il primo periodo riguarda la traduzione del testo euclideo dall'arabo al latino, condotta principalmente da Adelardo di Bath (1080?-1152?) nel secondo quarto del XII secolo, nota come 'Versione I'. I testimoni sopravvissuti della Versione I rivelano un intenso sforzo di costruzione di un lessico specifico matematico: all'interno della traduzione si trovano infatti ancora diversi termini arabi traslitterati ma non tradotti per la mancanza del corrispondente termine latino. In altri casi si può evidenziare una faticosa ricerca dell'espressione piú appropriata: Busard, ad esempio, mostra come, nella stessa redazione degli *Elementi*, il termine (in ablativo) *ripetitione tripla* evolva prima in *trirepetita* per assestarsi infine in *triplicata*[6]. Le traduzioni latine del primo periodo divennero successivamente fonti da utilizzare per allestire nuove redazioni, come nel caso della cosiddetta 'Versione II', ascrivibile a Roberto di Chester, che divenne la versione piú influente nell'Occidente latino del XII e XIII secolo. La grande fortuna di questa redazione è attestata dalla presenza di numerosi testimoni e dal fatto che quasi tutte le opere coeve che citano gli *Elementi* si riferiscono ad essa. Minor fortuna ebbero altre traduzioni dall'arabo, come quella di Gerardo da Cremona – fondatore di una prestigiosa scuola di traduzione a Toledo – che tra tutte le traduzioni arabo-latine era la piú vicina al testo greco; scarsa circolazione diretta conobbe anche una traduzione compiuta direttamente dal greco al latino nella Sicilia normanna del 1175.

Attorno alla metà del XIII secolo Campano da Novara (1120-1296), che divenne in seguito personaggio di spicco della corte papale di Viterbo, si cimentò con una nuova redazione – il cui testimone piú antico è datato 1259 – che si basava su varie edizioni precedenti, prima tra tutte la Versione II di Roberto di Chester, armonizzate e integrate da numerose *additiones* per ren-

5. Sulla tradizione medievale degli *Elementi* si veda H.L.L. Busard, *Campanus of Novara and Euclid's Elements*, Wiesbaden 2005, pp. 1-40; *Euclide. Les Éléments*, Traduction et commentaire par B. Vitrac, I. *Introduction générale. Livres I à IV*, Paris 1990, pp. 68-78.

6. Busard, *op. cit.*, p. 3.

dere piú chiaro e completo il testo euclideo. In Campano non c'era alcuna preoccupazione di restituzione del dettato euclideo originale, ma solo il desiderio di consegnare alla comunità un testo matematicamente soddisfacente, tanto che non aveva esitato ad aggiungere alla sua redazione degli *Elementi* anche proposizioni dell'*Arithmetica* del contemporaneo Giordano Nemorario (1225-1260) oppure osservazioni tratte dal commento di al-Nayrizi (Anaritius) dei primi libri degli *Elementi* tradotto da Gerardo da Cremona[7]. La versione di Campano dominò incontrastata la scena fino al XVI secolo e fu la prima a venire stampata.

A partire dagli anni Sessanta del Quattrocento fece la sua comparsa in Italia un'invenzione destinata a cambiare radicalmente i modi della trasmissione del sapere e a incidere profondamente nella definizione di un nuovo senso della cultura e della comunità degli studiosi: la stampa a caratteri mobili. La presenza di un vivace tessuto culturale – alimentato dai circoli umanistici, dalle numerose scuole d'abaco, dalle scuole di Rialto e di San Marco nonché dal vicino Studio di Padova – e l'esistenza di una solida rete commerciale che garantiva la distribuzione e la vendita dei libri stampati, fece di Venezia il centro editoriale piú importante di questo periodo. La legislazione favorevole, la presenza di capitali e di cartiere nell'immediato entroterra promossero l'arrivo di moltissimi stampatori: si è calcolato che tra il 1470 e il 1500 furono attive a Venezia circa duecento tipografie. Nel 1475 anche il tipografo tedesco Erhard Ratdolt (1443-1528), arrivò nella città lagunare. La sua produzione libraria si distinse ben presto per la fusione della capacità di sperimentazione delle innovazioni tecnologiche con l'interesse verso le discipline scientifiche. Ratdolt si cimentò infatti con i notevoli problemi tecnici – legati spesso al corredo iconografico – che poneva la stampa di opere scientifiche e questa sua abilità gli consentí di affrontare con successo anche la stampa degli *Elementi*, un'impresa che pareva proibitiva per l'elevato numero di disegni geometrici[8]. La scelta della versione da stampare non fu dettata da motivi scientifici o filologici ma da una logica strettamente commerciale, che indirizzò Ratdolt sulla redazione piú diffusa e conosciuta ai suoi tempi: la redazione di Campano, che uscí dai torchi nel 1482.

I numerosi progetti di digitalizzazione sviluppati negli ultimi anni hanno reso possibile la fruizione (virtuale) di molte opere antiche e l'*editio princeps*

7. Per un'analisi delle fonti dell'*Euclide* di Campano si veda Busard, *op. cit.*, pp. 32-40.

8. R. Baldasso, *La stampa dell'editio princeps degli Elementi di Euclide (Venezia, Erhard Ratdolt 1482)*, in *The Books of Venice. Il libro veneziano*, L. Pon and C. Kallendorf editors, Venezia 2009 = «Miscellanea marciana» 20, 2005-2007, pp. 61-100.

del testo latino è cosí disponibile, per esempio, sia sul sito della Biblioteca del Politecnico Federale di Zurigo (ETH, https://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/2553854) sia sul sito *Mathematics and Mathematical Astronomy*, che raccoglie numerosi testi per lo studio della scienza antica (https://www.wilbourhall.org/). Gli studenti possono quindi facilmente accostarsi a un volume antico per apprezzarne l'aspetto tipografico oltre che per sperimentare la lettura di una fonte storica originale. Uno degli aspetti linguistici piú interessanti della redazione di Campano è ancora la presenza di qualche termine arabo traslitterato – ad esempio *helmuaym* per rombo, *similis helmuaym* per parallelogramma, *helmuariphe* per indicare i quadrilateri che non sono quadrati, rombi, rettangoli o parallelogrammi o *mutekefia* per rapporto composto – a testimoniare come a metà del Duecento la costruzione del lessico specifico matematico latino non fosse ancora giunta a completa conclusione. Questa contaminazione fu del resto uno degli aspetti che suscitò la reazione negativa degli ambienti umanistici veneziani alla pubblicazione dell'*Euclide* di Campano[9]. Nella sua monumentale opera *De expetendis et fugiendis rebus opus* (1501), Giorgio Valla, umanista e bibliofilo della cerchia di Ermolao Barbaro, affermava che la redazione di Campano, pur apprezzabile in alcuni passi, era infarcita di errori e omissioni che occorreva al piú presto emendare[10]. Questo fu il compito che si assunse il veneziano Bartolomeo Zamberti (1473-1539), che nel 1505 pubblicò una nuova traduzione latina realizzata sulla base di un codice greco comprendente l'intero *corpus* euclideo tràdito, ovvero gli *Elementi*, i *Dati*, l'*Ottica*, la *Catottrica* e i *Fenomeni*. La redazione degli *Elementi* di Campano e quella di Zamberti rappresentavano due modi diversi, e per certi aspetti complementari, di avvicinarsi a un'opera matematica classica. Come abbiamo detto, la versione medievale era il lavoro di uno studioso che non si poneva il problema di rimanere aderente alla lettera euclidea, ma aspirava a restituire al testo un significato matematico coerente, anche integrando risultati di altri autori. Per contro, la traduzione rinascimentale, rivendicando l'assoluta superiorità del testo greco, vi rimaneva fedele senza eccessive preoccupazioni circa possibili incongruenze matematiche. Questo spiega il motivo per cui Zamberti aveva inframmezzato la sua traduzione con numerose ed aspre critiche indirizza-

9. V. Gavagna, *Euclide a Venezia*, in *Pacioli 500 anni dopo. Atti convegno di studi Sansepolcro, 22-23 maggio 2009*, a cura di E. Giusti e M. Martelli, Sansepolcro 2010, pp. 97-123.

10. Scriveva infatti Valla: «qui constat multos Euclidis locos tum praeteriisse, tum non commode interpretatum et sua non satis examinate subdidisse, in multis tamen fatemur acute interpretatum, sed errorum nunc non bene dictorum nobis esse cura debet» (*Georgii Vallae Placentini De expetendis et fugiendis rebus opus*, Venetiis, in aedibus Aldi Romani, 1501, lib. XI cap. 3.

te a Campano – evidenziate dal titolo «Interpres» – che generalmente non entravano nelle questioni matematiche, ma riguardavano un ambito piú filologico e linguistico. L'umanista veneziano, per esempio, accusava Campano di aver alterato l'ordine originale delle proposizioni, di aver aggiunto lemmi o corollari estranei alla tradizione greca, di aver inserito commenti che rendevano piú oscuro il significato del testo anziché chiarirlo e infine di aver coniato degli inammissibili arabismi.

Le edizioni successive a quelle di Campano-Ratdolt e di Zamberti non proposero sostanziali cambiamenti, ma si limitarono a seguire la traduzione arabo-latina del primo oppure quella greco-latina del secondo. Anche se nel 1533 venne finalmente stampata a Basilea l'*editio princeps* del testo greco, il dualismo Campano-Zamberti continuò a dominare la scena per altri quattro decenni fino all'edizione latina pubblicata da Federico Commandino nel 1572, che divenne sostanzialmente il testo di riferimento fino al XIX secolo.

II. La quadratura delle figure rettilinee

Come abbiamo già accennato, nei primi due libri degli *Elementi* viene sviluppata la teoria dell'equivalenza, che fornisce gli strumenti per trasformare con riga e compasso un poligono dato in uno equivalente. Nell'ambito della geometria speculativa, in cui non compaiono misure di grandezze, è una teoria importante, che in particolare consente di 'quadrare' le figure rettilinee, cioè di trasformarle in quadrati equivalenti, figure di cui è molto semplice poi determinare l'area con gli strumenti della geometria pratica.

Possiamo individuare nelle proposizioni 42 e 45 del libro I e nella proposizione 14 del libro II le tappe fondamentali del problema della quadratura secondo la tradizione testuale greco-latina. La traduzione degli enunciati e delle relative dimostrazioni è un'utile attività di coordinamento degli aspetti linguistici e di quelli matematici per la costruzione di un testo ben strutturato e coerente. Gli studenti devono inoltre confrontarsi con la struttura deduttiva della dimostrazione, i cui passaggi sono giustificati sulla base di postulati o di proposizioni precedenti: per questo motivo, è opportuno che ogni studente possa consultare l'edizione degli *Elementi* al fine di comprendere completamente la catena di inferenze su cui si basa la dimostrazione. Le proposizioni che seguono sono tratte dall'edizione degli *Elementi* pubblicata da Bartolomeo Zamberti[11].

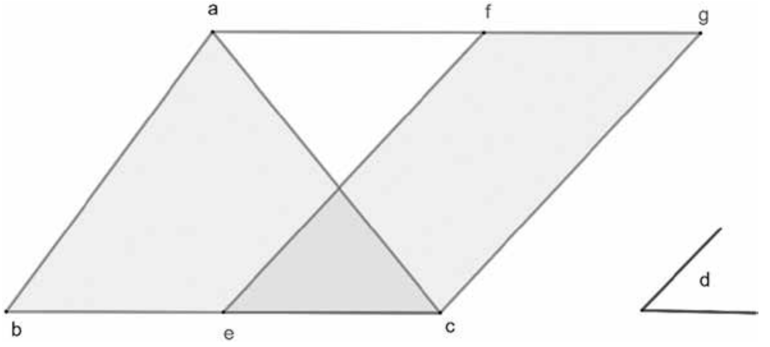
11. La trascrizione è molto fedele all'edizione del 1505: gli unici interventi riguardano lo

La proposizione I 42 spiega come trasformare un triangolo in un parallelogramma equivalente di angolo assegnato[12]: in particolare, se l'angolo assegnato è retto, il parallelogramma è un rettangolo:

Problema xi. Propositio xlii.[13]

Dato triangulo aequale[14] parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

Sit datum triangulum .abc. datus vero angulus rectilineus sit .d. oportet iam ipsi triangulo .abc. aequale parallelogrammum construere in angulo rectilineo aequale ipsi .d. Secetur per .x. propositionem linea .bc. bifariam in signo .e. et connectatur per primum postulatum .ae. Constituaturque per .xxiii. propositionem ad datam rectam



lineam .ec. ad datumque in ea signum .e. ipsi angulo .d. aequalis angulus .cef. Et per .xxxi. propositionem per .a. ipsi .ec. excitetur parallelus .ag. et per eandem per .c. ipsi .ef. parallelus excitetur .cg. Parallelogrammum igitur est .fecg. et quoniam aequalis est .be. ipsi .ec. triangulum .abe. per .xxxviii. triangulo .aec. est aequale: in ae-

scioglimento delle abbreviazioni. Si sono quindi mantenute alcune peculiarità tipografiche dell'epoca che forse possono rendere meno agevole la lettura, ma possono sollecitare alcune riflessioni sulle convenzioni attuali: per esempio, nel testo cinquecentesco gli enti geometrici sono indicati con lettere minuscole separate da punti e non da lettere maiuscole come è abituale oggi. La scrittura delle lettere è stata adeguata all'uso corrente (quindi ad esempio, si è preferito *xlii* a *xlij*). Le figure, quando non diversamente indicato, sono state rifatte conformemente all'edizione di Zamberti.

12. Può essere interessante invitare gli studenti a riflettere e a discutere sul fatto che la dimostrazione assume implicitamente che l'assegnazione di un solo angolo del parallelogramma equivalente sia sufficiente per determinarlo univocamente.

13. Le proposizioni euclidee si distinguono in problemi, centrati sulla realizzazione di una particolare costruzione geometrica, e in teoremi, che dimostrano proprietà. In molte edizioni, come in quella di Zamberti, la numerazione progressiva delle proposizioni è affiancata dalla numerazione progressiva dei problemi e dei teoremi.

14. Il termine *aequalis* negli *Elementi* non ha sempre lo stesso significato: talvolta significa congruente, altre volte, come in questo caso, significa equivalente o equiesteso.

qualibus enim sunt basibus .be. et .ec. et in eisdem parallelis .be. et .ag. Duplum igitur est triangulum .abc. trianguli .aec. parallelogrammum autem .fecg. per .xli. duplum est trianguli .aec. basim enim eandem habet in eisdemque parallelis est: parallelogrammum igitur .fecg. aequum est ipsi triangulo .abc. et habet angulum .cef. aequalem dato angulo .d. Dato igitur triangulo .abc. aequale constitutum est parallelogrammum .fecg. in angulo .cef. qui aequalis est ipsi .d. quod fecisse oportuit.

Se si scompone un poligono in triangoli[15], ognuno di essi può essere trasformato in un parallelogramma di angolo assegnato (in particolare in un rettangolo): la proposizione I 45 mostra come fare in modo che l'unione dei parallelogrammi (o rettangoli) cosí ottenuti sia ancora un parallelogramma (o rettangolo). La dimostrazione che segue si limita al caso di due parallelogrammi e assume tacitamente che il procedimento si possa iterare indefinitamente: questo tipo di approccio è molto comune negli *Elementi* e pone ai nostri occhi di matematici moderni la questione della generalità di una dimostrazione cosí concepita: si tratta di un tema molto interessante a livello metacognitivo, che può essere al centro di una fruttuosa discussione matematica in classe:

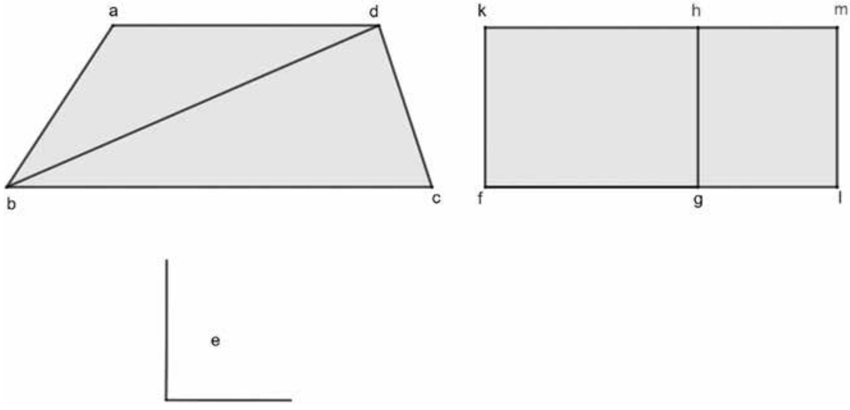
Problema decimumtertium propositio quadragesimaquinta quam Campanus praetermisit.

Dato rectilineo aequale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo[16].

Sit datum rectilineum .abcd. datus vero angulus rectilineus sit .e. oportet iam ipsi .abcd. rectilineo aequale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur per primum postulatum .db. et constituatur per .xlii. triangulo .adb. aequale parallelogrammum .fh. in angulo .hkf. qui ipsi .e. est aequalis: et protendatur per .xliiii. ad rectam lineam .gh. triangulo .dbc. aequale parallelogrammum .gm. in angulo .ghm. quod ipsi .e. est aequalis. Et quoniam angulus .e. angulo .hkf. et angulo .ghm. est aequalis : angulus igitur .hkf. angulo .ghm. est aequalis. Communis

15. Naturalmente i triangoli devono ricoprire completamente il poligono e non essere sovrapposti.

16. Il disegno che accompagna questa proposizione nell'edizione del 1505 non è adeguato, dato che il quadrilatero .abcd. è già un rettangolo, che viene trasformato in un parallelogramma non rettangolo. Viene qui riprodotto il disegno che correda la I 45 in H.L.L. Busard, *The Mediaeval Latin Translation of Euclid's Elements, Made Directly from the Greek*, Wiesbaden 1987, p. 51. Il quadrilatero che compare nell'edizione è un trapezio trasformato in un rettangolo equivalente: queste figure oggi non sarebbero ritenute abbastanza 'generiche', ma nei testi antichi il disegno di figure 'particolari' è molto frequente e non implica in alcun modo la surrettizia introduzione di proprietà non contemplate dall'enunciato della proposizione. Si tratta di un modo diverso di concepire il disegno geometrico, vincolato anche alla facilità di esecuzione con gli strumenti disponibili, che potrebbe costituire un ottimo spunto di discussione.



ponatur angulus .khg. anguli ergo .fkh. et .khg. angulis .khg. et .ghm. sunt aequales. Sed anguli .fkh. et .khg. per .xxix. propositionem duobus rectis sunt aequales. Anguli igitur .khg. et .ghm. duobus rectis sunt aequales. Ad aliquam rectam lineam .gh. per decimamquartam propositionem ad aliquodque in ea signum .h. binae rectae lineae .kh. et .hm. non in eisdem partibus existentes utrobique angulos binis rectis aequales efficiunt. In rectum igitur est .kh. ipsi .hm. At quoniam in parallelos .km. et .fl. recta linea incidit .hg. Alterni anguli .mhg. et .hgf. per .xxix. propositionem sibi invicem sunt aequales. Communis ponatur angulus .hgl. Anguli ergo .mhg. et .hgl, angulis .hgf. et .hgl. sunt aequales. Sed anguli .mhg. et .hgl. per eandem duobus rectis sunt aequales. In rectum est igitur linea .fg. lineae .gl. At quoniam .fk. ipsi .hg. per decimamquartam propositionem est aequalis et parallelus et .hg. ipsi .ml. igitur per .xxx. propositionem et .kf. ipsi .ml. aequalis et parallelus est. Sed eas coniungunt rectae lineae .km. et .fl. quae per .xxxiii. propositionem aequales et paralleli sunt parallelogrammum igitur est .kflm. Et quoniam per quadragesimam secundam triangulum .abd. parallelogrammo .fh. est aequale: et triangulum .dbc. parallelogrammo .gm. Totum igitur .abcd. rectilineum toti .kflm. parallelogrammo est aequale. Dato igitur rectilineo .abcd. aequum parallelogrammum constituitur .kflm. in angulo .fkm. ipsi .e. dato aequali: quod fecisse oportuit.

Mentre prima dell'enunciato della proposizione I 45 Zamberti si limita a sottolineare che Campano l'ha omessa nella sua redazione, nel commento che segue la dimostrazione l'umanista veneziano accusa aspramente lo studioso medievale di aver irrimediabilmente compromesso la struttura logica degli *Elementi* perché l'omissione di una proposizione avrebbe certamente alterato la catena deduttiva dell'opera:

Interpres.

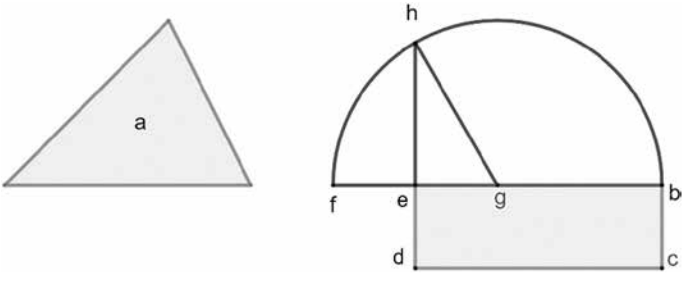
Accutissimum mathematicum Euclidem semper in elementis hoc observasse invenimus: ut Theoremata scilicet atque problemata quibus totum elementorum volume continetur: praecedentia subsequentibus Theorematibus et problematibus opitulentur; et ipsa aperiant: ac enodent. Unde sane facillime datur intelligi quod si theorema aliquod sive problema praetermittatur sequentium propositionum omnis prorsus intelligentia corruet: nam ex antecedentibus subsequentium omnis certe scatet comprobatio: ex quo ad diffinitiones: postulata et communes sententias perveneris: quae sic aperta et clara sunt: ut nulla prorsus comprobatione indigeant. Quod sane ab insulsissimo Campano Euclidis non interprete: sed perversore: ut ita dicendum sit: neglectum inscitia est. Qui quoniam sicut facile intueri possumus: ipsum non intelligens Euclidem problema decimumtertium propositionem vero .xlv. praecedentem praetermissit ingenue: non animadvertens bonus vir problema huiusmodi subsequentibus demonstrationibus suffragari.

Il passo conclusivo che completa la teoria dell'equivalenza è l'ultima proposizione del libro II; le proposizioni precedenti avevano consentito di trasformare un poligono in un rettangolo equivalente e ora non resta che trasformarlo a sua volta in un quadrato equivalente[17]:

Problema ii. Propositio xiiii.

Dato rectilineo aequum quadratum constituere

Sit datum rectilineum .a. oportet ei rectilineo aequum quadratum constituere. Constituatur per .xlv. primi ipsi .a. rectilineo aequum parallelogrammum rectangu-



lum .bcde. Si aequalis est .be. ipsi .ed. factum iam est problema. Constituitur enim ipsi rectilineo aequum quadratum .bd. Si autem non: eorum alterum .be. et .ed. maius est. Sit maius .be. et producatur in .f. et ponatur ipsi .ed. aequalis .ef. per .ii.

17. Si noti che la proposizione 13 del libro VI (*Duabus datis rectis lineis mediam proportionalem invenire*) equivale alla II 14, ma la dimostrazione si basa sulla teoria delle proporzioni introdotta nel libro V. L'aspetto didatticamente interessante della coesistenza di queste due proposizioni all'interno degli *Elementi* è la possibilità di far riflettere gli studenti sulle diverse rappresentazioni di uno stesso significato matematico e sulla necessità di saperle coordinare, abilità fondamentale del matematico. Nel caso specifico, la trasformazione per equiestensione di un rettangolo in un quadrato può essere letta anche come inserzione di un segmento medio proporzionale tra due segmenti dati.

primi: et per .x. primi secetur .bf. bifariam in .g. Et centro quidem .g. spacio vero aut .gb. aut .gf. semicirculus describatur .bhf. et per .ii. postulatum producatur .de. in .h. et per primum postulatum connectatur .gh. Quoniam igitur recta linea .bf. secta est in aequalia in .g. et in inaequalia in .e. igitur per .v. secundi rectangulum comprehensum sub .be. et .ef. cum quadrato quod fit ex .eg. aequum est ei quod ex .gf. quadrato. Aequalis autem est .gf. ipsi .gh. rectangulum igitur comprehensum sub .be. et .ef. per .v. secondi cum eo quod ex .ge. fit quadrato aequum est ei quod fit ex .gh. ei autem quod fit ex .gh. aequalia sunt ea quae ex .he. et .ge. fiunt quadratis per .xlvii. primi. Quod igitur fit sub .be. et .ef. cum eo quod fit es .eg. aequum est eis quae fiunt ex .he. et .eg. commune auferatur quadratum quod ex .eg. reliquum igitur rectangulum comprehensum sub .be. et .ef. aequum est ei quod fit ex .eh. quadrato. Sed id quod est ex .be. et .ef. id est quod .bd. aequalis enim est .ef. ipsi .ed. parallelogrammum igitur .bd. aequum est ei quod fit ex .he. quadrato. Sed .bd. aequum est ipsi .a. rectilineo: et .a. igitur rectilineum aequum est quadrato descripto ex .eh. Dato igitur rectilineo .a. aequum quadratum constitutum est sub .eh. descriptum: quod fecisse oportuit.

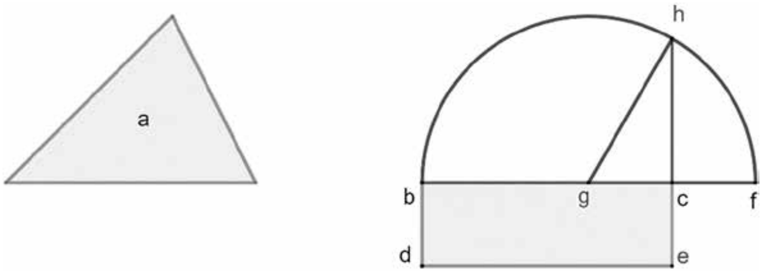
La traduzione e lo studio di queste tre proposizioni permette agli studenti di acquisire familiarità con la trasformazione per equiestensione e di affrontare come un problema aperto la questione sollevata da Zamberti, ovvero l'omissione della proposizione I 45. L'omissione di questa proposizione, che nella tradizione greco-latina ha lo scopo di ridurre la quadratura dei poligoni al problema della quadratura dei rettangoli, non riguarda però la sola redazione di Campano ma in generale tutta la tradizione arabo-latina. A questo si aggiunga il fatto che la proposizione II 14 non recita, come nella tradizione greco-latina, *Dato rectilineo aequum quadratum constituere*, ma *Dato trigono equum quadratum describere*, come possiamo leggere nell'edizione di Campano del 1482[18]:

Propositio .14.

Dato trigono equum quadratum describere

Sit datus trigonus .a. cui nos volumus equum quadratum describere. Designabo superficiem equidistantium laterum et rectorum angulorum equalem trigono dato secundum quod docet .42. primi. Sitque superficies illa .b.c.d.e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inequalia, adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem sitque linea .c.f. equalis minori duorum laterum quod est .c.e. adiuncta

18. Anche in questo caso la trascrizione è fedele al testo a stampa. Si potranno allora confrontare i due testi e rilevare alcune differenze significative nell'uso della lingua: per esempio, a differenza di quanto si è visto nel testo tradotto da Zamberti, nel testo di Campano il dittongo *ae* è sempre chiuso (*equum* e non *aequum*).

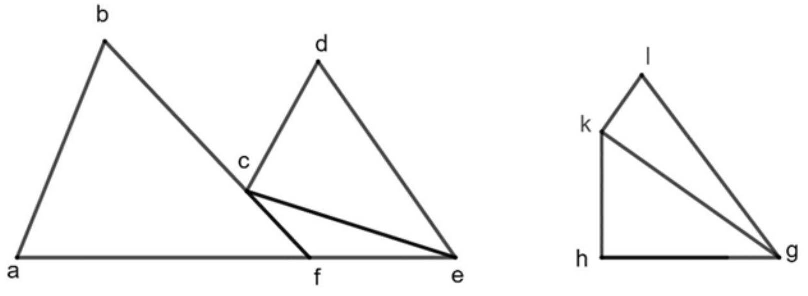


maiori quod est .b.c. secundum rectitudinem. Totam .b.f. dividam per equalia in puncto .g. et facto .g. centro super lineam .b.f. secundum quantitatem linee .g.b. describam semicirculum .b.h.f. et latus .e.c. producam quousque secet circumferentiam in puncto .h. Dico quod quadratum linee .c.h. est equale trigono dato. Producam lineam .g.h. et quia linea .b.f. divisa est per equalia in .g. et per inequalia in .c. erit per .5. huius quod fit ex ductu .b.c. in .c.f. cum quadrato .c.g. equale quadrato .g.f. quare et quadrato .g.h. quare per penultimam primi et duobus quadratis duarum linearum .g.c. et .c.h. ergo dempto utrique quadrato .c.g. erit quod fit ex .b.c. in .c.f. quod est equale superficiei .b.e. eo quod .c.f. est equale .c.e. equale quadrato linee .c.h. quare quadratum linee .c.h. est equale trigono .a. Quod est propositum.

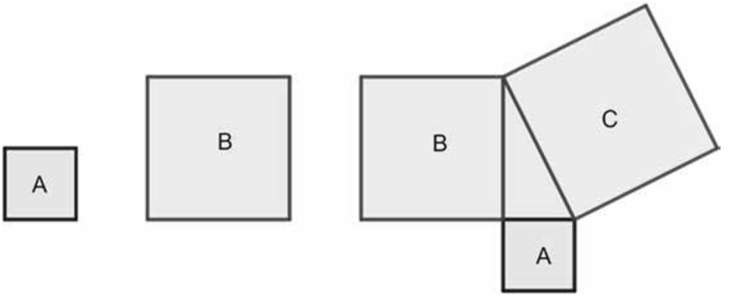
Seguendo questa tradizione testuale, un poligono può essere scomposto in triangoli, ognuno dei quali può essere trasformato in un rettangolo (I 42) oppure in un quadrato equiesteso (II 14). Come è chiaro, il problema della quadratura non può dirsi risolto: il poligono di partenza non è stato trasformato in un unico quadrato, ma in tanti quadrati distinti, la cui unione ha la stessa area del poligono. Alcune tradizioni testuali arabo-latine, come ad esempio quelle che dipendono dalla sola traduzione di Adelardo di Bath, lasciano di fatto il problema irrisolto, ma Campano, che come abbiamo detto attinge anche da altre fonti e vuole costruire un testo matematicamente completo, aggiunge un commento risolutore che indica come trovare il *latus tetragonicus* di tutte le figure *rectis lineis contente*, cioè come determinare il lato del quadrato equivalente a un poligono. Poiché la II 14 arabo-latina, applicata iterativamente, consente di trasformare un poligono in un certo numero di quadrati (la cui unione ha la stessa area), il problema che Campano deve risolvere è il seguente: dato un certo numero di quadrati, è possibile trasformarli in un unico quadrato equivalente?

La questione può essere posta agli studenti come un problema aperto da esplorare con vari approcci geometrici oppure algebrici e diversi strumenti, compresi i software di geometria dinamica. Le congetture che verranno formulate, tuttavia, dovranno proporre una trasformazione geometrica da farsi con riga e compasso. L'aspetto didatticamente interessante di questa attività è che la soluzione piú semplice richiede solo di considerare da un punto di vista inusuale un oggetto ben noto agli studenti, come spiega l'*additio Campani*:

Et nota quod per hoc invenitur latus tetragonicum cuiuslibet parte altera longioris et simpliciter omnis figure rectis lineis contente quecumque fuerit quoniam omnem talem figuram in triangulos resolvemus et cuiusque illorum triangulorum inveni-



mus tetragonicum latus secundum doctrinam istius et inveniemus per penultimam primi[19] lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inventa. Verbi gratia: volo nunc invenire latus tetragonicum rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f., resolvo eam in .3. triangulos qui sunt .a.b.f., c.d.e. et .c.e.f. Invenioque secundum doctrinam istius tria latera tetragonica illorum trium triangulorum que sunt .g.h., .h.k. et .k.l. et erigo .h.k. perpendiculariter super .g.h. et produco .g.k. eritque per penultimam primi quadratum .g.k. equale quadratis duarum linearum .g.h. et .h.k. et tertium latus .k.l. erigo perpendiculariter super lineam .g.k. et produco lineam .g.l. Eritque per penultimam primi .g.l. latus tetragonicum totius figure rectilinee proposite etcetera.



19. Si intende la penultima proposizione del libro I, oggi nota come 'teorema di Pitagora': *In omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipsum ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.*

Il cosiddetto teorema di Pitagora (*penultima primi*) viene considerato quindi alla stregua di una 'macchina matematica' che sostituisce due quadrati (i cui lati sono i cateti di un triangolo rettangolo) con uno equivalente (di lato pari all'ipotenusa).

Applicando iterativamente questo teorema, i quadrati prodotti dalla triangolazione del poligono (II 14) vengono via via trasformati in un unico quadrato equivalente: il problema della quadratura dei poligoni è quindi ora risolto completamente. Questo secondo percorso, oltre a mostrare una diversa soluzione dello stesso problema di quadratura, ha il non trascurabile pregio di far comprendere il ruolo piú autentico e profondo del teorema di Pitagora nella geometria euclidea e quindi di apprezzarne piú consapevolmente l'importanza, molto enfatizzata ma raramente spiegata e contestualizzata nei manuali scolastici.

Veronica Gavagna
Università di Firenze

⋆

Il confronto di alcune proposizioni della tradizione arabo-latina e di quella greco-latina dei primi due libri degli *Elementi* di Euclide, dedicati alla teoria dell'equivalenza tra poligoni, presenta molteplici aspetti interessanti dal punto di vista dell'apprendimento e insegnamento della matematica e dei suoi rapporti con la lingua che la veicola. In questo contributo, dopo aver brevemente riassunto alcuni momenti fondamentali della trasmissione degli *Elementi* fino all'età umanistico-rinascimentale, si illustrano alcuni aspetti relativi alla costruzione di un lessico latino specifico per la geometria e si mostra come il confronto tra le due tradizioni testuali permetta di costruire un nuovo e pregnante significato geometrico per il cosiddetto 'Teorema di Pitagora'.

The comparison of several propositions from the Arabic-Latin and Greek-Latin traditions in the first two books of Euclid's Elements*, which focus on the theory of equivalence between polygons, offers numerous intriguing insights from the perspectives of both the learning and teaching of mathematics, and its relationship with the language that conveys it. This paper, after briefly summarizing some key moments in the transmission of the* Elements *up to the Humanist-Renaissance period, examines aspects related to the development of a specific Latin lexicon for geometry and demonstrates how the comparison between the two textual traditions enables the construction of a new and meaningful geometric interpretation of the so-called 'Pythagorean Theorem'.*

IL LATINO LINGUA DELLA SCIENZA

I. Dalle origini al Rinascimento[1]

La cultura romana è inclusiva, sempre pronta ad accogliere e fare proprie conoscenze e competenze dei popoli vicini, in particolare dei vinti, si tratti delle secolari civiltà etrusca, greca, egizia, o di comunità di piú recente formazione, come le tribú galliche cisalpine e transalpine. Gli Scipioni avevano capito ben presto che un borgo di pastori quale Roma avrebbe potuto diventare il centro del mondo solo valorizzando ed emulando la superiore cultura delle sconfitte città greche dell'Italia meridionale e degli stati ellenistici, seppure a rischio di contaminare i *mores maiorum* con buona pace di Catone il Censore. Anche in seguito la forza dell'impero romano consiste proprio nell'accettare gli usi, i costumi, le tradizioni e persino le istituzioni dei popoli sottomessi, fornendo in cambio sicurezza e pace. Non a caso il *pantheon* dei Romani include ogni sorta di divinità, compresi quegli 'dèi ignoti' venerati presso l'altare eretto nell'Areòpago di Atene menzionato da Paolo di Tarso (*act.* 17, 23).

In qualche modo la lingua riflette tale atteggiamento, mostrandosi permeabile già in età classica all'influsso del greco, piú tardi a quello biblico-cristiano e infine, nel corso del Medioevo, a quello degli idiomi piú disparati, dall'arabo alle parlate germaniche. Per contro il latino fornisce il *medium* espressivo in grado di rendere possibile la comunicazione da un capo all'altro dell'Europa e non solo. In quanto lingua parlata da un popolo è da considerare una lingua morta in gran parte della Romània almeno dalla metà del sec. VIII[2]; ciononostante, filosofi e poeti, governanti e mercanti, scienziati e tecnici continuano a servirsene per molti secoli. Einar Löfstedt ricorda che «in Hungary, Latin was the language of administration well into the 19th century» («in Ungheria il latino fu usato come lingua ufficiale e amministrativa fino al 1868») e, a proposito del latino medievale, condivide la definizione del Bieler: «Das Mittellatein ist die Sprache einer Ideengemeinschaft ... die Muttersprache des Abendlandes» («il latino medievale è la lingua di una comunione di idee ... la lingua madre dell'Occidente»), concludendo con le parole del Meillet: «Jusqu'au seuil de l'époque moder-

1. Autore di questa sezione è Paolo d'Alessandro.

2. E. Löfstedt, *Late Latin*, Oslo-London-Wiesbaden-Paris-Cambridge (Mass.) 1959, pp. 1-10 = *Il latino tardo: Aspetti e problemi*, con una nota e appendice bibliografia di G. Orlandi, Brescia 1980, pp. 9-21.

ne, quiconque a pensé n'a pensé qu'en latin» («fino alle soglie dell'età moderna chiunque abbia pensato non ha pensato che in latino»)[3].

Anche con la scienza il latino intrecciò il medesimo rapporto dialettico. Ancora nell'ultimo quarto del Quattrocento Piero della Francesca († 1492), un maestro di bottega appartenente al cosiddetto «strato culturale intermedio»[4], compose in volgare il suo *De prospectiva pingendi*, ma lo fece tradurre in latino dal maestro Matteo di ser Paolo d'Anghiari al fine «di assicurare al trattato un pubblico piú ampio di quello rappresentato dai professionisti dell'arte pittorica e di dargli quella dignità che gli permettesse di figurare tra i volumi della biblioteca urbinate» dei Montefeltro[5]. Piero conosceva il latino, sebbene non ne avesse una padronanza adeguata alla composizione di un'opera cosí complessa e lunga: corresse di persona un primo manoscritto della traduzione, ne fece allestire un secondo, vi disegnò i diagrammi e lo revisionò a piú riprese al fine di emendarlo da errori di copia e di dottrina[6]. Analoga trafila si dovrà presupporre per il *Libellus de quinque corporibus regularibus*, di cui oggi ci resta la sola redazione latina, oltre al rifacimento italiano di Luca Pacioli.

D'altro canto, però, attraverso il latino la scienza parla innanzitutto greco. I nomi di tante discipline – matematica, aritmetica, geometria, musica, armonia, ritmica, astronomia e geografia – sono infatti prestiti dal greco. Altrettanto si può affermare del lessico specifico. Per limitarci alla geometria euclidea basterà ricordare l'aggettivo *trigonus* e il sostantivo *trigonum* in alternativa a *triangulus*, *peripheria* al posto di *circumferentia*, *tetragonus* per *quadratus*, *embădon* (o *embădum*) e *embadius* in luogo di *area* e *arealis*, *isopleurus* e *oxygonium* anziché *aequilaterus* e *acutiangulum*, e ancora i grecismi *hemicyclium*, *hexagonum*, *heptagonon*, *parallelepipedus*, *parallelogrammus* e *pentagonus*[7].

Anche per quanto riguarda i contenuti, i Romani sono consapevoli di divulgare ai contemporanei e consacrare per i secoli a venire i risultati conseguiti dai Greci. Marziano Capella si vanta di essere uno dei pochissimi a

3. *Ibid.*, pp. 61 n. 2, 62 e 68 = 89 n. 8, 90 e 98.

4. C. Maccagni, *Leggere, scrivere e disegnare la «scienza volgare» nel Rinascimento*, «Ann. Sc. Norm. Sup. Pisa» cl. di Lettere e Filosofia s. III 23, 1993, pp. 631-75: 636-46.

5. *Piero della Francesca. Scritti*, Edizione nazionale promossa dal Ministero dei beni e delle attività culturali e del turismo e dalla Fondazione Piero della Francesca, III. *Piero della Francesca. De prospectiva pingendi*, Roma 2016, *Introduzione generale*, p. XVIII.

6. Non a caso, le aggiunte d'autore nei manoscritti latini rivelano una proprietà linguistica e una cura stilistica senz'altro inferiore a quel del maestro Matteo.

7. Vd. P. d'Alessandro, *Alla ricerca di un lessico latino della matematica: La traduzione archimedea di Iacopo da San Cassiano*, «Renaessanceforum» 19, 2022 (*Ipsissima verba: Essays in honour of Johann Ramminger*, eds. G. Abbamonte, Minna Skafte Jensen & Marianne Pade), pp. 11-26: 12 sg.

esporre la geometria in latino[8]. Isidoro, dopo una breve introduzione sulla *mathematica*, definisce l'*arithmetica* 'scienza dei numeri', chiamata cosí perché in greco numero si dice ἀριθμός (*orig.* III 1, 1 *arithmetica est disciplina numerorum. Graeci enim numerum* ἀριθμόν *dicunt*). Egli attribuisce agli Egizi la scoperta della geometria (*orig.* III 10, 1), ma sa che questo nome deriva da 'terra' e da 'misura' perché in greco la terra è chiamata γῆ e la misura μέτρα (*orig.* III 10, 3 *geometria de terra et de mensura nuncupata est. Terra enim Graece* γῆ *vocatur,* μέτρα *mensura*). Quanto alla musica, che per gli antichi è disciplina matematica, l'origine della parola è piú fantasiosa, ma rinvia comunque a un'etimologia greca (*orig.* III 15, 1): *dicta musica per derivationem a Musis. Musae autem appellatae* ἀπὸ τοῦ μάσαι*, id est a quaerendo*, «il termine "musica" trae origine dal nome delle Muse, cosí chiamate ἀπὸ τοῦ μάσαι, cioè *dall'atto di ricercare*»[9].

I Romani non nascondono di essere debitori dei Greci e ai Greci si rivolgono in ogni campo dello scibile. Nel libro X del *De architettura* Vitruvio si mostra assai aggiornato sugli ultimi sviluppi delle macchine belliche. Nulla di strano, essendo stato architetto militare nell'esercito di Cesare e di Ottaviano. Eppure, anche in questo caso la sua trattazione rivela singolari coincidenze con il *Περὶ μηχανημάτων* di Ateneo μηχανικός, tradendo la dipendenza da una fonte comune, senz'altro greca[10]. I Romani furono ingegnosi costruttori di opere idrauliche e nel sec. I d.C. Frontino nel *De aquaeductibus urbis Romae* «offre una descrizione precisa del servizio idrico di Roma, con buone indicazioni sul suo funzionamento, la sua storia e il suo diritto d'impiego»[11]. Anche Vitruvio aveva avuto un ruolo nell'organizzazione della distribuzione delle acque a Roma accanto ad Agrippa e nel libro VIII del *De architettura* si sofferma sulle macchine idrauliche e sugli acquedotti. Senonché la macchina idraulica da lui descritta con maggiore precisione e ricchezza di dettagli è forse la cosiddetta 'vite di Archimede', un congegno per sollevare l'acqua a ritmo continuo, di cui peraltro quella di Vitruvio (X 6, 1-4) è la sola descrizione a nostra disposizione, confermata dalle risultanze archeologiche[12].

8. Mart. Cap. VI 587. Se ne veda ora il commento fornito in *Martiani Capellae De nuptiis Philologiae liber VI*, Introduzione, testo critico, traduzione e commento a cura di L. Cristante e V. Veronesi, Hildesheim 2013, pp. 182-84.

9. *Isidoro di Siviglia. Etimologie o origini*, a cura di A. Valastro Canale, I, Torino 2004, p. 297.

10. Elisa Romano, s.v. *Vitruvio*, in *Dizionario delle scienze e delle tecniche di Grecia e Roma*, a cura di Paola Radici Colace-S.M. Medaglia-L. Rossetti-S. Sconocchia, Pisa-Roma 2010, II, pp. 1016-21: 1020.

11. G. Argoud, *Idraulica*, in *Letteratura scientifica e tecnica di Grecia e Roma*, Direzione e coordinamento di C. Santini, a cura di Ida Mastrorosa e A. Zumbo, Roma 2002, pp. 247-61: 259.

12. *Ibid.*, pp. 253 sg. Piú originale il latino si mostra nelle discipline pratiche, soprattutto se legate alla pastorizia e all'agricoltura: cf. Cic. *Tusc.* I 5 *in summo apud illos* [scil. *Graecos*] *honore*

In ogni caso, anche quando non raggiunsero risultati originali di rilievo, i Romani svolsero una mediazione fondamentale tra la scienza greca e l'epoca moderna. Il *De architettura* di Vitruvio non ebbe molta fortuna in età imperiale e nel Medioevo, ma fu assai letto dagli umanisti. Leon Battista Alberti lo studiò con attenzione, lo apprezzò e lo prese a modello per comporre a sua volta in latino il *De re aedificatoria*. Egli non guardava però agli antichi in modo acritico, bensí con l'intento di superarli. Rivolgendosi a Filippo Brunelleschi nella redazione volgare del trattato *Della pittura*, riconosceva la superiorità della cupola di Santa Maria del Fiore a Firenze rispetto a quant'altre opere simili avessero prodotto gli antichi[13]. Il latino, dunque, per conoscere il passato e provvedere al futuro.

Dopo l'arrivo di nuove popolazioni dal nord delle Alpi e la dissoluzione dell'impero romano, i centri del potere e della cultura si spostarono altrove. In breve tempo gli Arabi si impossessarono del pensiero e della scienza greca e ne stilarono traduzioni oggi fondamentali per la conoscenza di opere altrimenti perdute[14]. Basterà citare a titolo di esempio i libri V, VI e VII delle *Coniche* di Apollonio di Perga (sec. III a.C.). Nell'Occidente medievale l'arabo era però conosciuto tanto poco quanto il greco, sicché ancora una

geometria fuit, itaque nihil mathematicis inlustrius; at nos metiendi ratiocinandique utilitate huius artis terminauimus modum («Presso di loro [i Greci] fu in sommo onore la geometria, e pertanto nulla [fu] piú illustre delle scienze matematiche; noi invece le abbiamo limitate all'uso pratico delle misurazioni e dei calcoli»: *Opere politiche e filosofiche di M. Tullio Cicerone*, II. *I termini estremi del bene e del male. Discussioni tusculane*, a cura di N. Marinone, Torino 1976², p. 461). Vengono subito in mentre il *De agri cultura* di Catone e il *De re rustica* di Varrone, il cui secondo libro tratta *de re pecuaria*, ovvero della *pastoricia res* (Varro *rust.* II 1, 1). In questo campo non ci imbattiamo in vocaboli di importazione: *pastor* è il pastore e *pecu* designa il bestiame; *pecus, pecoris* significa mandria (oppure pecora) e *pecus, pecudis* capo di bestiame; nel caso di *pecu* il confronto con πόκος, vello, e con πέκω, cardare o tosare, ne certifica la radice indoeuropea. Il composto moderno 'agronomia' è però mezzo latino (da *ager*, campo) e mezzo greco (da νόμος, regola). Tutto latino è invece 'agrimensura', parimenti un conio recenziore, mentre in età classica è attestato *agrimensor* (e *agrimensorius*), detto di chi pratica la *mensura* degli *agri*, la misurazione dei campi. Quanto all'equivalente *gromaticus*, deriva dal nome dello strumento utilizzato dagli agrimensori, la *groma*, a sua volta storpiatura di γνώμον, lo gnomone, parola giunta al latino attraverso la mediazione dei Tusci: A. Walde, in *ThlL* VI 2, s.v. *grōma et 1. grūma*, coll. 2335, 26-50 (F. Krohn): 2335, 26 sg.

13. *De pictura* (red. volg.), prol. 8 sg. p. 204 Bertolini: «Chi mai sí duro o sí invido non lodasse Pippo architetto vedendo qui struttura sí grande, erta sopra e cieli, ampla da coprire con sua ombra tutti e popoli toscani, fatta sanza alcuno aiuto di travamenti o di copia di legname? Quale artificio, certo, se io ben iudico, come a questi tempi era incredibile potersi, cosí forse a presso gli antichi fu non saputo né conosciuto?».

14. Vd. F. Acerbi, *Il silenzio delle sirene: La matematica greca antica*, Roma 2010, pp. 368-75.

volta toccò al latino svolgere una complessa mediazione. Degli *Elementi* di Euclide ci sono giunte almeno tre redazioni latine eseguite su precedenti versioni arabe, sebbene di un'opera cosí importante per la conoscenza della geometria il Medioevo occidentale si dimostrò capace anche di produrre una traduzione condotta direttamente sul greco[15]. I tre libri delle *Sferiche* di Teodosio, quasi una sorta di continuazione degli *Elementi*, sono pervenuti fino a oggi nel testo originale. Esso non era però reperibile con facilità nella prima metà del sec. XVI, quando il piú geniale matematico moderno anteriore a Galileo, il messinese Francesco Maurolico (1494-1575), si dedicò allo studio della geometria sferica: egli si serví perciò di una delle due traduzioni latine medievali, quella circolante sotto il nome di Platone da Tivoli, a sua volta realizzata a partire da una versione araba[16].

L'altra versione arabo-latina delle *Sferiche* si deve a Gerardo da Cremona (1114-1187), uno dei protagonisti della Rinascita del sec. XII destinata a restituire centralità al latino anche nel campo delle scienze[17]. Oltre a Euclide e a Teodosio, egli tradusse dall'arabo opere di Aristotele, Autolico, Menelao, Ipsicle, Al-Khwārizmī, Thābit ibn Qurra, i Banū Mūsā e numerosi altri trattati[18]. Nel secolo successivo Guglielmo di Moerbeke (1215-1286) tradusse dal greco gran parte del *corpus* archimedeo noto, ricercando la massima fedeltà alla lettera del testo[19].

La riscoperta della scienza greca e l'approccio con i piú recenti sviluppi arabi, insieme alla ripresa dei commerci e delle relazioni internazionali, provocò nell'arco di 150 anni una vera e propria rivoluzione. Chi seppe conciliare i nuovi orizzonti del sapere con le esigenze del mondo contemporaneo fu il figlio di un funzionario dell'amministrazione mercantile di Pisa in servizio presso la dogana di Béjaïa (Bugía) in Algeria: Leonardo, figlio di Guglielmo della famiglia di Bonaccio, detto 'bigollo', l'equivalente,

15. H.L.L. Busard, *The Mediaeval Latin Translation of Euclides' Elements Made Directly from the Greek*, Stuttgart 1987.

16. P. d'Alessandro, *Le Sferiche di Teodosio secondo Francesco Maurolico*, «Schede umanistiche» 37, 2023, fasc. 2, pp. 209-25.

17. Vd. R. Lemay, s.v. *Gerard of Cremona*, in Ch. Coulston Gillispie (ed.), *Dictionary of Scientific Biography*, XV (Suppl. I), New York 1981, pp. 173-192, e la voce redazionale *Gherardo (Gerardo) da Cremona*, in *Dizionario biografico degli Italiani*, LIII (2000), pp. 620-633 = https://www.treccani.it/enciclopedia/gherardo-da-cremona_(Dizionario-Biografico).

18. Una panoramica sulla tradizione medievale della matematica greca offre R. Lorch, *Greek-Arabic-Latin: The Transmission of Mathematical Texts in the Middle Ages*, «Science in Context» 14, 2001, pp. 313-31.

19. M. Clagett *Archimedes in the Middle Ages*, II. *The Translations from the Greek by William of Moerbeke*, Philadelphia 1976, I, pp. 34-36.

sembrerebbe, di 'giramondo'[20]. Pur essendo vissuto per qualche tempo in Algeria, Leonardo non conosceva l'arabo al punto da potervi attingere materia per le sue opere, ma lesse in latino gli *Elementi* e il perduto *De divisionibus* di Euclide, le *Sferiche* di Teodosio, l'*Almagesto* di Tolomeo, l'*Algebra* di Al-Khwārizmī, i *Verba filiorum* dei Banū Mūsā, il *Liber mensurationum* d'Abū Bakr, il *De pentagono et decagono* di Abū Kāmil, il *De proportione* di Aḥmad ibn Yūsuf e forse il *Liber embadorum* di Abraham bar Ḥiyya (Savasorda), tradotto dall'ebraico da Platone da Tivoli[21]. Leonardo scrisse a sua volta in latino la *Pratica geometrie*, il *Liber quadratorum*, il *Flos* e il *Liber abbaci*, «un testo che», per dirla con Pier Daniele Napolitani, «ha avuto un'importanza capitale nella storia del pensiero umano e che – direttamente o indirettamente – fu alla base della formazione culturale di alcuni tra i piú famosi protagonisti del Rinascimento: Piero della Francesca, Leonardo da Vinci, Niccolò Machiavelli, per non citare che pochi tra i tanti nomi possibili»[22]. Il latino si mostrò all'altezza della situazione, inglobando termini tecnici nuovi: il fortunatissimo *algebra*, e ancora *almuchabala*, *elchataym*, *cata*[23].

Nel *Liber abbaci* ricorrono di frequente anche le variegate unità di misura e di prezzo diffuse nei diversi paesi visitati dai mercanti pisani: alcune erano già in uso presso i Romani (*libra*, *uncia*, *pes*, *palmus*, *miliarium*, *passus*, *modium*, *soldus*, *denarius*, *miliarensis*), altre sono piú recenti ancorché indicate con termini antichi (*canna*, *rotulus*) o riconducibili a termini antichi (*bizantius*, dal primitivo nome di Costantinopoli *Byzantium*; *tors(c)ellus* diminutivo di *torsus*, forma volgare di *tortus*, participio di *torquere*; cf. ant. fr. *torcel*); talune risultano del tutto nuove (*massamutinus*, *tarenus*, *sterlingus*, *marca*, *karatus*, *cantare*, *carruba*, *balla*, *petia*, *barilis* ecc.). Alcuni sostantivi sono latinizzazione di parole tedesche (*marca* < *marka*), inglesi (*sterlingus* < *sterling*), franche (*balla* < *balle*) o celtiche (*pet(t)ia*, 'pezza': da qui il sost. neutro *petium*, 'pezzo'), mentre l'etimo di *barilis* resta incerto.

Un caso particolare è quello della *moneta bolsonalia* (o soltanto *bolsonalia*), priva di qualunque valore se non quello dell'argento in esso contenuto, sic-

20. *Leonardi Bigolli Pisani vulgo Fibonacci Liber abbaci*, edidit E. Giusti adiuvante P. d'Alessandro, Firenze 2020, pp. XIII-XVI.

21. E. Giusti, *The Sources of Leonardo Pisano and How He Used Them*, «Boll. storia delle matematiche» 42, 2022, pp. 31-78. Il *De proportione et proportionalitate* di Aḥmad ibn Yūsuf è citato in *ab.* IX 11 *Ametus filius Yoseph posuit decem et octo combinationes ex ea in libro quem de proportionibus composuit.*

22. *Fibonacci: La rinascita della matematica in Occidente*, a cura di P.D. Napolitani, Milano 2016, p. 13.

23. Cf. d'Alessandro, *Alla ricerca* cit., pp. 14 sg.

ché è acquistata per essere fusa (*ab.* IX 88 *Ille siquidem monete bolsonalie appellantur, que non emuntur nisi quantum valet argentum quod est in ipsis, ut dissolutis ipsis in vase super ignem, alie monete inde informentur*). La parola, assai rara, ha origine longobarda (cf. tedesco *Bolzen*, 'dardo') e si riconnette al punzone usato per imprimere le monete (o per segnarle mettendole fuori corso), detto in antico francese *bouson*, in provenzale *boujon*, in antico spagnolo *bozón* e in italiano *bolzone*.

Lo sviluppo del commercio su scala internazionale richiedeva un nuovo vocabolario economico: mutando il paese, muta la moneta e di ciascuna valuta occorre stabilire l'equivalenza in metallo prezioso (oro e argento) e, quindi, il cambio in una valuta diversa. Per questa nuova operazione economica si conia il termine *consolamen*, dal verbo *consolari* (*consolare*), 'compensare'. L'intero capitolo XI del *Liber abbaci* tratta *de consolamine monetarum*.

Le merci possono essere vendute dietro pagamento in denaro sonante o permutate con altre merci: la permuta consente a un mercante di non viaggiare mai privo di carico ed è all'origine del moderno sistema di *import-export*. Il IX capitolo del *Liber abbaci* tratta dunque *de baractis mercium*: l'etimologia dei neologismi *baractum* e *baractare* è incerta, anche perché in alcuni testi medievali *barata* (*barataria*) e *baratare* hanno senso negativo, riferendosi agli inganni dei mercati.

Il testo di Leonardo Pisano parla di monete e di misure, ma anche di mercanzie, di oggetti maneggiati e di luoghi praticati dai commercianti del tempo. Il vocabolario della lingua quotidiana si evolve di continuo, integrando nuovi termini ogni qual volta se ne presenti la necessità. Gli antichi Romani conducevano gli animali al pascolo (*pabulum*), dove cresceva l'*avena*, termine atto a designare una pianta della famiglia delle graminacee. Per indicare le messi mature (*messis* indica il raccolto in genere) usavano il plurale *fruges* (raro il sing. *frux*), caduto in disuso forse perché suonava troppo vicino a *fructus*. Perciò il latino medievale introdusse *blada* (it. *biada*) dal francone *blad*: il neologismo ricorre 22 volte in *ab.* XI 149-175. Da *ab.* XI 149 apprendiamo che nella denominazione di *blad(a)e* rientravano almeno *frumentum, milium, fab(a)e, (h)ordeum, lenticul(a)e*.

La resina o gomma prodotta dal lentisco, un arbusto per cui era famosa l'isola di Chio (Isid. *orig.* XIV 6, 30 e XVII 7, 51), nell'antichità latina era denominata *mastiche* (declinato alla greca: gen. *mastiches*) o *mastix* (gen. *masticis*), con prestito dal greco μαστίχη (dial. anche μάστιξ). Il *Liber abbaci* conosce sia la variante della terza declinazione (IX 18 e 23) sia la forma *mastic*(*h*)*a* (da *mastiche*, declinato secondo la prima declinazione latina), usata nei titoli di *ab.* IX 18 *De mastica ad piper* e 23 *De pipere ad masticam*.

Per indicare il caprone (*hircus*) nel Medioevo si diffonde il termine *beccus* o *bechus*, con ogni probabilità derivato da *ibex*, *ibicis*, la capra selvatica o stambecco. Ecco perché la pelle ircina conciata finemente, come la bazzana, era chiamata *bec(c)una*: *ab.* VIII 303 *de beccunis vero, quia sunt leviores coriis*.

Per il latino di Leonardo potremmo ripetere le affermazioni di Dag Norberg a proposito del latino della Scolastica:

Le latin de la scolastique ets une création remarquable. La langue qui pendant des siècles avait été cultivée par les poètes et les rhéteurs a possédé assez de plasticité pour être remodelée d'après les exigences du nouveau mouvement et devenir un instruent admirable au service de la pensée des logiciens et des métaphysiciens[24]. Mais ceux qui avaient accoutumé leurs oreilles à la musique de l'éloquence cicéronienne, trouvaient ce latin choquant. Aussi leur réaction fut-elle violente. Dès le XIV[e] siècle, les amis des lettres ont engagé une lutte implacable contre le latin technique de la culture dialectique. Dans leur enthousiasme pour la beauté de la littérature classique, ils ont rejeté non seulement la langue de la scolastique mais tout ce qui avait été créé depuis l'Antiquité. Pour Pétrarque et ses partisans, seuls les Anciens avaient donné le modèle d'une eloquence latine. Après leur époque, le style latin avait dégénéré pendant une période de barbarie inouïe qu'il fallait abandonner aussi vite que possible pour rappeler la civilisation romaine de son long exil[25].

Conclude il Norberg:

L'étude approfondie des sources antiques a stimulé le développement intellectuel et délivré de ses chaînes le forces dynamiques de l'humanisme. Mais pour le latin, le succès de la Renaissance fut désastreux. Les génies littéraires ont bientôt renoncé à s'exprimer en une langue où l'imitation était le suprême principe et où le normativisme rigoureux ne leur donnait pas assez de liberté d'expression. Les savants ont

24. Nel nostro caso: degli abacisti e dei mercanti.

25. D. Norberg, *Manuel pratique de latin médiéval*, Paris 1968, p. 91 (trad. it. *Manuale del latino medievale*, a cura di M. Oldoni, bibliografia aggiornata a cura di P. Garbini, Cava dei Tirreni 1999[2], pp. 119 sg.: «Il latino della Scolastica è una creazione notevole. La lingua che durante i secoli era stata coltivata dai poeti e dai retori ha mantenuto una sufficiente plasticità per essere rimodellata secondo le esigenze del nuovo movimento e divenire uno strumento ammirevole al servizio del pensiero dei logici e dei metafisici. Ma quelli che avevano abituato le loro orecchie alla musica e all'eloquenza ciceroniana, trovavano questo latino scandaloso. Cosí la loro reazione fu violenta. Dal XIV secolo, gli amici delle lettere hanno ingaggiato una lotta implacabile contro il latino tecnico della cultura dialettica. Nel loro entusiasmo per la bellezza della letteratura classica, essi hanno respinto non soltanto la lingua della Scolastica, ma tutto ciò che era stato creato dopo l'Antichità. Per il Petrarca ed i suoi sostenitori, solo gli Antichi avevano fornito il modello di una eloquenza latina. Dopo la loro epoca, lo stile latino era degenerato durante un periodo di inaudita barbarie che bisognava abbandonare quanto prima possibile per richiamare la civiltà romana dal suo lungo esilio»).

plus tard suivi leur exemple, quand ils ont découvert les limites de l'usage de la langue scolaire. Après la Renaissance, le latin a cessé de se développer et son histoire ne présente plus d'intérêt d'un point due vue linguistique. Il est devenu ce qu'on appelle souvent une langue morte[26].

Questa seconda parte della citazione non è del tutto applicabile al latino scientifico. Vale invero per gli umanisti dediti a tradurre opere scientifiche greche: è il caso del canonico cremonese Iacopo da San Cassiano, traduttore di Archimede[27]. Un'importante caratteristica del *modus vertenti* degli umanisti è infatti l'adeguamento linguistico-stilistico dell'originale greco ai modelli latini del medesimo genere letterario[28]. È l'esatto opposto del procedimento usato da Guglielmo di Moerbeke: forma, sintassi e lessico devono essere genuinamente latini. Perciò, pur non potendo rinunciare a termini tecnici diffusi già in età classica, quali *conus*, *sphaera*, *pyrămis* e *diametrus*, il traduttore preferisce utilizzare *triangulus*, *quadratus*, *circumferentia* o *arcus*, *perpendicularis* (*recta*) ed *aequidistans* anziché i grecismi *trigonum*, *tetragonum*, *perimeter* o *peripheria*, *cathetus* e *parallēlus*; i prestiti *parallelogrammum* e *polygonum* sono banditi a vantaggio delle perifrasi *figura aequidistantium laterum* (figura dai lati paralleli) e *figura multorum angulorum* (figura dai molti angoli). Talora i risultati di questi sforzi puristici appaiono sconcertanti: Iacopo da San Cassiano traduce il greco τραπέζιον, 'trapezio', con *spacium tabulare*, in pratica 'lo spazio avente forma di un tavolo', oppure con *mensalis figura*, *mensa* ovvero *mensula*, quasi paragonando il trapezio a una tavola da pranzo[29]. Piú fortunata la traduzione di ἕλιξ con la locuzione *spiralis linea*, all'origine del sostantivo

26. *Ibid.* (trad. it., p. 120: «Lo studio approfondito delle fonti antiche ha stimolato lo sviluppo intellettuale e liberato dalle sue catene le forze dinamiche dell'Umanesimo. Ma per il latino, il successo del Rinascimento fu disastroso. I geni letterari hanno ben presto rinunciato ad esprimersi in una lingua dove l'imitazione era il supremo principio e dove il normativismo rigoroso non dava loro una sufficiente libertà d'espressione. Gli uomini dotti hanno piú tardi seguito il loro esempio non appena hanno scoperto i limiti dell'uso della lingua di scuola. Dopo il Rinascimento, il latino ha cessato di svilupparsi e la sua storia non presenta piú interesse dal punto di vista linguistico. Esso è divenuto quello che si dice spesso una lingua morta»).

27. Vd. *Archimede latino: Iacopo da San Cassiano e il corpus archimedeo alla metà del Quattrocento, con edizione della Circuli dimensio e della Quadratura parabolae*, Edizione critica, traduzione, introduzione e note di P. d'Alessandro-P.D. Napolitani, Paris 2012, e Iidem, *Archimede: Tradizione bizantina e traduttori latini*, «Paideia» 76, 2021, pp. 195-227: 201 sgg.

28. Marianne Pade, *The Reception of Plutarch's Lives in Fifteenth-Century Italy*, Copenhagen 2007, I, pp. 99 sg.

29. Cf. *exc. Cassiod. inst. app.* p. 170, 22 Mynors *quadrilaterum figurae trapezia id est mensulae nominantur.*

italiano 'spirale', del francese *spirale*, dell'inglese *spiral*, dello spagnolo *espiral* e del tedesco *Spirale*[30].

Ben diverso da quello dei traduttori fu tuttavia l'atteggiamento di quanti si accinsero a scrivere opere tecniche e scientifiche originali. Basterà ricordare l'anticiceroniano ed eclettico Leon Battista Alberti, «il primo umanista a scegliere il trattato tecnico come genere in cui esercitare il suo ingegno versatile e originale»[31]. Varietà e originalità sono le cifre di questo architetto umanista, che si serve sia del latino sia del volgare, reputa dovere dello scrittore affrontare argomenti nuovi (*Momus*, prooem. 3 *nihil sibi ad scribendum desumere quod ipsum non sit his qui legerint incognitum atque incogitatum*) e nel primo libro del *De familia* fa dire a Lionardo: «i giovani dovrebbero imparare il buon latino dai migliori scrittori, ma dovrebbero studiare anche gli autori tecnici per le loro "scienze"»[32].

Alieno da purismi contenutistici e formali è l'atteggiamento di un umanista-matematico del rango di Johann Müller da Königsberg, il Regiomontano (1436-1476), per il quale «i "maiores nostri" individuano [...] una comunità che non rimane circoscritta entro limiti temporali o linguistici, ma esclusivamente culturali: sono tutti coloro che in ogni tempo e in ogni cultura hanno lavorato per il sapere e per la verità»[33]. In quest'ottica il latino è la lingua della comunicazione, con cui l'astronomo tedesco può rivolgersi al cardinal niceno Bessarione, al re d'Ungheria Matteo Corvino, nonché agli studenti dell'Università di Vienna, di Padova e di Pressburg. Cosciente dei danni prodotti dall'imprecisione dei copisti o dalla dabbenaggine degli interpreti e fiducioso nelle possibilità offerte dalla stampa appena inventata, egli si lancia in un'impresa ambiziosa, predisponendo un ampio programma editoriale della produzione matematica e astronomica di tutti i tempi, includendovi opere greche tradotte in latino e testi romani di età classica o tardoantica (Manilio, Igino, Firmico Materno), insieme ad autori medievali e contemporanei, da Giordano a Jean de Murs, da Witelo fino al suo maestro Georg Peurbach e a se stesso. Il latino è la lingua di trasmissione del sapere, del sapere di tutti i tempi.

30. Per la lingua di Iacopo vd. d'Alessandro, *Alla ricerca* cit., pp. 16-23.

31. M. McLaughlin, *Leon Battista Alberti: La vita, l'umanesimo, le opere letterarie*, Firenze 2016, p. 145.

32. *Ibid.*, p. 149. Cf. Alberti, *Libri della famiglia*, I 2095-97 p. 88 Furlan «Cerchisi la lingua latina in quelli e' quali l'ebbono netta e perfettissima; negli altri togliànci l'altre scienze delle quali e' fanno professione».

33. Michela Malpangotto, *Regiomontano e il rinnovamento del sapere matematico e astronomico nel Quattrocento*, Bari 2008, p. 85.

La morte prematura non concesse al Regiomontano di portare a compimento l'impresa. Nel secolo successivo furono invece le difficoltà economiche a impedire a Francesco Maurolico di pubblicare se non in minima parte il proprio progetto di sistemazione delle discipline matematiche[34]. Anche nell'età di Federico Commandino (1509-1575) la cultura poteva risentire della scarsità di finanziamenti. Continuava però a esprimersi in latino, e in un latino piuttosto malleabile se poteva dare voce sia a Niccolò Copernico (1473-1573) sia a Cristoforo Clavio (1538-1612): in questo contesto, grecismi e neologismi, termini puramente latini e vocaboli di origine medievale – *figura multiangulorum* al pari di *polygonium*, *aequidistans* come *parallelus*, *parabola* e *paraboles*, persino *hypothenusa* e *hypothemisia* – hanno pari diritto all'esistenza pur di esprimere i concetti della scienza[35]. In quel periodo si affacciavano all'orizzonte ben altri problemi che non il purismo linguistico: è il tempo del dibattito accanito tra fautori dell'eliocentrismo e sostenitori del geocentrismo. Il tempo di Galileo.

E il tempo di cedere la parola a Paolo Freguglia.

L'età moderna[36]

Dalla seconda metà del XVI secolo i trattati di matematica, in particolare quelli di algebra, vennero scritti anche in volgare (tanto per citare: *Quesiti et inventioni diverse* del Tartaglia, 1546; *L'algebra* del Bombelli, 1572, ecc.). Ma il latino è sempre proficuamente utilizzato: basterà menzionare l'*Ars Magna* (1545) di Gerolamo Cardano e poi l'opera di François Viète (dal 1591) che fondò l'algebra speciosa (o come diciamo 'letterale'). Galileo scrive in italiano (o volgare) e in latino i *Discorsi e dimostrazioni matematiche* del 1638. Ma è solo in latino il *Sistema cosmicum* [...] *in quo quatuor dialogi de duobus maximis mundi systematibus* [...] *disseritur* («ex Italica lingua Latine conversum»: Augustae Treboc., impensis Elzeviriorum, 1635). Cominceremo il nostro percorso da Viète, dal suo latino e poi vedremo come scrive Giovanni Alfonso Borelli nel 1667 e quindi Johann I Bernoulli nel 1697. Ci sembra opportuno

34. R. Moscheo, *Il corpus mauroliciano degli 'Sphaerica': Problemi editoriali*, in *Filosofia e scienze nella Sicilia dei secoli XVI e XVII*, I. *Le idee*, a cura di C. Dollo, Palermo-Catania 1996, pp. 39-86; Id., *I Gesuiti e le matematiche nel secolo XVI: Maurolico, Clavio e l'esperienza siciliana*, Messina 1998, pp. 91-147, in partic. 100-32.

35. Vd. *Francisci Maurolyci Archimedea*, curaverunt R. Bellé-P.D. Napolitani-Beatrice Sisana, adnotationes Anglice interpretatus est W.R. Laird, A. *Opera Archimedis ex traditione Maurolyci*, Pisa-Roma 2022, p. 12.

36. Autore di questa sezione è Paolo Freguglia.

di ricordare che gli «Acta eruditorum» presentarono articoli in latino fino alla fine del Settecento (o ai primissimi dell'Ottocento).

I principali algebristi tra XVI e XVII secolo sono Luca Pacioli (*Summa de arithmetica, geometria* [...], 1494), Scipione Dal Ferro (1465-1526), Anton Maria Fiore (sec. XVI$^{1/2}$), Gerolamo Cardano (*Ars magna*, 1545), Lodovico Ferrari (1522-1565), Niccolò Tartaglia (*Quaesiti et inventioni diverse*, 1546), Rafael Bombelli (*L'algebra*, 1572), Simon Stevin (*L'arithmétique*, 1585), François Viète (*Isagoge in artem analyticem*, 1591; *De recognitione aequationum* e *De emendatione aequationum*, 1593), Chr. Clavius (*Algebra*, 1608, in latino), gli allievi di Viète J.-L. Vaulézard e A. Vasset, ecc. (1630), nonché René Descartes (*La géométrie*, 1637).

Accanto al linguaggio espositorio che può essere il volgare o il latino, la matematica e in particolare l'algebra, ha bisogno di un 'linguaggio oggetto' con il quale si sviluppano i calcoli. Con questo linguaggio oggi scriviamo ad esempio:

$$x^3 + ax = bx^2 + c$$

che è del tutto simile a quanto scrive Descartes. Con il linguaggio oggetto 'retorico' (che proviene dall'uso convenzionale del linguaggio naturale) la predetta espressione si scrive cosí:

capitolo di cubo e tanti eguali a potenze e numero,

come troviamo in Bombelli. Mentre con il linguaggio oggetto 'sincopato' (cioè mediante abbreviazioni) si ha:

1.cubus p. 12.pos. aeq. 6.quad. p. 12.

In particolare Bombelli e Stevin adottano il linguaggio oggetto 'simbolico numerico' (logistica numerosa), scrivendo:

Agguaglia $1^{\overset{3}{\smile}} + 12^{\overset{1}{\smile}}$ a $6^{\overset{2}{\smile}} + 12$.

Infine Viète con il linguaggio oggetto 'simbolico letterale' (logistica speciosa) scrive:

A cubus + B plano in A aequetur C latus in A quad + D cubus.

François Viète (1540-1603), studiò diritto presso l'Università di Poitiers. Nel 1564 diventa precettore di Catherine de Parthenay. Avvocato al parlamento di Parigi, poi consigliere al parlamento della Bretagna, nel 1576 è al servizio del re Enrico III di Francia e quindi consigliere di Enrico di Navarra (futuro re Enrico IV di Francia). Nel periodo dal 1589 al 1603 realizzò le sue importantissime opere algebrico-geometriche. Nella sua *Isagoge in artem analyticem* (*Introduzione all'arte analitica*) del 1591, al capitolo I. *De definitione et partitione analyseos et de iis quae iuvant zeteticen* (*Sulla definizione e ripartizione dell'analisi e delle parti della zetetica*), leggiamo[37]:

Est veritatis inquirendae via quaedam in mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, a Theone nominata analysis et ab eodem definita adsumptio quaesiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Ut contra synthesis, adsumptio concessi per consequentia ad quaesiti finem et comprehensionem. Et quanquam veteres duplicem tantum proposuerunt analysin ζητητικὴν καὶ ποριστικήν, ad quas definitio Theonis maxime pertinet, constitui tamen etiam tertiam speciem, quae dicatur ῥητικὴ ἢ ἐξηγητική. Consentaneum est, ut sit zetetice, qua invenitur aequalitas proportiove magnitudinis de qua quaeritur cum iis quae data sunt; poristice, qua de aequalitate vel proportione ordinati theorematis veritas examinatur; exegetice, qua ex ordinata aequalitate vel proportione ipsa de qua quaeritur exhibetur magnitudo. Atque adeo tota ars analytice triplex illud sibi vendicans officium definiatur doctrina bene inveniendi in mathematicis

(esiste una via per cercare la verità nelle matematiche, di cui si dice che Platone sia stato il primo inventore, da Teone chiamata 'analisi' e dallo stesso definita come il metodo mediante il quale si prende come concesso ciò che si domanda, fino ad arrivare di conseguenza in conseguenza ad una verità incontestabile [*demonstratio quia*]. Nella 'sintesi' [*demonstratio propter quid*], al contrario, si prende ciò che è premesso come ipotesi per arrivare all'obiettivo [cioè alla tesi] e alla comprensione di ciò che si chiede. Mentre gli antichi avevano concepito due sole specie [fasi] dell'analisi, la 'zetetica' e la 'poristica', alle quali si riferisce in particolare la definizione di Teone, io ho stabilito una terza fase, che chiameremo 'retica' o 'exegetica'. Ne consegue che mediante la zetetica (dal verbo greco ζητέω che vuol dire 'cercare') si trova un'uguaglianza o una proporzione fra le grandezze cercate e quelle date; con la 'poristica' si esamina la verità dell'uguaglianza o della proporzione del teorema enunciato [stabilite nella fase della zetetica]. Mediante l''esegetica' si ricava la grandezza cercata dall'eguaglianza o dalla proporzione che la contiene[38]. Conseguentemente l''arte analitica', che nel suo insieme abbraccia queste tre fasi, potrà essere definita a giusto titolo 'la scienza del ben trovare nelle matematiche').

37. Vd. *Francisci Vietae Opera mathematica*, in unum volumen congesta ac recognita opera atque studio Francisci à Schooten [...] Lugduni Batavorum, ex officina Bonaventurae et Abrahami Elzevirorum, 1646 (rist. anast. F. Viète, *Opera mathematica recognita Francisci à Schooten*, Vorwort und Register von J.E. Hofmann, Hildesheim-New York 1970), p. 1.

38. Mediante la sostituzione nelle formule ottenute delle lettere con numeri o con segmenti.

Si tratta di un latino molto colto, diverso da quello ciceroniano per l'introduzione di nuovi termini che provengono dal greco, ma lontano dal 'volgare' francese.

Nel capitolo II si utilizza altresí il latino quale linguaggio oggetto per illustrare i simboli di uguaglianza e di proporzione[39]:

1. Totum suis partibus aequari.
2. Quae eidem aequantur, inter se esse aequalia.
3. Si aequalia aequalibus addantur, tota esse aequalia.
4. Si aequalia aequalibus auferantur, residua esse aequalia.
5. Si aequalia per aequalia multiplicentur, facta esse aequalia.
6. Si aequalia per aequalia dividantur, orta esse aequalia.

(1. Il tutto è uguale alla somma delle sue parti; 2. se A = B e A = C allora B = C; 3. se A = B e C = D allora A + C = B + D; 4. se A = B e C = D allora A - C = B - C; 5. se A = B e C = D allora A ´ C = B ´ C; 6. se A = B e C = D allora A/C = B/C).

Vediamo ora un altro esempio di uso della lingua latina nelle trattazioni scientifiche, passando al secolo XVII e ad Alfonso Borelli (1608-1679), matematico e fisiologo, dapprima docente presso l'università di Messina, dal 1656 presso l'università di Pisa, poi di nuovo a Messina e quindi a Roma. Egli scrive nel 1667 il *De vi percussionis liber*[40]. Ecco alcuni passi dell'opera:

De motus natura in genere. Cap. I.

Acturus de vi et energia percussionis operaepretium duco prius aliqua de motu in genere … explanare …

Erit igitur motus localis transitus successivus ab uno ad alium locum in aliquo determinato tempore …

Vis celeritatis dicitur impetus. … Insuper transitus motus localis aut sit ab uno ad alium locum spatii mundani, aut in spatio relativo alicuius continentis vasis, ille appellabitur motus realis et physicus, hic vero vocabitur motus relativus.

(Della natura del moto in genere, cap. I. Accingendomi a trattare sulla forza e l'energia di percussione ritengo importante spiegare […] dapprima alcune cose sul moto in genere […]. Dunque il moto locale sarà il transito successivo da uno ad un altro luogo in un determinato tempo. […] Si chiama 'impeto' la forza della velocità. […] Se il transito di un moto locale avviene tra luoghi dello spazio mondano, il moto si dirà 'reale' o 'fisico', se avviene nello spazio relativo di un circuito circoscritto, lo chiameremo 'moto relativo')[41];

39. *Ibidem.*
40. Io.A. Borelli, *De vi percussionis liber*, Bononiae, ex typographia Iacobi Montii, 1667.
41. *Ibid.*, pp. 1-3.

De causis e principis motus. Cap. II.

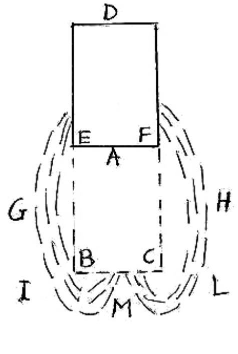
Mirum profecto est rei evidentissimae et nostris sensibus semper expositae veluti motus est tam reconditam et ignotam esse causam eius efficientem; primo enim ignoratur an principium motus effectivum quid corporeum sit vel prorsus incorporeum pariterque disceptatur an primum movens physicum omnino immotum et quiescens esse debeat vel potius mediante propria agitatione motum in reliquis corporibus creet

(Delle cause e dei principi del movimento [metafisica del moto], cap. II. È certamente sorprendente che di una cosa cosí evidente e sempre esposta ai nostri sensi come il movimento sia cosí nascosta e sconosciuta la sua causa efficiente, poiché non si sa in primo luogo se il principio effettivo del movimento sia qualcosa di corporeo o del tutto incorporeo; ed è altrettanto dibattuto se il primo corpo movente debba essere completamente immobile e in riposo o se crei il movimento negli altri corpi mediante la propria agitazione)[42];

[Cap. III.] Propositio I. …

In prioribus enim fluidis intelligatur corpus ABC transferri a loco A ad D, manifestum est hic duas operationes effici: una est expulsio et exclusio fluidi EDF ab anteriori situ ut subintranti corpori ABC locum cedat, altera operatio est repletio spatii posterioris, quod mobile successive derelinquit. Et quia fluidum supponitur talem consistentiam habere ut nullatenus rerefieri et condensari possit, igitur quanta moles fluidi ab anteriori loco excluditur et removetur, tanta praecise eodem tempore recurrit ad locum posticum qui repleri debet

([Cap. III.] Prop. 1 […] Si supponga che nel fluido come sopra inteso, il corpo ABC sia trasferito dal luogo A a D; è evidente che due operazioni vengono effettuate: una è l'espulsione del fluido EDF dal sito anteriore per cedere posto al corpo subentrante ABC. L'altra operazione consiste nel riempimento dello spazio posteriore che il mobile conseguentemente abbandona. Poiché si suppone che il fluido abbia una certa consistenza, che non si possa né rarefare né condensare, allora quanta mole di



42. *Ibid.*, pp. 4 sg.

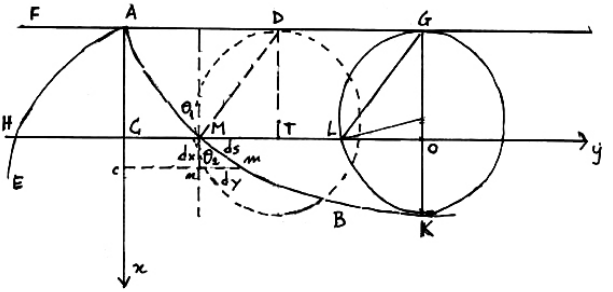
fluido viene rimossa dal luogo anteriore, altrettanta precisamente nello stesso tempo torna indietro nella parte posteriore che deve essere a sua volta riempita)[43]

Johann I Bernoulli (1667-1748) fu uno dei piú importanti scienziati della famiglia Bernoulli, fratello minore di Jakob. Ai loro insegnamenti si formò Euler. I due fratelli svilupparono il calcolo infinitesimale nonché il calcolo delle variazioni. Nel *De invenienda linea brachystochrona* Johann Bernoulli scrive[44]:

Si nunc concipiamus medium non uniformiter densum, sed velut per infinitas lamellas horizontaliter interiectas distinctum, quarum interstitia sint repleta materia diaphana raritatis certa ratione accrescentis vel decrescentis; manifestum est, radium, quem ut globulum consideramus, non emanaturum in linea recta, sed in curva quadam (notante id iam et ipso Hugenio in eodem tractatu De lumine, sed ipsam curvae naturam minime determinante) quae eius sit naturae, ut globulus per illam decurrens celeritate continue aucta vel diminuita, pro ratione graduum raritatis, brevissimo tempore perveniat a puncto ad punctum

(Se ora immaginiamo un mezzo non uniformemente denso, ma per cosí dire attraversato orizzontalmente da infinite lamelle, i cui interstizi siano riempiti da materia diafana di rarità regolarmente crescente o decrescente: è evidente che il raggio [*scil.* luminoso], concepito come un piccolo globo, procederà non in linea retta ma in linea curva – e lo notava già anche lo stesso Huygens nel *De lumine* pur senza determinare affatto la natura della curva – e questa curva sarà di tal natura che il globo, scorrendo lungo di essa con movimento costantemente crescente o descrescente a seconda della rarità, in brevissimo tempo perverrà da punto a punto).

Sfruttando elegantemente l'analogia tra ottica geometrica e meccanica, Johann considera la curva AMB come un cammino ottico (particella di luce o



43. *Ibid.*, p. 12.
44. Johann Bernoulli, *Curvatura radii in diaphanis non uniformibus solutioque problematis a se in Actis 1696, p. 269 propositi, de invenienda linea brachystochrona* [...], «Acta eruditorum» 1697, pp. 206-11.

raggio di luce). La retta HO divide in due strati (ad es. sopra mezzo meno denso e sotto mezzo piú denso). Il punto A sta nella parte meno densa e B sta nella parte piú densa. Johann afferma che la curva da descrivere compirà un percorso minimale (curva *brachystochrona*).

Qualche conclusione. Nel nostro confronto esemplificativo si passa da un latino colto con neologismi plasmati sul greco (Viète) ad un latino in qualche modo piú vicino alla fraseologia delle lingue moderne. In ogni caso il latino ha giocato un ruolo espositorio cruciale come lingua universale della scienza, analogamente a come oggi questo ruolo viene ricoperto dalla lingua inglese (in particolare nella forma *globish English*).

Paolo d'Alessandro
Università Roma Tre

Paolo Freguglia
Università de L'Aquila

*

Il contributo passa in rassegna a volo d'uccello l'uso del latino negli autori che hanno praticato le scienze matematiche dall'Antichità fino alle soglie del Settecento, soffermandosi in particolare sui periodi che, in concomitanza con importanti mutamenti culturali, economici o tecnologici, hanno assistito a una piú rapida trasformazione della lingua.

The contribution quickly reviews the use of Latin in the authors who dealt with mathematical sciences from Antiquity to the threshold of the XVIIIth century, focusing on the periods which, in conjunction with particular cultural, economic or technological changes, witnessed a swifter transformation of the language.

LA CULTURA MATEMATICA
E SCIENTIFICA NELL'ANTICHITÀ

L'ALGORITMO LATINO

I. Premessa

Questa proposta didattica risale ormai al 2015, ma a distanza di quasi dieci anni non sembra aver perso la sua valenza di buona occasione. Anzi, alla luce delle difficoltà che i docenti incontrano nel condividere e ragionare sull'innovazione nella pratica didattica, sommersi come sono da un quotidiano burocratico rumore di fondo, è forse piú sensata oggi di quanto lo fosse dieci anni fa. Il contesto attuale è difatti caratterizzato socialmente e culturalmente da fermenti, novità e proposte diversificate[1] che urgono e chiedono ad una scuola in affanno di trovare forme e modi di stare al passo senza rinnegare se stessa. L'auspicio per la didattica linguistica[2] è quindi che diventino finalmente concrete le intuizioni che, a partire dalle riflessioni degli anni '70[3], caratterizzano il dibattito culturale ma che ancora non imprimono una vera svolta condivisa alla pratica quotidiana.

Adriano Colombo[4] nel 1997 riteneva la «riflessione sulla lingua come attività intelligente. L'insistenza non è superflua, se pensiamo a quanto di dogmatico, meccanico e mnemonico c'è stato nell'insegnamento grammaticale e, sopravvive, in particolare, proprio nella parte che ho proposto come 'nocciolo' (morfosintassi): molti insegnanti, tutt'altro che sprovveduti, eventualmente molto bravi nel promuovere attività testuali ricche e mirate, per riferirsi alla morfosintassi parlano di 'grammatica normativa', con questo declassandola a banale sussidio pratico, male necessario. La priorità

1. Ad esempio l'azione FUTURA - PNRR.

2. Vari libri di testo sia di lingua italiana sia latina hanno proposto novità importanti con l'introduzione dei principi della linguistica contemporanea che purtroppo ancora oggi faticano a diventare centrali nell'approccio didattico concreto. Per l'insegnamento del latino da ultimi si segnalano per una panoramica generale e esaustiva A. Balbo, *Insegnare latino*, Milano 2023; R. Oniga, *Riscoprire la grammatica. Il metodo neocomparativo per l'apprendimento del latino*, Udine 2020; M. Zenoni, *Il modello valenziale nella didattica del latino*, http://laricerca.loescher.it (27 settembre 2022), e i lavori di ricerca di giovani come le tesi triennale e magistrale di Lara Piva presso l'Università degli studi di Padova, https://independent.academia.edu/PivaLara. Per l'insegnamento dell'italiano, a cura di L. Camizzi, *Didattica della grammatica valenziale: dal modello teorico al laboratorio in classe*, Roma 2020, con bibliografia precedente.

3. In particolare, le ricerche del gruppo Giscel, https://giscel.it/dieci-tesi-per-leducazione-linguistica-democratica/.

4. A. Colombo, *Per un'educazione linguistica essenziale: la riflessione sulla lingua*, «La didattica» 3/3, marzo 1997, p. 2 (oggi on line in https://giscel.it/wp-content/uploads/2021/08/riflelino6.pdf).

della finalità cognitiva implica la scelta di un metodo didattico attivo, sperimentale, induttivo (o ipotetico-deduttivo): le categorie possono essere definite e usate solo dopo essere state costruite da o con gli allievi attraverso la rilevazione, il confronto e la manipolazione dei dati testuali». A fronte quindi di questa necessità di un approccio scientifico sono ancora pochi i docenti di lingua che cercano di svincolarsi dal modello tradizionale che, come sottolinea Elena Mazzacchera[5], «richiede tempi lunghi e studio mnemonico che risulta poco adatto allo stile di apprendimento degli studenti di oggi».

Al netto delle basi teoriche di riferimento sommariamente accennate sopra, la narrazione della nostra esperienza sarà aderente a ciò che è stato vissuto in classe, in maniera semplice e pratica, cercando di seguire l'impostazione di Guido Armellini[6] che afferma: «parlerò del mestiere dell'insegnante dal punto di vista di uno che lo pratica: questo significa che non dovete aspettarvi da me l'intonazione distaccata, il respiro panoramico e il nitore metodologico tipici del pedagogista, del sociologo o dello psicologo dell'educazione» o, aggiungiamo, del filologo classico, «ma l'ottica limitata, l'atteggiamento fazioso, il tono passionale e un po' ansimante di chi si trova nel mezzo della mischia. In compenso ciò che dirò avrà – spero – il pregio di nascere da un'esperienza concreta e quotidiana».

II. Il punto di partenza

I due coautori di questo articolo sono stati due miei studenti di liceo scientifico, tipologia di scuola nella quale aleggia un pregiudizio infondato quanto radicato che si condensa nella domanda: «Professoressa, ma che ci facciamo con il latino allo scientifico?» Si spalanca cosí la finestra sui pregiudizi con cui i ragazzi si affacciano alla scuola superiore, originati dall'assenza, nel discorso culturale e didattico di una reale riflessione sulle relazioni tra le diverse discipline, tra i diversi ambiti del sapere. Questa domanda, del resto, si ribalta al liceo classico: «Prof., che ci facciamo con la matematica al classico?». Pochi di noi possono dire di non essersi mai sentiti rivolgere tali domande.

5. E. Mazzacchera, *Modelli linguistici e didattica delle lingue classiche*, «Nuova secondaria» 35, settembre 2017, suppl. Ricerca (https://riviste.gruppostudium.it/sites/default/files/nsr-1-settembre_2017_.pdf), p. 152.

6. G. Armellini, *Chi insegna cosa a chi? I modelli didattici e il mestiere dell'insegnante*, in F. Camponovo-A. Moretti (curr.), *Didattica ed educazione linguistica* («Quaderni del Giscel» n.s. 1), Firenze 2000, p. 77.

Quando Martina e Francesco frequentavano il liceo, tra II e III, ho proposto agli studenti di provare a costruire insieme un approccio di riflessione e comprensione profonda delle relazioni sintattiche e grammaticali con l'aiuto degli strumenti formali della matematica. Ho cercato di trasformare la mia ignoranza matematica in un fattore positivo di costruzione condivisa di conoscenza potendo porre domande legittime[7] per stimolare nei ragazzi e nelle ragazze la voglia di mettersi in gioco, di aiutarmi a trovare la strada giusta. Il docente che diventa come loro, che impara insieme a loro è una carta vincente che però ha bisogno di tempo.

La proposta è stata, ed è, anche inclusiva perché per gli studenti DSA l'approccio tradizionalmente mnemonico è sicuramente faticoso e spesso infruttuoso, ma sono ragazzi in gamba che si dimostrano logici, per cui l'asticella non va abbassata ma solo posizionata nel giusto modo.

In esperienze del genere, dunque, il punto di partenza non è una spiegazione di tipo teorico bensí un laboratorio in cui il docente pone agli studenti un quesito a cui rispondere prendendo spunto dalle conoscenze preliminari delle varie discipline.

Questo approccio non significa non avere obiettivi didattici e orientativi ben chiari, significa considerare come fondamentale nei processi di apprendimento quel tanto di imprevisto che deriva da un reale dialogo docente/discente. Gli obiettivi anzi sono, come sempre nella scuola, ambiziosi: sviluppare capacità di osservare, analizzare, sintetizzare, passare da un linguaggio ad un altro, categorizzare e individuare gerarchie. Inoltre, in senso orientativo la riflessione sulla possibilità di costruire un algoritmo linguistico ha aperto alla riflessione sui *modern languages model*. Tutti questi obiettivi sono indirizzati ad una preminente finalità: sviluppare una capacità critica che superi pregiudizi e falsi concetti per arrivare ad un apprendimento significativo.

III. Informatica tra matematica e linguistica

È necessario precisare che negli anni in cui è stato elaborato e sperimentato per la prima volta questo laboratorio, un gruppo di docenti della nostra scuola partecipava ad un corso di aggiornamento presso la facoltà di Informatica dell'Università degli studi Tor Vergata, tenuto dal prof. Giorgio Gambosi e dalla sua équipe, dal titolo *Informatica tra matematica e linguistica*. Da questa esperienza è nata l'idea di porre in classe la richiesta: «Data la frase

7. Armellini, *art. cit.* p. 81.

latina A, cerca nel linguaggio matematico in tuo possesso le operazioni, i procedimenti e la formalizzazione che possano rappresentare i legami sintattici che riconosci».

Per fortuna in una classe di ragazzi e ragazze curiosi c'erano tra gli altri Francesco, adolescente già appassionato ed esperto di informatica, e Martina, curiosa di sperimentare l'innovazione. Lei condensò lo spirito con cui affrontammo il lavoro in un suo scritto dell'epoca:

> L'uomo si sente sommerso da una mole di novità pratiche non indifferente, tanto da esserne preoccupato, preoccupato di non riuscire a tenere il passo con lo sviluppo; preoccupazione piú che lecita. L'uomo, infatti, non è una macchina, non lo è mai stato e mai lo sarà. L'uomo è ragionamento, l'uomo è curiosità, l'uomo è scoperta, metterlo davanti a un prodotto finito dà una soddisfazione immediata al consumatore, ma non una conoscenza che porti allo sviluppo perché resta ignaro delle operazioni compiute per arrivare ad ottenere quel determinato risultato e di conseguenza si abitua a sfruttarlo, non a conoscerlo.

Se a Martina dobbiamo la formalizzazione del nostro spirito di allora, la riflessione di natura informatica è legata alle competenze personali che Francesco ha condiviso con la sua classe[8]. La riflessione sui sistemi-lingua e sui modelli linguistici è chiaramente un ambito di ricerca interdisciplinare che sta mostrando anche al grande pubblico la sua attualità. Sfruttare dei laboratori didattici di latino per introdurre pochi ma essenziali concetti di questo mondo in evoluzione è una delle valenze positive del nostro lavoro.

Secondo le definizioni di Shannon e Weaver[9], un modello linguistico è una distribuzione di probabilità su una sequenza di parole della successiva, il sistema funziona nel valutare qual è la probabilità che una parola venga dopo una sequenza di altre parole. Da quelle fondamentali e iniziali definizioni si sono percorse varie strade per costruire degli efficienti *Large Language Models* (LLM), passando da modelli che prendessero in esame tutte le possibili sequenze, problemi di fatto *np-hard*, ad approcci che prevedessero di tagliare qualche ramo e semplificare il processo di modellizzazione grazie all'introduzione di alcune regole di base. La ricerca sul funzionamento dei modelli linguistici è passata, attraverso gli studi di Chomsky[10], ad un'i-

8. Se non si ha la fortuna di avere un Francesco o una Martina in classe, si ha sempre la fortuna di avere colleghi di filosofia e matematica da coinvolgere nel percorso, a maggior ragione nelle classi di liceo matematico.

9. C. Shannon-W. Weaver, *A Mathematical Theory of Communication*, Urbana 1949.

10. La classe ha effettuato qualche breve riflessione sulla grammatica trasformazionale di N. Chomsky a partire dal vasto materiale reperibile in rete; vd. N. Chomsky, *La grammatica*

dea di grammatica che si costruisce, legata al significato ma anche a dei vincoli precisi. I tentativi sono proseguiti finché, negli anni '90, Larry Page, fondatore di Google, arriva ad affermare che ogni volta che licenza un linguista il suo meccanismo di traduzione migliora, cosicché attualmente l'approccio dei LLM, anche del famoso Chat GPT, è quasi totalmente probabilistico.

Posto che oggi i LLM funzionano discretamente bene, a volte parlano anche meglio di tanti umani, si giunge con i ragazzi e le ragazze ad una prima ma importante riflessione legata alla fatidica questione iniziale: «Che ci faccio con il latino?». L'obiettivo dell'insegnamento è dare ad uno studente uno strumento che lo aiuti ad arrivare alla traduzione perfetta, a continuare una frase nel modo piú accurato possibile? La risposta non può che essere «No, non solo».

La finalità per gli studenti è quella di capire i meccanismi della lingua in modo da poter consapevolmente costruire una propria visione del mondo. Ma è proprio quello di cui mancano i LLM. Essi non hanno un'ontologia del mondo e mancano della capacità di programmazione, progettazione e previsione, proprie dell'Uomo che pensa e comunica con un altro Uomo. Chat GPT non ha il concetto del concetto ma gli studenti devono imparare a pensare attraverso la costruzione e la comprensione di concetti. Nella comprensione del mondo la matematica è essenziale perché cattura le relazioni del mondo. Come diceva J. von Neumann «se la gente crede che la matematica non sia semplice, è soltanto perché non si rende conto di quanto complicata sia la vita».

Il latino è un sistema-mondo complesso per comprendere il quale proponiamo di usare gli strumenti formali della matematica.

IV. L'ALGORITMO LATINO

Si parte dunque dalla domanda stimolo del docente: «Data la frase latina A, cerca nel linguaggio matematico in tuo possesso le operazioni, i procedimenti e la formalizzazione che possano rappresentare i legami sintattici che riconosci»[11].

Inizia quindi la riflessione comune, nella quale il docente accompagna e

trasformazionale. Saggi espositivi, Torino 1975. Oggi Oniga, *op. cit.*, ne fa la base della sua proposta neo-comparativa.

11. La terminologia utilizzata è quella tradizionalmente usata nelle grammatiche scolastiche.

ragiona con i discenti. Si prende ad esempio questa semplice espressione matematica (A):

$$3a\,(6 + 5c) = 0.$$

In una moltiplicazione come quella nell'espressione A, il termine fuori dalle parentesi moltiplica entrambi i termini all'interno di esse: si può dunque affermare che ci sia uno stretto rapporto tra il monomio '3a' e ognuno degli altri due termini che sono moltiplicati per esso. Si prenda adesso in considerazione la proposizione latina (B):

Canis edit et cubat

(Il cane mangia e dorme).

Quale rapporto lega il soggetto logico della frase con le azioni da lui compiute? Fondamentalmente lo stesso che lega il 3a con il 6 e con il 5c. È sempre il cane, infatti, che mangia e che dorme, come è sempre 3a a moltiplicare gli altri due fattori. La proposizione potrebbe essere dunque riscritta come (B1):

(Canis) (edit + cubat).

Cosí facendo si evidenzia visivamente una bipartizione logica tra il soggetto della proposizione e le azioni da lui compiute. I due gruppi sintattici vengono identificati rispettivamente con il gruppo del soggetto e il gruppo del predicato.

Negli esempi A e B, compaiono sia l'operazione della moltiplicazione sia quella dell'addizione; è dunque necessario stabilire quali rapporti definiscano entrambe.

Matematicamente parlando, si è detto che ciò che moltiplica ha uno stretto legame con il moltiplicato e che la stessa cosa vale per il latino, si pensi a soggetto e azione compiuta dell'esempio B1. Si può dunque affermare che la moltiplicazione esprima necessità, ossia tutti quei rapporti necessari alla significazione della proposizione. L'addizione, al contrario, esprime l'accidentale ossia tutte quelle caratteristiche che possono essere o non essere presenti senza alterare il significato primo della proposizione oppure che costituiscono una proposizione indipendente dal significato della prima come nell'esempio B1:

(Canis) (edit + cubat) = Canis edit + canis cubat.

Le due azioni hanno lo stesso soggetto a cui sono legate attraverso una moltiplicazione (necessità) ma aggiungono significato l'una al valore dell'altra senza modificarne il significato primo e dunque sono informazioni aggiuntive rappresentate attraverso l'addizione. Questo tipo di relazioni, come si analizzerà piú avanti, non si riferisce solamente ai legami inter-sostantivali ma può riferirsi anche ai legami instaurati tra piú proposizioni.

Le cose si complicano quando la frase presa in analisi non è piú una proposizione semplice, ma una frase complessa caratterizzata da coordinate e da un numero n di complementi come la seguente (C):

Claudi canis carnem edit et cum aliis canibus in horto cubat

(Il cane di Claudio mangia la carne e dorme con gli altri cani in giardino).

Il rapporto tra gruppo del soggetto e gruppo del predicato messo in evidenza nella proposizione B1 è presente anche in questa frase complessa, ma in questo caso bisogna analizzare il rapporto che c'è tra i complementi, il soggetto, e l'azione compiuta. Si chiederà agli studenti di separare le due proposizioni contenute nella frase per poi analizzarle:

(C1) Claudi canis carnem edit
(C2) et (Claudi canis) cum aliis canibus in horto cubat.

Nella C1 il nominativo (*canis*) e il suo genitivo (*Claudi*) costituiscono il gruppo del soggetto. Il predicato verbale (*edit*) e l'accusativo (*carnem*) costituiscono il gruppo del predicato. La proposizione B1 può dunque essere riscritta dividendo i due gruppi sintattici come (C1a):

(Claudi canis) (carnem edit).

Genitivo e nominativo da esso specificato sono tra loro legati da un legame indissolubile: è infatti vero che il genitivo aggiunge un'informazione e potrebbe condurre all'idea che sia superfluo per il significato della proposizione; tuttavia, quando è presente diventa necessario al nome cui si riferisce. Lo stesso legame è instaurato tra il predicato verbale e l'accusativo: il primo infatti, essendo transitivo, o bivalente nella grammatica valenziale, richiede un accusativo dal quale non può essere separato. La proposizione 'Il cane mangia', seppur di senso compiuto, risulterebbe incompleta senza l'elemento che subisce l'azione d'esser mangiato. Quindi, esprimendo tutti i legami tra gruppi sintattici e parole che li costituiscono, che in questo caso sono tutti di tipo necessario, si ottiene una struttura simile alla seguente (C1b):

[(Claudi) (canis)] [(carum) (edit)].

Per quanto concerne l'analisi della C2 bisogna tener conto che il gruppo del soggetto è sottinteso in quanto, essendo coordinata alla C1, ha il suo stesso gruppo del soggetto. Il gruppo del predicato risulta quindi composto dal predicato verbale, dal complemento di luogo e dal complemento di compagnia (C2a):

(Claudi canis) (cum aliis canibus in horto cubat).

I rapporti inter-sintagma nominale restano invariati. Nel sintagma verbale, invece, sono presenti due complementi che aggiungono informazioni non necessarie per il significato primo della proposizione: la frase 'Il cane di Claudio dorme' ha infatti significato indipendentemente dalla presenza o dall'assenza degli altri due complementi. Dunque, al contrario di quelli necessari del gruppo del soggetto, vengono graficamente rappresentati con l'addizione (C2b):

[(Claudi) (canis)] [(cubat) + (cum aliis canibus) + (in horto)].

A questo punto, riferendoci alla frase C, bisogna stabilire quale rapporto leghi C1 e C2. Essendo C2 coordinata a C1 da *et*, non esprime qualcosa che modifichi o sia necessario alla proposizione C1 ma aggiunge informazioni come fanno i complementi nel gruppo del predicato della C2. Le proposizioni C1 e C2 sono quindi legate da un legame accidentale e la proposizione C può essere in conclusione rappresentata come:

[(Claudi) (canis)] {[(carnem) (edit)] + [(cubat) + (cum aliis canibus) + (in horto)]}.

Si è giunti alla struttura sintattica di una frase specifica. Sulla scorta di brevi approfondimenti legati alle teorie delle grammatiche generative, riflettendo sull'esistenza di strutture base indipendenti dal significato delle singole parole e capaci, dunque, di regolare potenzialmente infinite proposizioni variando i sostantivi al suo interno, ci si è chiesti se fosse possibile individuare una formalizzazione matematica atta a scindere la funzione logica dal significato della parola. L'operazione di raccoglimento si è dimostrata funzionale poiché si può raccogliere fuori di parentesi la funzione logica, identificata in latino dal caso, e lasciare dentro parentesi il nominativo, inteso come forma indicante il solo significato:

[(gen. sing.: *Claudius*) (nom. sing.: *canis*)] {[(acc. sing.: *caro*) (ind. pres. 3a pers. sing.: *edere*)] + [(ind. pres. 3ª pers. sing.: *cubare*) + (*cum* + abl. plur.: *alius canis* + (*in* + abl. sing.: *hortus*)]}

Cosí facendo si è giunti al modello base di una proposizione che abbia un soggetto, accompagnato da un complemento di specificazione, che svolge un'azione su qualcuno e lo stesso soggetto che compie un'altra azione insieme a qualcuno in un determinato posto.

Un'analisi di questo genere aiuta gli studenti a visualizzare la struttura logica, li abitua alla precisione nella rappresentazione proposizionale, combattendo la nefanda abitudine a tradurre saltando la fase analitica e concentrandosi solo sul significato delle parole, spesso originalmente e creativamente interpretate.

Fino a questo momento si sono analizzate situazioni in cui vi era solo una proposizione principale o una principale ed una coordinata; il medesimo discorso, tuttavia, può essere applicato a tutti gli altri tipi di strutture periodiche riflettendo sulla necessarietà o accidentalità dei legami istaurati tra le proposizioni. Di seguito, un esempio di legame tra proposizioni che esprime necessità (D):

Consul putat milites strenue pugnare

(Il console ritiene che i soldati combattano valorosamente).

La frase D è composta da una proposizione principale (*Consul putat*) e una proposizione subordinata infinitiva con valore oggettivo (*milites strenue pugnare*). È il caso, quello delle oggettive, di un legame di assoluta necessità con la principale in quanto svolge la stessa funzione che un complemento oggetto svolge nei confronti di un verbo transitivo: la principale non sarebbe di senso compiuto senza la subordinata oggettiva come il verbo transitivo non sarebbe completo senza il suo complemento oggetto. Di conseguenza, matematicamente parlando secondo le scelte illustrate prima, si è di fronte a una moltiplicazione:

(Consul putat) (milites strenue pugnare)
[(Consul) (putat)] [(milites) (strenue + pugnare)

[(nom. sing.: *consul*) (indicativo pres. 3ª pers. sing.: *putare*] {[(nom. pl.: *miles*] [(avv.: *strenue*) + (inf. pres. att.: *pugnare*]}.

Esempio di legame tra proposizioni che esprime accidentalità (E):

Titus, quia natura erat benevolentissimus, amor et deliciae generis humani appellatus est

(Tito, poiché era per natura molto benevolo, fu chiamato amore e delizia del genere umano).

La frase E è composta da una proposizione principale (*Titus amor et deliciae generis humani appellatus est*) e una subordinata causale (*quia natura erat benevolentissimus*). La subordinata non è necessaria al significato della principale ma aggiunge ad essa informazioni ed è dunque legata ad essa attraverso un legame accidentale. In base alle scelte operate in precedenza il segno matematico che rappresenta i legami come quello della frase E è l'addizione:

(Titus amor et deliciae generis humani appellatus est) + (quia natura erat benevolentissimus)
{(Titus) [(amor et deliciae) (generis humani) (appellatus est)] + quia [(erat benevolentissimus) + (natura)]}

{(nom. sing.: *Titus*)) [(nom. sing.: *amor*) (cong.: *et*) (nom. pl.: *deliciae*) (gen. sing.: *genus humanus*) (ind. perf. pass.: *appellare*)] + (cong.: *quia*) [(ind. pres. 3ª pers. sing.: *esse*) (nom. sing. sup. ass. masch.: *benevolens*) + (abl. sing.: *natura*)].

Alla fine, proponiamo una frase tratta dal *De bello Gallico* senza dare la soluzione. Uno studente che abbia compreso il principio della nostra proposta dovrebbe soffermarsi almeno su una criticità:

His constitutis rebus, Caesar nactus idoneam ad navigandum tempestatem III fere vigilia solvit equitesque in ulteriorem portum progredi et naves conscendere et se sequi iussit[12].

GINEVRA PRESEN - MARTINA D'ANTONI - FRANCESCO ESPOSITO
Liceo Peano, Monterotondo

⋆

Il progetto *L'Algoritmo latino* propone un nuovo approccio didattico che unisce la grammatica latina con concetti matematici e informatici per scardinare l'idea che le materie umanistiche e quelle scientifiche viaggino su due binari paralleli. L'idea è nata dalla collaborazione tra insegnanti e studenti di un liceo scientifico, desiderosi

12. Caes. *Gall.* IV 23, 1.

di rendere il latino piú accessibile e significativo. Si utilizzano strumenti matematici per analizzare la struttura delle frasi latine, evidenziando i legami sintattici e grammaticali. Si esplora l'uso di operazioni matematiche come moltiplicazioni e addizioni per rappresentare le relazioni tra i vari elementi delle frasi. L'approccio mira a sviluppare la capacità critica degli studenti e a migliorare la loro comprensione della lingua latina, oltre a promuovere la collaborazione e l'innovazione in ambito didattico.

The Algoritmo latino *project introduces an innovative educational approach that integrates Latin grammar with mathematical and computer science concepts, aiming to challenge the notion that the humanities and scientific disciplines operate along parallel tracks. This idea emerged from the collaboration between teachers and students at a scientific high school, driven by the desire to make Latin more accessible and meaningful. Mathematical tools are employed to analyse the structure of Latin sentences, emphasizing syntactic and grammatical relationships. The approach explores the use of mathematical operations, such as multiplication and addition, to represent the relationships among various elements within sentences. The primary goal is to foster students' critical thinking skills, enhance their understanding of the Latin language, and promote collaboration and innovation within the educational context.*

LA DECLINAZIONE COME PROPORZIONALITÀ: GRAMMATICA E MATEMATICA IN VARRONE, *DE LINGUA LATINA* X 37-44

Lo studio delle proporzioni nell'antichità nasce con Archita ed Eudosso, per confluire nel quinto libro degli *Elementi* di Euclide, interamente dedicato all'argomento. La fortuna di quest'opera, a partire dal Rinascimento fino all'introduzione del calcolo differenziale, è stata enorme, arrivando agli scritti di Galileo, raccolti e pubblicati dal suo allievo Vincenzo Viviani, che includono un commento a Euclide, intitolato appunto *Scienza universale delle proporzioni*[1].

Il ruolo centrale delle proporzioni nella cultura antica è confermato dall'applicazione all'analisi grammaticale. Il centro in cui per la prima volta ebbe luogo lo scambio interdisciplinare tra matematica e grammatica fu Alessandria d'Egitto, nel cui Museo, fondato da Tolomeo I intorno al 290 a.C., convivevano scienziati e letterati. Tra i personaggi piú famosi operanti presso il Museo, vi fu lo stesso Euclide, e nella generazione successiva Eratostene, matematico, storico, geografo, poeta, filologo e grammatico[2]. Secondo la testimonianza di Svetonio, fu il primo ad autodefinirsi *philologos*, intendendo con ciò uno studioso d'interessi molteplici, oggi diremmo umanistici e scientifici[3].

Nel pensiero di Eratostene, la proporzione è «il principio di tutto ciò che è significativo e ordinato»[4], e «il legame che congiunge tutte le scienze ma-

1. V. Viviani, *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov'ordine distesa, e per la prima volta pubblicata*, Firenze, Condotta, 1674: cf. E. Giusti, *Euclides reformatus: La teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Torino 1993. Per un quadro storico generale, cf. V. Gavagna, *La tradizione euclidea nel Rinascimento*, in F. Commandino, *De gli Elementi di Euclide*, Ediz. anast. 1575 con saggi, a cura di G. Arbizzoni-M. Bruscia-G. Cerboni Baiardi, Urbino 2009, pp. 1-10.

2. Sulla vita e le opere di Eratostene, G. Dragoni, *Eratostene e l'apogeo della scienza greca*, Bologna 1979, e soprattutto K. Geus, *Eratosthenes von Kyrene: Studien zur hellenistischen Kultur- und Wissenschaftsgeschichte*, München 2002. Sulla ricezione degli studi di Eratostene a Roma, cf. ora M. Paladini, *Geografia ellenistica e letteratura latina tra III e I secolo a.C.: da Eratostene a Sallustio*, Roma-Padova 2024.

3. Suet. *gramm.* 10, 4 *Philologi appellationem adsumpsisse videtur quia, sic ut Eratosthenes qui primus hoc cognomen sibi vindicavit, multiplici variaque doctrina censebatur.*

4. Theo Smyrn. *expos. math.* p. 83, 1 Hiller πρώτη καὶ τῆς γενέσεως αἰτία πᾶσι τοῖς μὴ ἀτάκτως γινομένοις. Cf. Papp. *coll. math.* III 47.

tematiche»[5]. La sua impresa piú famosa, la misura della circonferenza terrestre, si basa sul fatto che Alessandria e Siene sono all'incirca sullo stesso meridiano, e Siene sta sul tropico. Quindi, se si misura l'angolo formato dai raggi del sole rispetto allo zenit di Alessandria, quando essi sono allo zenit di Siene, in base all'affermazione di Euclide sull'uguaglianza degli angoli corrispondenti formati da una retta che intersechi due rette parallele, si ottiene il valore dell'angolo che dal centro della terra insiste sull'arco che misura la distanza tra le due città. L'angolo sta a 360° come l'arco sta alla circonferenza: noti tre termini della proporzione, si ricava il quarto[6].

Eratostene utilizzò una proporzione per risolvere anche un altro problema famoso, quello della duplicazione del cubo, proposto da un oracolo di Apollo con la richiesta di raddoppiare il volume dei propri altari[7]. A tale scopo, inventò il cosiddetto 'mesolabio', cioè uno strumento meccanico formato da tavolette scorrevoli, che permetteva di calcolare con buona approssimazione due successive medie proporzionali tra due numeri dati[8]. In Eratostene si trovano anche proporzioni tra elementi di insiemi non numerici, come l'affermazione che il sensibile (τὸ αἰσθητόν) sta all'intelligibile (τὸ νοητόν), come l'opinione (δόξα) sta alla scienza (ἐπιστήμη)[9].

Le fonti antiche attribuiscono ad Eratostene due libri perduti di *Grammatiká*[10] e ci hanno conservato la sua definizione di grammatica come «la piú completa padronanza dei testi scritti»[11]. Dagli scarsi frammenti, emerge la figura di uno 'scienziato della letteratura'[12], che con criteri linguistici rigoro-

5. Procl. *in Eucl.* p. 43, 22 sg. Friedlein τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων. Cf. Theo Smyrn. *expos. math.* p. 107, 15-24 Hiller.

6. G. Aujac, *Eratosthène de Cyrène, le pionnier de la géographie: sa mesure de la circonférence terrestre*, Paris 2001.

7. Vitr. IX *praef.* 13 sg.; Papp. *coll. math.* III 23; Eutoc. *in Archim. sph. et cyl.* p. 88, 4-96, 27 Heiberg. Cf. M. Leventhal, *Eratosthenes' Letter to Ptolemy: The Literary Mechanics of Empire*, «Amer. Journ. of Philol.» 138, 2017, pp. 43-84.

8. N. Chiriano-O. Lietz-S. Pellicanò-E. Florio, *Alla ricerca dei medi proporzionali*, in *Convegno Licei Matematici*, 5 aprile 2002. La proporzione è $2 : y = y : x = x : 1$, cioè $x^2 = y$ e $y^2 = 2x$ da cui $y^3 = 2x^3$.

9. Theo Smyrn. *expos. math.* p. 81, 20-23 Hiller.

10. Clem. Alex. *strom.* I 79, 3.

11. Schol. Dion. Thrac. [Σ^V] 160, 10 sg. γραμματική ἐστιν ἕξις παντελὴς ἐν γράμμασιν. Cf. S. Matthaios, *Eratosthenes of Cyrene: Readings of his 'Grammar' Definition*, in *Ancient Scholarship and Grammar: Archetypes, Concepts and Contexts*, a cura di S. Matthaios-F. Montanari-A. Rengakos, Berlin 2011, pp. 55-85; A. Wouters-P. Swiggers, *Definitions of Grammar*, in *Brill's Companion to Ancient Greek Scholarship*, a cura di F. Montanari-S. Matthaios-A. Rengakos, Leiden 2015, pp. 515-44.

12. R. Tosi, *Appunti sulla filologia di Eratostene di Cirene*, «Eikasmós» 9, 1998, pp. 327-46: 346.

si, finalizzati all'esegesi dei testi, diede il primo impulso alla nascita di quella scuola alessandrina che sarà poi sviluppata dal suo allievo Aristofane di Bisanzio, di cui a sua volta fu allievo Aristarco, colui che portò al suo massimo sviluppo la grammatica analogista, basata appunto sul concetto di proporzione. Anche se non abbiamo testimonianze esplicite, pare dunque probabile che, per influsso della centralità del concetto di proporzione nella sua opera matematica, sia stato proprio Eratostene ad introdurre l'utilizzo della proporzione nell'analisi grammaticale[13].

Un frammento conservato da uno scolio omerico ci testimonia anzi che Aristarco giunse a criticare lo stesso Eratostene, perché quest'ultimo aveva sostenuto la conservazione di forme irregolari di duale in Omero, contro la tendenza analogista all'ipercorrezione[14]. Possiamo supporre pertanto che la proporzione grammaticale fosse stata utilizzata da Eratostene con grande cautela, consapevole che la potenza dello strumento, se usato senza le opportune restrizioni, rischiava di produrre un livellamento artificioso della variazione linguistica, annullando le differenze storiche e impoverendo l'espressione poetica.

Rifletteremo ora su questo argomento partendo dalla lettura del *De lingua Latina* di Varrone, databile poco dopo la metà del I sec. a.C., un'opera preziosa soprattutto perché in essa confluiscono le dottrine grammaticali alessandrine. Nel decimo libro, Varrone presenta la sintesi della controversia tra analogia e anomalia, discussa nei libri ottavo e nono, illustrando i concetti fondamentali, e tra di essi, quello di proporzione (Varr. *ling.* X 37)[15]:

Sequitur tertius locus, quae sit ratio pro portione; ea Graece vocatur ἀνὰ λόγον; ab analogo dicta analogia. Ex eodem genere, quae res inter se aliqua parte dissimiles rationem habent aliquam, si ad eas duas alterae duae res collatae sunt, quae rationem

13. F. Benuzzi, *Cosa c'è di scientifico nella filologia di Eratostene? Contatti contenutistici e metodologici tra scienza e grammatikē nel trattato Sulla commedia antica*, in *Filosofia, filologia e scienza in età ellenistica*, a cura di M. Bergamo-R. Tondini, Milano 2022, pp. 113-28: 127 sg.

14. Schol. in Hom. *Il.* X 346b (= Eratosth. *gramm.* fr. 35 Strecker). Cf. la discussione in S. Matthaios, *Eratosthenes, Crates and Arsitarchus on the Homeric Dual: Rethinking the Origins of the 'Analogy vs. Anomaly Controversy'*, in *Approaches to Greek Poetry*, a cura di M. Ercoles-L. Pagani-F. Pontani-G. Ucciardello, Berlin 2018, pp. 25-49.

15. D.J. Taylor, *Varro's Mathematical Models of Inflection*, «Trans. Amer. Philol. Assoc.» 107, pp. 313-23; A. Duso, *L'analogia in Varrone*, in *Atti della giornata di linguistica latina (7 maggio 2004)*, a cura di R. Oniga-L. Zennaro, Venezia 2007, pp. 9-20; F. Schironi, *Ἀναλογία, analogia, proportio, ratio: Loanwords, Calques, and Reinterpretations of a Greek Technical Word*, in *Bilinguisme et terminologie grammaticale gréco-latine*, a cura di L. Basset-F. Biville-B. Colombat-P. Swiggers-A. Wouters, Louvain-Paris 2009, pp. 321-38.

habeant eandem, quod ea verba bina habent eundem λόγον, dicitur utrumque separatim ἀνάλογον, simul collata quattuor ἀναλογ‹ί›α

(Segue ora il terzo punto, che cosa sia il rapporto proporzionale: esso in greco è detto *anà lógon*, per cui da 'analogo' si dice 'analogia'. Se due cose del medesimo genere, ma diverse tra loro in qualche parte, hanno tra di loro un certo rapporto, e se con queste due si mettono a confronto altre due, che hanno lo stesso rapporto, poiché queste due coppie di parole hanno lo stesso *lógos*, ciascuna delle due coppie si dice 'analogo', e i quattro elementi messi insieme formano un'analogia).

Varrone afferma correttamente che la proporzione è un'eguaglianza di rapporti, e aggiunge che i rapporti si possono realizzare non necessariamente all'interno di insiemi numerici, ma anche tra altre entità, chiamate dapprima «cose» (*res*), e poi esemplificate con le «parole» (*verba*). L'autore parte dall'insieme dei numeri naturali, presentando la proporzione 2 : 1 = 20 : 10 in questo modo (Varr. *ling.* X 41):

Haec fiunt in dissimilibus rebus, ut in numeris si contuleris cum uno duo, sic cum decem viginti: nam quam rationem duo ad unum habent, eandem habent viginti ad decem

(Queste proporzioni si realizzano tra cose dissimili, come tra i numeri se si mette in rapporto 2 con 1, e cosí 20 con 10: perché il rapporto che sta tra 2 e 1 è uguale a quello che sta tra 20 a 10).

Ma nello stesso paragrafo, Varrone presenta anche esempi tratti da altri insiemi: le monete, dove il vittoriato valeva tre quarti del denario, i termini di parentela, e infine le misure di tempo (*ibidem*):

In nummis, in similibus, sic est ad unum victoriatum denarius, si‹c› ad alterum victoriatum alter denarius; sic item in aliis rebus omnibus pro portione dicuntur ea, in quo est sic quadruplex natura: ut in progenie, cum est filius ad patrem, sic si est filia ad matrem, et ut est in te‹m›poribus meridies ad diem, sic media nox ad noctem

(Tra le monete, vi sono rapporti tra coppie simili, come quello che c'è tra un denario e un vittoriato, cosí tra un altro denario e un altro vittoriato; e cosí allo stesso modo, in tutte le altre cose, si dicono in proporzione quelle tra le quali sussiste una disposizione quadruplice: ad esempio nella discendenza, come il figlio sta al padre, cosí la figlia sta alla madre; e nella misura del tempo, come il mezzogiorno sta al giorno, cosí la mezzanotte sta alla notte).

In sintesi, Varrone afferma che tre sono i settori in cui le proporzioni sono piú utilizzate: la poesia, con riferimento implicito alla *Poetica* di Aristotele

(21, 4, 57b 17-26), dove la metafora è espressa dalla proporzione[16]; la geometria, con altrettanto implicito riferimento ad Euclide; e infine la grammatica, questa volta con citazione esplicita della scuola alessandrina facente capo ad Aristarco (Varr. *ling.* X 42):

Hoc poetae genere in similitudinibus utuntur multum, hoc acutissime geometrae, hoc in oratione diligentius quam alii ab Aristarcho grammatici, ut cum dicuntur pro portione similia esse amorem amori, dolorem dolori

(Di questo genere di proporzioni fanno molto uso nelle similitudini i poeti, e cosí con grande acutezza i geometri, e nello studio del linguaggio con piú accuratezza degli altri i grammatici facenti capo ad Aristarco, come quando si dice che sono simili in proporzione *amorem* con *amori*, e *dolorem* con *dolori*).

L'analogia grammaticale è dunque espressa per mezzo dalla proporzione a quattro termini. Trovare la forma flessa di una parola è un problema simile alla soluzione di un'equazione basata sulla proporzionalità. Nell'esempio, possiamo trovare il valore x della desinenza di accusativo della parola *amor*, sapendo che il rapporto tra l'accusativo e il dativo, noto nella forma *amori*, è lo stesso che sussiste tra *dolorem* e *dolori*:

(amor) x : (amor) i = (dolor) em : (dolor) i
Soluzione: x = em

Quindi, se è banale dire che la lingua non è una matematica, non è banale dire che gli aspetti computazionali della lingua possono essere descritti per mezzo di strumenti matematici. Eseguire una declinazione comporta per la mente un'operazione simile al calcolo del quarto proporzionale[17].

L'idea della declinazione come proporzionalità raggiunge la sua massima elaborazione nei capitoli 43 sg., in cui Varrone osserva che, per un aggettivo, esistono due rapporti proporzionali, uno relativo al genere e uno relativo al caso, che possono essere rappresentati in una matrice articolata su un asse orizzontale e uno verticale:

[43] Nonnumquam rationes habent implicatas duas, ut una sit derecta, altera transversa. Quod dico, apertius sic fiet. Esto sic expositos esse numeros, ut in primo versu

16. Cf. in generale P. Maroscia, *La similitudine nella poesia e nella matematica*, in *Parole, formule, emozioni: Tra matematica e letteratura*, a cura di P. Maroscia-C. Toffalori-F.S. Tortoriello-G. Vincenzi, Torino 2018, pp. 3-60.

17. Giustamente, il manuale di Dionisio Trace, allievo di Aristarco, afferma nel primo paragrafo che una parte essenziale della grammatica è l'ἀναλογίας ἐκλογισμός, cioè il «calcolo dell'analogia».

sit *unum duo quattuor*, in secundo *decem viginti quadraginta*, in tertio *centum ducenti quadringenti*. In hac formula numerorum duo inerunt quos dixi logoe, qui diversas faciant analogias: unus duplex qui est in obliquis versibus, quod est ut unus ad duo, sic duo ad quattuor; alter decemplex in directis ordinibus, quod est ut unum ad decem, sic decem ad centum. [44] Similiter in verborum declinationibus est bivium, quod et ab recto casu declinantur in obliquos et ab recto casu in rectum, ita ut formulam similiter efficiant, quod sit primo versu *hic albus, huic albo, huius albi*, secundo *haec alba, huic albae, huius albae*, tertio *hoc album, huic albo, huius albi*

(A volte una proporzione contiene due rapporti intrecciati tra loro, che si possono rappresentare l'uno su una linea retta, l'altro su una linea trasversale. Quello che voglio dire, sarà piú chiaro in questo modo. Siano dei numeri cosí disposti, che nella prima riga vi siano 1, 2 e 4, nella seconda riga 10, 20 e 40, e nella terza 100, 200 e 400. In questa disposizione di numeri vi saranno due rapporti, che ho chiamato *lógoi*, che danno luogo a due diverse proporzioni: una con ragione del doppio, in direzione orizzontale, cioè 1 : 2 = 2 : 4, e una con ragione del decuplo, in direzione verticale, cioè 1 : 10 = 10 : 100. Similmente, nella declinazione dei nomi, c'è un incrocio tra due vie, perché le parole si declinano dal caso retto ai casi obliqui e dal caso retto ad altri casi retti, in modo da formare una tabella simile alla precedente, ponendo nella prima riga *hic albus*, *huic albo*, *huius albi*, nella seconda *haec alba*, *huic albae*, *huius albae*, e nella terza *hoc album*, *huic albo*, *huius albi*).

Le tabelle (*formulae*) qui descritte dispongono gli elementi su tre righe (*obliquis versibus*), e su tre colonne (*directis ordinibus*). Nell'esempio numerico, i due rapporti proporzionali (*logoe*), sono il coefficiente del doppio per le righe, e quello del decuplo per le colonne:

1	2	4
10	20	40
100	200	400

Nell'esempio grammaticale, la tabella evidenzia i rapporti proporzionali esistenti tra le forme flesse dell'aggettivo *albus* per il caso e il genere. I rapporti di caso, rappresentati dalle parole disposte sulle righe, sono quelli tra il caso retto e i casi obliqui (*ab recto casu in obliquos*), cioè tra nominativo, dativo e genitivo. I rapporti di genere sono invece rappresentati sulle colonne, ad esempio nella prima colonna vi sono le diverse forme in caso retto (*ab recto casu in rectum*), che esprimono il nominativo maschile, femminile e neutro:

albus	albo	albi
alba	albae	albae
album	albo	albi

Nell'esempio numerico, il coefficiente di proporzionalità, cioè il doppio e il decuplo, non cambia. Nella declinazione dell'aggettivo, invece, i coefficienti di caso e genere cambiano, perché il rapporto tra nominativo e dativo è diverso da quello tra dativo e genitivo, cosí come il rapporto tra maschile e femminile è diverso da quello tra femminile e neutro. Dunque, nell'esempio numerico, si realizzano delle proporzioni continue:

$$1 : 2 = 2 : 4$$
$$1 : 10 = 10 : 100$$

Invece, in ambito grammaticale, si realizzano delle proporzioni discontinue. Ad esempio, mettendo in proporzione i primi due termini contenuti nelle prime due righe, otteniamo:

alb $\text{us}_{[\text{Nom M}]}$: alb $\text{o}_{[\text{Dat M}]}$ = alb $\text{a}_{[\text{Nom F}]}$: alb $\text{ae}_{[\text{Dat F}]}$

Notiamo inoltre una proprietà elementare delle proporzioni, la possibilità di permutare i medi:

alb $\text{us}_{[\text{Nom M}]}$: alb $\text{a}_{[\text{Nom F}]}$ = alb $\text{o}_{[\text{Dat M}]}$: alb $\text{ae}_{[\text{Dat F}]}$

Modellare le declinazioni sulla proporzionalità significa non limitarsi a fornire un elenco di forme da imparare a memoria, ma capire i rapporti tra le forme, presentandole in tabelle che, oltre ad avere un'efficacia didattica per facilitare la memorizzazione visiva, nello stesso tempo sollecitano la riflessione sui meccanismi che stanno alla base del funzionamento del sistema linguistico.

Concludiamo con un'appendice storica. Verso la fine del II sec. a.C. ebbe origine quel fenomeno che Lucio Russo ha chiamato «tracollo culturale», rispetto ai vertici raggiunti dalla scienza alessandrina[18]. Ma nel settore della grammatica, il tracollo si compí nei secoli successivi, mentre il giudizio su Varrone non deve essere troppo severo[19]. La rappresentazione

18. L. Russo, *Il tracollo culturale. La conquista romana del Mediterraneo (146-145 a.C.)*, Roma 2022.

19. Russo, *op. cit.*, p. 93, afferma che «Varrone introduce nell'ambito linguistico il termine latino *declinatio* come calco del greco πτῶσις» (ma *declinatio* corrisponde in realtà a κλίσις ed ἔγκλισις, non a πτῶσις, il cui calco è *casus*), e prosegue: «Varrone ha evidentemente difficoltà nel distinguere il significato originale del termine dal suo impiego convenzionale in grammatica: è una conseguenza inevitabile dell'estraneità della cultura latina al convenzionalismo linguistico» (*ibid.*). Ma la dialettica tra convenzionalismo e naturalismo non è riducibile a quella tra cultura greca e latina: anche ammesso che il neoplatonismo sia stato «un regresso molto grave» (p. 95), si trattò pur sempre di una filosofia nata in Grecia e arrivata a

tabellare delle declinazioni andò perduta nella tradizione grammaticale fissatasi in età tardoantica, in cui le forme flesse sono elencate l'una dopo l'altra come filastrocche, seguendo un'unica dimensione lineare, sia essa orizzontale come in un testo di prosa, oppure piú raramente verticale come in una lista, ma in ogni caso mai bidimensionale come nella tabella varroniana[20].

La declinazione degli aggettivi disposta in forma tabellare fu recuperata solo in età umanistica da Giulio Pomponio Leto in una grammatica intitolata *Romulus*, scritta poco prima del 1466[21]. L'idea gli derivò evidentemente da Varrone, dato che il Leto curò l'*editio princeps* e un commento al *De lingua Latina*[22]. L'innovazione non ebbe però immediato successo, perché la grammatica del Leto rimase inedita, mentre la piú diffusa in età umanistica, quella di Niccolò Perotti, *Rudimenta grammatices* (1468), continuò a presentare le declinazioni secondo la vecchia disposizione lineare[23]. Il recupero definitivo della disposizione su tre colonne si deve all'autore noto per la prima grammatica della lingua spagnola, Antonio de Nebrija, nell'opera *Introduc-*

Roma senza particolari barriere culturali. E forse, non si dovrebbe neppure parlare di regresso, dato che anche il convenzionalismo ha dei limiti: oggi la linguistica riconosce l'esistenza di strutture innate nella grammatica mentale, come risposta scientifica al problema di Platone.

20. Sulla storia della questione, cf. M. De Nonno, *I codici grammaticali latini in età tardoantica: osservazioni e considerazioni*, in *Manuscripts and Tradition of Grammatical Texts from Antiquity to the Renaissance*, a cura di M. De Nonno-P. De Paolis-L. Holtz, I, Cassino 2000, pp. 133-72; A. Garcea, *Varron et la constitution des paradigmes flexionnels du latin*, «Histoire, épistémologie langage» 30, 2008, pp. 75-89; E. Dickey-R. Ferri-M.C. Scappaticcio, *The Origins of Grammatical Tables: a Reconsideration of P.Louvre inv. E 7332*, «Zeitschrift für Papyr. und Epigr.» 187, 2013, pp. 173-89.

21. Nel codice Marciano Lat. XIV 109 (= 4623), datato al 1466, compaiono su tre colonne le declinazioni degli aggettivi *satur, satura, saturum* (f. 43*r*) *e iustus, iusta, iustum* (ff. 49*v*-50*r*); nel codice Vaticano Lat. 2727, datato al 1479 e autografo del Leto, l'aggettivo *tener, tenera, tenerum* (f. 19*v*). Cf. R. Oniga, *Varrone e la scienza del linguaggio*, «ClassicoContemporaneo» 8, 2022, pp. 4-25: 16.

22. L'*editio princeps* del *De lingua Latina* a cura di Pomponio Leto uscí a Roma nel 1471; sul commento rimasto inedito cf. M. Accame Lanzillotta, *Il commento varroniano di Pomponio Leto*, «Miscell. gr. e rom.» 15, 1990, pp. 309-45, e *Le annotazioni di Pomponio Leto ai libri VIII-X del De lingua Latina di Varrone*, «Giorn. ital. di filol.» 51, 1998, pp. 41-57.

23. L'autografo è nel codice Vaticano Lat. 6737, databile al 1468 e mandato in tipografia: cf. P. d'Alessandro, *«Vocabis nomen meum: Nicolaus Perottus»: libri e documenti perottini*, in *Incorrupta monumenta Ecclesiam defendunt. Studi offerti a mons. Sergio Pagano*, II, a cura di A. Gottsmann-P. Piatti-A.E. Rehberg, Città del Vaticano 2018, pp. 209-33: 216. La fortuna dell'opera è testimoniata da 135 incunaboli, a partire dall'*editio princeps* del 1473: cf. W.K. Percival, *The Place of the Rudimenta grammatices in the History of Latin Grammar*, «Studi uman. piceni» 1, 1981, pp. 233-64 (rist. in *Studies in Renaissance Grammar*, London 2004, contributo VIII).

tiones Latinae (1481), il manuale che divenne canonico nelle scuole di area iberica, e il cui influsso si diffuse poi in tutta Europa[24].

In conclusione, ricostruire questa vicenda storica ci porta a riflettere sulla fecondità del rapporto tra matematica e latino, due materie che per secoli sono state riconosciute come modelli di precisione, organizzazione logica e sottigliezza intellettuale, utili per la formazione scolastica di base. Vorrei ribadire che, opportunamente rivisitata alla luce della linguistica contemporanea, la grammatica latina può mantenere ancor oggi il proprio valore formativo, purché si abbandoni la vecchia impostazione basata sulla pura memorizzazione e si adotti una metodologia piú scientifica, che parta dall'individuazione di problemi, prosegua con la formulazione di ipotesi, e infine le sottoponga a verifica sulla base dei dati osservabili[25].

Renato Oniga
Università di Udine

*

Un brano del *De lingua Latina* di Varrone, nel quale il concetto matematico di proporzione è utilizzato per interpretare la declinazione degli aggettivi, conferma la centralità delle proporzioni nella cultura matematica antica, testimoniata dal quinto libro degli *Elementi* di Euclide e dalla poliedrica attività di Eratostene, a cui probabilmente si deve l'applicazione dell'analogia alla grammatica. Il commento al testo varroniano ci porta a riflettere sull'importanza dei modelli matematici per la spiegazione dei fenomeni linguistici, superando la pratica scolastica basata sulla memorizzazione.

A passage from Varro's De lingua Latina*, in which the mathematical concept of proportion is used to interpret the declension of adjectives, confirms the centrality of proportions in ancient mathematical culture, witnessed by the fifth book of Euclid's* Elements *and by the multifaceted activity of Eratosthenes, to whom the application of analogy to grammar is probably due. The commentary on Varro's text leads us to reflect on the importance of mathematical models for the explanation of linguistic phenomena, going beyond school practice based on memorization.*

24. W.K. Percival, *Renaissance Grammar*, in *Renaissance Humanism: Foundations, Forms, and Legacy*, III. *Humanism and the Disciplines*, a cura di J.J. Murphy, Philadelphia 1988, pp. 67-83: 75 (rist. in *Studies in Renaissance Grammar*, *cit*., contributo III).

25. Cf. R.K. Larson, *Grammar as Science*, Cambridge (Mass.)-London 2010; R. Oniga, *Riscoprire la grammatica: Il metodo neo-comparativo per l'apprendimento del latino*, Udine 2020.

LOGICUS CICERO

I. Introduzione, ragioni didattiche, benefici sulle discipline coinvolte

Il percorso *Logicus Cicero*, ideato per una classe quarta, ma fruibile, variato, anche da una terza, si propone, attraverso il contatto diretto con un passo ciceroniano, di promuovere l'acquisizione attiva da parte degli studenti, di conoscenze matematiche e scientifiche contestualizzabili nell'epoca storica di appartenenza dell'autore e il potenziamento di competenze trasversali quali il pensiero critico e sistemico. Tutto ciò è realizzabile grazie ad un'impostazione che fa leva sul superamento dei confini disciplinari e dall'impiego di un metodo cooperativo-laboratoriale.

Le principali finalità didattiche verso le quali il percorso tende e che mostrano di avere ripercussioni positive per entrambe le discipline, possono essere cosí essere sintetizzate:

1) miglioramento del dialogo educativo poiché aiuta a motivare gli studenti attraverso un utilizzo dinamico e costruttivo delle conoscenze e competenze acquisite, stimola negli alunni la riflessione su fondamenti e idee, anche espandendo i loro orizzonti culturali attraverso la promozione di collegamenti fra la cultura scientifica e umanistica, e consente loro di superare la frammentarietà del sapere, con l'obiettivo di una formazione culturale completa, unitaria ed equilibrata;

2) promozione di una piú efficace interazione didattica, grazie all'acquisizione di nuovi elementi propri del linguaggio specifico della matematica, mutuati dalle fonti letterarie;

3) acquisizione di nuovi materiali di lavoro poiché la metodologia utilizzata consente di esplorare, progettare e produrre prodotti interdisciplinari al fine di una comprensione piú profonda dei concetti matematici e delle dinamiche del processo letterario;

4) raccolta di maggiori evidenze utili al processo valutativo, soprattutto di tipo formativo e in termini di *soft skills* (pensiero critico, metacognizione, capacità di cooperazione, pensiero sistemico...).

Si illustreranno ora, nei paragrafi successivi di questa breve trattazione, i fondamenti del progetto e le motivazioni didattiche e metodologiche.

II. Estratto della scheda di sintesi

La classe, dopo una prima fase preliminare di lezioni introduttive curate dai docenti di latino e matematica, in collaborazione con altri insegnanti del consiglio di classe procederà, nella fase di svolgimento, divisa in gruppi (da 4 o 5 studenti), attraverso un approccio didattico laboratoriale (sul modello del PBL-*Project Based Learning*; le cui basi verranno fornite, in caso di primo approccio al metodo, in fase preliminare) alla costruzione di una drammatizzazione finalizzata alla presentazione dei temi scientifici e specialmente matematici trattati da Cicerone negli *Academica priora*.

Il lavoro muoverà dalla lettura e analisi di brani scelti in lingua (accessibili autonomamente, con supervisione del docente, sia a classi di latino con metodo tradizionale che con metodo naturale) dai quali saranno tratti spunti per approfondimenti tematici, differenziati per ogni gruppo e sui quali verterà la fase finale di restituzione della drammatizzazione prodotta da ogni *team*. Al termine del percorso verrà restituito un *feedback* valutativo di tipo descrittivo, in grado di individuare le abilità, le conoscenze e le competenze attraverso la raccolta di evidenze sia formative che sommative. Tali *feedback* saranno costruiti e condivisi con gli studenti, promuovendo il processo di autovalutazione. Il percorso avrà una durata complessiva di 18-20 ore (compreso il lavoro domestico).

III. Perché Cicerone?

Cicerone è indubbiamente tra gli autori piú completi della latinità quanto a varietà di produzione e per le tematiche affrontate nella sua vasta opera. La scelta del presente lavoro è quella di approfondire un autore che emerge per versatilità ed esemplarità, da molti tuttora interpretato e attualizzato nelle sue molteplici sfaccettature, al fine di favorire – come oggetto di *studium* – l'incontro e l'interazione tra diverse discipline. Nella fase di presentazione del progetto, dunque, si cercherà di fare emergere alcune caratteristiche della figura di Cicerone particolarmente coerenti con lo spirito di questo lavoro.

La trasversalità del sapere, innanzitutto, è un tema ben presente all'autore, che non intendeva la conoscenza come un accumulo di nozioni, bensí come la capacità di stabilire connessioni reciproche tra varie discipline; ciò è evidente in diversi passi del *De oratore*: I 3 «Nondimeno, pur in queste condizioni avverse e nonostante il poco tempo a disposizione, mi dedicherò agli studi che ci stanno a cuore»; I 16 «Ma quest'arte è veramente qualcosa di piú grande di quello che la gente pensa: essa è la sintesi di molti studi e discipline»[1].

Da tale interdisciplinarità era (ed è) possibile trarre innanzitutto una *utilitas* professionale, come richiesto dalla pragmatica società romana, specie se praticata non saltuariamente, ma attraverso una 'educazione permanente' da coltivare per tutta la vita, come Cicerone afferma all'inizio della *Pro Archia* parlando di sé stesso. Contro la diffidenza di parte della società, che poteva vedere nell'*otium* dedicato agli studi un segno di disimpegno, Cicerone precisa che non si deve aspirare a una cultura enciclopedica fine a sé stessa, ma volgere e applicare quanto appreso al bene comune. Dall'incontro tra varie discipline deriva, tra l'altro, l'incoraggiamento non solo ad ampliare le proprie conoscenze e a sviluppare competenze trasversali, ma anche a stringere nuovi contatti umani, possibili rapporti di stima e di profonda amicizia basati su interessi e valori comuni, secondo un ideale di *humanitas*, poiché tutte le arti che riguardano la formazione culturale dell'uomo, sono profondamente connesse tra loro.

IV. La scelta degli *Academica priora*

Nel passo scelto per il modulo (*ac.* II 118) si presentano le tesi sull'origine dell'universo, tema di ricerca che ha affascinato il mondo antico, e che si presta facilmente ad essere ulteriormente approfondito in ottica interdisciplinare in fisica e in filosofia. Nell'opera Cicerone riprende il tema della scienza della natura, già oggetto del poema del contemporaneo Tito Lucrezio Caro, osservando che la natura non può essere studiata con discorsi congetturali: chiama in causa i geometri per le loro dimostrazioni e i matematici per i loro principii, cita i calcoli di Archimede sulle proporzioni del sole rispetto alla terra; in conclusione preannuncia una rassegna di tesi di autori greci sulle origini del mondo.

Nel dialogo sono riportate le dissertazioni dell'Accademia, definita 'nuova' da Cicerone, che si accinge a precisare come essa sia in realtà non completamente 'nuova' in quanto fedele agli insegnamenti di Platone. Il dialogo tra i personaggi è inserito in una cornice narrativa, cioè non direttamente riportato, ma raccontato in prima persona dall'autore.

Il passo prescelto (§ 118) si inserisce nell'esposizione della fisica dell'Accademica antica: si ammettevano due principi nella formazione delle cose, la

1. Le traduzioni sono di M. Martina, M. Ogrin, I. Torzi, G. Cettuzzi, in *Marco Tullio Cicerone. Dell'oratore*, con un saggio introduttivo di E. Narducci, Milano 1994.

forza efficiente e la materia; si proponevano quattro elementi fondamentali, aria, acqua, fuoco e terra (ad essi Aristotele aggiungeva un quinto, ovvero 'gli astri e le menti'):

Princeps Thales unus e septem, cui sex reliquos concessisse primas ferunt, ex aqua dixit constare omnia. at hoc Anaximandro populari et sodali suo non persuasit; is enim infinitatem naturae dixit esse e qua omnia gignerentur. post eius auditor Anaximenes infinitum aera, sed ea quae ex eo orerentur definita; gigni autem terram aquam ignem, tum ex iis omnia. Anaxagoras materiam infinitam, sed ex ea particulas similes inter se minutas, eas primum confusas postea in ordinem adductas mente divina. Xenophanes paulo etiam antiquior unum esse omnia, neque id esse mutabile, et id esse deum neque natum umquam et sempiternum, conglobata figura. Parmenides ignem qui moveat, terram quae ab eo formetur. Leucippus plenum et inane. Democritus huic in hoc similis, uberior in ceteris. Empedocles haec pervolgata et nota quattuor. Heraclitus ignem. Melissus hoc quod esset infinitum et inmutabile et fuisse semper et fore. Plato ex materia in se omnia recipiente mundum factum esse censet a deo sempiternum. Pythagorei e numeris et mathematicorum initiis proficisci volunt omnia.

La scelta di un testo non convenzionale e non usuale per la pratica didattica è consapevole: il passo è un esempio di come la cultura che noi oggi definiamo 'umanistica' o 'classica' e quella scientifica fossero integrate nell'antichità. Inoltre, il testo dialogico si presta alla didattica: una visione circolare della comunicazione sviluppa una logica diversa, i problemi si risolvono descrivendo le situazioni, partendo dall'acquisizione dei diversi punti di vista, cioè i diversi modi di interpretare le realtà che sono contemporaneamente presenti in una stessa situazione e sono in relazione tra loro; si tratta di considerare l'oggetto in tutti i suoi aspetti esprimibili. Apprendere gli strumenti della logica persuasiva permette di costruire un nuovo significato dell'argomentazione, volta a ipotizzare la soluzione dei problemi su nuove basi, quali la discussione e il confronto, elementi essenziali della convivenza civile. Dal punto di vista del linguaggio della prosa latina, il lessico è di carattere divulgativo e si presta ad una traduzione quasi 'simultanea' in alcuni passaggi.

V. Il metodo *pbl-Project Based Learning*

La metodologia ideale per la realizzazione di un percorso trasversale e attivo come quello di *Logicus Cicero* è sembrata da subito quella del *Project Based Learning* (pbl), nella declinazione del prof. Enzo Zecchi[2]. Attraverso

2. Cfr. https://www.istruzioneer.gov.it/40915-2/ (ultima consultazione 13/06/2024).

un percorso PBL gli studenti acquisiscono un metodo che permette loro di utilizzare le conoscenze ed esercitare le abilità, apprese e potenziate tramite un vero e graduale processo di costruzione del sapere; ciò grazie alla cooperazione e al continuo confronto con i propri pari e con i docenti. Se pienamente realizzati, questi progetti consentono agli allievi di acquisire, potenziare, ottimizzare ed esercitare in modo attivo le competenze, fine ultimo dell'azione didattica.

È appena il caso di sottolineare come tale metodologia afferisca a un'impostazione costruttivista e, in quanto tale, aspiri a rilevanti esiti didattici ed educativi quali la costruzione della conoscenza, anche in modalità cooperativa, e non la sua riproduzione; il potenziamento della capacità di contestualizzare piuttosto che di astrarre; la promozione della metacognizione e dell'autovalutazione.

Lo sviluppo di un progetto PBL in classe muta i ruoli e le *routine* dei partecipanti: la classe diviene un'organica équipe di lavoro che, articolata in *team*, coopera per lo sviluppo di progetti. In tale ottica pure il docente si trova al centro di un cambio di paradigma relativo al suo ruolo e alle sue consuetudini professionali, divenendo un *coach* facilitatore.

L'applicazione della metodologia PBL segue, di base, un preciso schema di lavoro, il quale può essere integrato, arricchito, ottimizzato in base al contesto, alle finalità e al tipo di lavoro al quale i ragazzi sono chiamati ad ottemperare. Dal punto di visto operativo, il metodo contempla l'articolazione del progetto in quattro fasi: ideazione, pianificazione, esecuzione e chiusura. Tali fasi sono ovviamente anticipate da una serie di operazioni propedeutiche al percorso: la suddivisione dei ragazzi in gruppi, la definizione dei tempi, la selezione del tema e dei prodotti da sviluppare nel progetto, ecc.

Nella fase dell'ideazione gli studenti devono definire cosa intendono realizzare. Nel caso di *Logicus Cicero*, il prodotto (nello specifico la drammatizzazione) è già deciso in partenza, ma i particolari e le caratteristiche di tale 'prodotto' vanno definiti nei dettagli. Semplificando, possiamo affermare che la fase di pianificazione rappresenta un momento imprescindibile di riflessione. Contestualmente ad essa, effettivamente, si definisce il piano di progetto, attraverso uno strumento dedicato, lo studio di fattibilità, tramite il quale il *team* di lavoro composto dai ragazzi definisce azioni, strumenti necessari alla realizzazione del lavoro, modalità, tempistiche.

L'esecuzione è la fase di realizzazione effettiva del progetto e può essere avviata efficacemente a condizione di aver svolto correttamente le prime due fasi, ciò per ancorare gli studenti al piano del progetto. Naturalmente, nel corso della fase esecutiva, può emergere la necessità di modifiche o integrazioni.

La fase di chiusura è costituita essenzialmente dal momento di restituzione del lavoro terminato ovvero dalla presentazione del 'prodotto finito'. Nel caso, diffusissimo, di un percorso realizzato in *team* tra pari, è necessario che non sia un solo rappresentante di tutto il gruppo ad illustrare, ma che ogni componente porti il proprio contributo anche in questa fase.

VI. La drammatizzazione come prodotto finale

Per la restituzione del lavoro si è scelta la formula della rielaborazione teatrale. Lo stesso Cicerone, sempre nella sua ottica trasversale e comprensiva delle arti e delle discipline, apprezzava il teatro come parte della formazione personale e probabile fonte di spunti utili per l'*actio*.

La pratica teatrale a scuola rappresenta uno spazio educativo in cui mettere in gioco capacità apprese in classe e talenti coltivati in ambito extrascolastico, rendendoli efficaci, significativi, vivi. Essa è un modo per trasformare conoscenze e abilità in competenze. In primo luogo, la metodologia teatrale aiuta a sviluppare l'uso di un registro linguistico e di un tono della voce adatti al particolare contesto comunicativo. Si esercita poi un'attitudine alla riflessione critica sull'intenzione e il senso profondo del messaggio, importante anche e soprattutto per la sua portata esistenziale e sociale. Essa induce a riflettere sulla differenza tra senso letterale e senso traslato e sulle potenzialità conoscitive di figure retoriche come l'ironia e la metafora. I ragazzi sentono che la riuscita della propria azione dipende anche dall'azione dell'altro: qui le virtú collaborative sono piú efficaci di quelle agonali.

Nel caso didattico di specie si drammatizza il dialogo in villa tra Cicerone e suoi interlocutori: la dialogicità si configura come uno strumento imprescindibile di confronto, possedendo una forte valenza trasformativa. Una visione circolare della comunicazione sviluppa una logica diversa: i problemi si risolvono descrivendo le situazioni, partendo dall'acquisizione dei diversi punti di vista, cioè i vari modi di interpretare le realtà che sono contemporaneamente presenti in una stessa situazione e sono in relazione tra loro; si tratta di considerare l'oggetto in tutti i suoi aspetti esprimibili, in una simultaneità d'azione attraverso il «pensiero che interconnette» (Morin).

Il teatro, inoltre, diventa pratica fondamentale per il potenziamento delle *life skills*: siccome l'educazione delle emozioni ci porta a quell'empatia che è «la capacità di leggere le emozioni degli altri», e siccome «senza percezione delle esigenze e della disperazione altrui, non può esserci preoccupazione per gli altri», «la radice dell'altruismo sta nell'empatia», che si raggiunge con quell'educazione emotiva che consente a ciascuno di conseguire quegli «atteggiamenti morali dei quali i nostri tempi hanno grande bisogno»: l'autocontrollo e la compassione[3].

L'esperienza teatrale è certamente utile anche al docente, perché getta nuova luce sulle possibilità di motivazione e intervento nella quotidiana attività di apprendimento di quel particolare studente o, piú in generale, della classe e perché in questo modo non stiamo facendo altro che studiare (nel senso alto del termine) la letteratura. Lo studente non solo sta leggendo, comprendendo e interpretando il testo, ma lo sta anche, letteralmente, incarnando e vivendo. Infine, nel momento in cui la pratica teatrale diventa 'prodotto', ovvero quando l'opera è pronta e rappresentabile, essa diventa condivisibile con tutta la comunità scolastica. Questo ulteriore passaggio mette evidentemente in gioco contaminazione culturale e, ancora una volta, *life skills*: presentare ed esibirsi in pubblico, prendere iniziativa per la promozione dello spettacolo, per citarne solo alcune.

VIII. Valutazione, esempi di *rubric*, autovalutazione

Il metodo di valutazione utilizzato contestualmente al metodo PBL è basato sulla costruzione e sull'impiego di *rubric* specifiche, volte a monitorare dettagliatamente il processo di apprendimento dei ragazzi e i risultati da loro ottenuti. Le *rubric* di valutazione del *Project Based Learning*, per loro natura, sono flessibili e adattabili a ogni contesto didattico, progetto, esigenza. Nel caso di *Logicus Cicero*, le *rubric* sono state costruite e utilizzate per comporre un quadro valutativo che prenda in considerazione tre dimensioni: il processo, il risultato, il livello di acquisizione delle *soft skills*. Proponiamo di seguito un esempio, non esaustivo, di passi di *rubric* utilizzabili in un percorso come *Logicus Cicero*.

Le *rubric* di processo (allegato 1) sono state qui utilizzate per osservare e raccogliere evidenze nella fase di pianificazione, mentre quella della fase di chiusura sono servite per monitorare i risultati. È importante sottolineare come nella fase di esecuzione sia stato monitorato il livello di acquisizione delle *soft skills*. Si evidenzia inoltre come, utilizzando analoghe *rubric* di valutazione per piú progetti in un arco temporale medio-lungo, sia possibile

3. D. Goleman, *Intelligenza emotiva. Che cos'è e perché può renderci felici*, Milano 1996, pp. 13 sg.

visionare costantemente la crescita del livello di acquisizione delle competenze trasversali.

I punteggi sono attribuiti in parte individualmente, in parte all'intero *team*. Il totale di tutti i punteggi ottenuti colloca l'esito finale in una precisa fascia di livello descrittiva.

Si sottolinea infine, come sia necessario condividere e discutere preliminarmente la *rubric* di valutazione in tutte le sue parti con gli studenti, al fine di rendere il *feedback* valutativo trasparente, intelligibile ed eticamente accettabile. Tale condivisione risulta poi indispensabile per promuovere il processo di autovalutazione negli allievi stessi e renderli gradualmente consapevoli delle loro competenze e abilità.

IX. Conclusioni

In conclusione, possiamo affermare che il percorso *Logicus Cicero* assolve a tutti gli obiettivi che sono stati definiti inizialmente e ai quali si è teso aspirare costantemente lungo tutto l'*iter* di svolgimento del modulo. Si è riusciti, infatti, nell'intento di trasmettere la grande importanza che la lingua e la cultura latina rivestono nel nostro patrimonio culturale, valore che va ben oltre i confini della letteratura e dello studio di grammatica e sintassi, poiché si dimostra inesauribile fonte di idee, parole, argomenti, immagini, miti, valori.

Il metodo utilizzato ha consentito un approccio trasversale e fortemente cooperativo che ha permesso di consolidare e potenziare l'attitudine alla riflessione critica e a numerose altre *soft skills*, motivando, inoltre, gli allievi verso un utilizzo dinamico e costruttivo delle loro conoscenze, abilità e competenze.

Appendice

ESTRATTO DI *RUBRIC* DI VALUTAZIONE (PUNTEGGIO TOTALE: 55)

I. Pianificazione (max 16 punti) - valutazione di gruppo

Individuazione delle azioni da svolgere:

ottimale: 4. Il gruppo prevede non meno del 90% delle azioni da svolgere;
efficace: 3. Il gruppo prevede non meno del 70% delle azioni da svolgere:

adeguata: 2. Il gruppo prevede non meno del 50% delle azioni da svolgere;
carente: 1. Il gruppo prevede meno del 50% delle azioni da svolgere.

Progettazione del tempo di lavoro:

ottimale: 4;
efficace: 3;
adeguata: 2;
carente: 1.

Scelta delle fonti da consultare:

ottimale: 3. Il gruppo prevede la consultazione, oltre che dei materiali forniti durante le lezioni e dei testi in adozione, di almeno altre due fonti, delle quali almeno una utile all'elaborazione della forma del prodotto finale (ad es.: tutorial di grafica);
efficace: 2. Il gruppo prevede la consultazione, oltre che dei materiali forniti durante le lezioni e dei testi in adozione, di almeno un'altra fonte:
adeguata: 1. Il gruppo prevede l'esclusiva consultazione dei materiali forniti durante le lezioni e dei testi in adozione.

Divisione dei ruoli all'interno dei gruppi:

ottimale: 2;
efficace: 1;
base: –.

Elaborazione della check list:

ottimale: 3;
efficace: 2;
adeguata: 1;
carente: –.

II. Esecuzione (*soft skills* esercitate durante la produzione del lavoro e desunte tramite l'osservazione e brevi test proposti dal docente - max 21 punti) - valutazione individuale

Efficienza-imprenditorialità (*soft skill*):

ottimale: 3;
efficace: 2;
base: 1.

Gestione dell'imprevisto (*soft skill*):

ottimale: 3;

efficace: 2;
base: 1.

Pensiero critico (*soft skill*):

ottimale: 3 (livello *creare* della tassonomia Bloom). L'alunno esamina in modo attivo e approfondito le fonti, facendole dialogare e integrare tra loro;
efficace: 2 (livelli *analizzare*, *valutare*). L'alunno analizza le fonti approfonditamente, ma non sempre riesce ad integrarle;
base: 1 (livelli *ricordare*, *comprendere*, *applicare* della tassonomia Bloom). L'alunno utilizza le fonti in modo superficiale, non ponendole a confronto tra loro ed acquisendo le informazioni passivamente.

Metacognizione (*soft skill*):

ottimale: 3;
efficace: 2;
base: 1.

Pensiero sistemico (*soft skill*):

ottimale: 3 (livello *creare* tassonomia Bloom). L'alunno procede nella costruzione del proprio lavoro insieme al gruppo, tenendo sempre in considerazione i nessi causali tra le varie parti, le loro relazioni e l'obiettivo finale;
efficace: 2 (livelli *analizzare*, *valutare* della tassonomia Bloom). L'alunno procede nella costruzione del proprio lavoro insieme al gruppo, tenendo spesso in considerazione i nessi causali tra le varie parti, le loro relazioni e, talvolta, l'obiettivo finale;
base: 1 (livelli *ricordare*, *comprendere*, *applicare* della tassonomia Bloom). L'alunno procede nella costruzione del proprio lavoro insieme al gruppo, tenendo in considerazione raramente o in modo superficiale, i nessi causali tra le varie parti, le loro relazioni.

Capacità di cooperazione (*soft skill*):

ottimale: 3;
efficace: 2;
base: 1.

Flessibilità (*soft skill*):

ottimale: 3;
efficace: 2;
base: 1.

III. Chiusura-presentazione del lavoro (max 18 punti) - valutazione individuale e collettiva

Coerenza, efficacia del prodotto scelto (collettiva):

ottima: 3;
buona: 2;
base: 1.

Efficacia comunicativa (*soft skill*) (individuale):

ottima: 4. L'alunno comunica sempre in modo esauriente, preciso e chiaro il messaggio; sfruttando al meglio il *medium* scelto, senza lasciar trapelare ambiguità o insicurezza;
buona: 3. L'alunno comunica quasi sempre in modo esauriente, preciso e chiaro il messaggio, sfruttando il *medium* scelto, senza quasi mai, dar luogo ad ambiguità nella trasmissione del messaggio;
sufficiente: 2. L'alunno comunica non piú del 60% del messaggio in modo esauriente, e chiaro; il *medium* prescelto in molte occasioni, non viene adeguatamente sfruttato;
carente: 1. L'alunno comunica non piú del 40% del messaggio in modo esauriente, e chiaro; il *medium* prescelto non viene quasi mai utilizzato adeguatamente.

Gestione del tempo (*soft skill*) (collettiva):

ottima: 3;
buona: 2;
sufficiente: 1;
carente: –.

Correttezza formale ed efficacia della veste grafica (per formale si intende morfosintattica e lessicale) (collettiva):

ottima: 4;
buona: 3;
sufficiente: 2;
carente: 1.

Gestione delle emozioni (*soft skill*) (individuale):

ottima: 4;
buona: 3;
sufficiente: 2;
carente: 1.

Federica Morandi - Esterina Mordini
Ministero dell'Istruzione e del Merito

*

Il percorso *Logicus Cicero*, ideato per una classe quarta, ma fruibile con eventuali variazioni e modifiche anche da una classe terza, si propone, attraverso il contatto diretto con un passo ciceroniano, di promuovere l'acquisizione attiva da parte degli studenti di conoscenze di natura matematico-scientifica contestualizzabili nell'epoca storica di appartenenza dell'autore e il potenziamento di competenze trasversali quali il pensiero critico e il pensiero sistemico. Tutto ciò è reso realizzabile grazie a un'impostazione che fa leva sul superamento dei confini disciplinari e grazie all'impiego del metodo cooperativo-laboratoriale PBL-*Project based learning*. Gli studenti, al termine dei loro percorsi, restituiscono quanto appreso e costruito attraverso una drammatizzazione. Il metodo valutativo, mutuato dal sistema di *rubric* del PBL, è stato elaborato con la finalità di prendere in considerazione sia la dimensione di processo, che di risultato, non senza dare il dovuto spazio a quella delle *soft skills* e all'autovalutazione.

The Logicus Cicero *project, designed for a fourth-grade class but adaptable for a third-grade class with possible variations and modifications, aims to promote the active acquisition of knowledge of a mathematical-scientific nature by students, contextualized within the historical period of Cicero, while also enhancing transversal skills such as critical thinking and systemic thinking. This objective is achieved through an approach that encourages crossing disciplinary boundaries and the use of the cooperative-laboratory method PBL (Project-Based Learning). At the end of the course, students present what they have learned and built through a dramatization. The evaluation method, inspired by the PBL rubric system, was developed with the goal of considering both the process and outcome dimensions, while also giving due emphasis to soft skills and self-assessment.*

IL TEATRO GRECO IN VITRUVIO: UN PERCORSO INTERDISCIPLINARE DI LINGUA LATINA, MATEMATICA, FISICA E STORIA DELL'ARTE

Questo lavoro riferisce il contenuto di una unità didattica interdisciplinare sperimentata, sia in ambito accademico nel corso di Spettacolo, festa e territorio presso la facoltà di Sociologia e ricerca sociale dell'Università degli studi di Milano Bicocca, sia in ambito scolastico nelle classi quinte di un liceo classico.

Abbiamo dapprima definito i prerequisiti fondamentali che elenchiamo di seguito. Fisica: le proprietà delle onde meccaniche, il principio di sovrapposizione delle onde, la riflessione delle onde, il suono e le sue caratteristiche, l'eco e il rimbombo. Latino: conoscenza solida della lingua latina, conoscenza dell'opera di Vitruvio. Storia dell'arte: conoscenza della struttura del teatro greco. L'unità didattica, della durata di due ore di lezione, ruota attorno al trattato vitruviano *De architectura* e prevede attività interdisciplinari.

Siamo partite con una breve introduzione sull'acustica nella cultura greca. Nel mondo greco si affermarono due visioni riguardo l'acustica: quella dei pitagorici (580-495 a.C. circa) e quella di Aristotele (384-322 a.C.). I pitagorici, attraverso lo studio delle corde vibranti, compresero che l'altezza di una nota poteva essere espressa mediante un numero razionale: è questa una visione basata sulla sperimentazione e sulla matematizzazione. Aristotele nel *De audibilibus* mise in relazione il suono e il moto dell'aria. La sua concezione si basava sulla percezione ed era pertanto una visione empirica.

Gli studi della fisica della seconda metà del V secolo a.C. portarono a desumere che la propagazione del suono avvenisse non solo per onde concentriche ma anche per onde sferiche[1]; pertanto la forma ideale del teatro doveva essere curvilinea e la cavea perfetta sarebbe stata una sfera concava o un segmento di sfera concava[2], come è piuttosto evidente nel teatro di Epidauro.

1. Vd. *Vitruvio. De architectura*, a cura di P. Gros, traduzione e commento di A. Corso e E. Romano, Torino 1997, I, p. 559 (Vitr. V 3, 6 sg.) e p. 669 n. 118; *Vitruvio Pollione. Architettura (dai libri I-VII)*, Introduzione di S. Maggi, testo critico, traduzione e commento di S. Ferri, Milano 2002, p. 285 n.

2. Vd. Ferri, *op. cit.*, p. 286.

Abbiamo poi proposto un primo testo tratto dall'opera di Vitruvio, in lingua e in traduzione, relativo al luogo ove erigere il *theatron*. Ci siamo servite dell'edizione a cura di Pierre Gros, a cui abbiamo accostato quella a cura di Silvio Ferri (Vitr. V 3, 5):

Etiam diligenter est animadvertendum, ne sit locus surdus, sed ut in eo vox quam clarissime vagari possit. Hoc vero fieri ita poterit, si locus electus fuerit, ubi non inpediantur resonantia

(Ci si deve anche preoccupare con diligenza che il luogo non sia sordo, ma che in esso la voce possa propagarsi il piú chiaramente possibile. Ciò però potrà aver luogo in tal caso, se il luogo sarà scelto ove esso non sia impedito dal rimbombo)[3].

Il primo punto su cui focalizza l'attenzione Vitruvio nell'*excursus* sul teatro antico nel quinto libro[4] è proprio la scelta del luogo in cui costruire il teatro. Poniamo l'attenzione sui termini appartenenti alla sfera semantica dell'udito evidenziati nel testo: Vitruvio utilizza vocaboli comuni quali *surdus* e *vox* che, in riferimento alla specifica questione, assumono però un significato preciso ossia, rispettivamente, di luogo privo di sonorità e di luogo in cui la voce al contrario possa diffondersi in modo chiaro anzi *clarissime*. Il termine *resonantia* è traducibile sia come rimbombo (Gros) sia come eco, poiché si tratta in entrambi i casi di fenomeni legati alla riflessione delle onde sonore contro un ostacolo. In ogni caso è essenziale che il luogo del teatro sia privo di eco e di rimbombo[5].

Wallace Clement Sabine, padre dell'acustica moderna, sostiene che la *resonantia* di Vitruvio sia da identificare nell'eco[6], fenomeno da evitare in

3. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 559.

4. Come è noto, l'*excursus* sul teatro antico nel quinto libro comprende nell'ordine: ubicazione del teatro secondo il principio della *salubritas* (V 3, 1 sg.), fondazioni e sostruzioni delle gradinate (V 3, 3), precinzioni e pendenza delle gradinate secondo le leggi dell'acustica (V 3, 4), sistema degli ingressi e delle uscite (V 3, 5), ubicazione del teatro secondo le leggi dell'acustica (V 3, 5-7) e infine uso dei vasi risuonatori con ampia digressione sulla teoria dell'armonica (V 3, 8; 4, 1-9; 5, 1-8); vd. G. Tosi, *II significato dei disegni planimetrici vitruviani relativi al teatro antico*, in *Le projet de Vitruve: Objet, destinataires et réception du De architectura. Atti del convegno internazionale (Roma, 26-27 marzo 1993)*, Roma 1994, pp. 171-86: 172.

5. Il termine *resonantia* è utilizzato con il valore di eco anche da Ausonio nel poemetto *Mosella* (vv. 295-97) cui rimanda il *ThlL*: *blanda salutiferas permiscent liltora voces, / et voces et paene manus: resonantia utrimque / verba refert mediis concurrens fluctibus echo*, «queste amabili rive uniscono le voci di quelli che si salutano, le voci e, quasi, le loro mani: risuonano da una parte all'altra le parole, s'incrociano in mezzo al fiume e ripete l'eco», trad. it. di A. Pastorino (a cura di), *Opere di Decimo Magno Ausonia*, Torino 1971, p. 523.

6. W.C. Sabine, *Reverberation*, in *Collected Papers on Acoustics*, Cambridge 1922, pp. 8 sgg.

teatro, come già si è detto. È invece la parola *consonantia* che in Vitruvio indicherebbe la sovrapposizione del suono diretto con lo stesso suono riflesso un poco ritardato[7]; fenomeno questo che però non produce confusione bensí un suono di intensità maggiore[8]. In generale, si consideri che le onde riflesse contribuiscono al campo sonoro utile quando arrivano all'ascoltatore con un tempo di ritardo, rispetto all'onda diretta, inferiore ai 50 ms, nel caso di ambienti destinati alla parola, come il teatro.

Consideriamo ora come Vitruvio esemplifica le onde acustiche paragonandole a quelle acquoree (Vitr. V 3, 7):

vox ita ad circinum efficit motiones; sed in aqua circuli planitiae in latitudine moventur, vox et in latitudine progreditur et altitudinem gradatim scandit. Igitur ut in aqua undarum designationibus, item in voce cum offensio nulla primam undam interpellaverit, non disturbat secundam nec insequentes, sed omnes sine resonantia perveniunt ad imorum et ad summorum aures. Ergo veteres architecti naturae vestigia persecuti indagationibus vocis scandentis theatrorum perfecerunt gradationes, et quaesierunt per canonicam mathematicorum et musicam rationem, ut, quaecumque vox esset in scaena, clarior et suavior ad spectatorum perveniret aures

(la voce in tal modo si propaga a cerchio, ma nell'acqua i cerchi si muovono su piano nel senso della larghezza, la voce sia avanza nel senso della larghezza sia si eleva gradualmente in altezza. Pertanto, come nell'acqua con i contorni delle onde, cosí capita nel caso della voce quando nessun ostacolo interrompe la prima onda, non disturba la seconda né le seguenti, ma tutte senza echi pervengono alle orecchie di chi sta piú in basso e di chi sta piú in alto. Pertanto, gli antichi architetti perseguendo le impronte della natura con indagini sull'elevazione della voce realizzarono le gradinate dei teatri e cercarono di ottenere tramite la normativa dei matematici e la teoria musicale che qualunque voce si trovasse sulla scena, pervenisse piú chiara e soave alle orecchie degli spettatori)[9].

David Knight, nella sua tesi di dottorato relativa all'acustica della basilica di San Vitale a Ravenna, fa un interessante *excursus* sulle analogie utilizzate dagli antichi nell'ambito dell'acustica. Lo studioso, facendo puntuale riferimento alle opere e agli autori, passa in rassegna analogie tattili, cromatiche, con il fuoco, con un cono rovesciato per i suoni crescenti, con la luce e appunto con l'acqua e le onde[10]. È riferito che l'analogia acquorea risale a Ze-

7. Vitr. V 8, 1 sg.

8. G. Iannace-S. Mazzoni, *Vicende storiche e ricostruzione virtuale dell'acustica del theatrum tectum (o odeo) di Pompei*, «Dionysus ex machina» 5, 2014, pp. 159-79.

9. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, pp. 559-61.

10. D.J. Knight, *The Archaeoacoustics of San Vitale, Ravenna*, Diss. Southampton 2010, pp. 292-99.

none di Cizio (333-261 a.C.), il fondatore dello Stoicismo. Gli Stoici successivi poi, tra cui Vitruvio, utilizzarono questa analogia che sopravvisse anche presso scuole filosofiche di periodi successivi, a dimostrazione della sua popolarità.

Dal punto di vista lessicale notiamo nel passo di Vitruvio l'uso insistito di termini generici relativi al campo semantico dell'udito quali *vox* e *aures*, cui si aggiungono altri vocaboli considerati da Emilio Bosazzi punto di riferimento a questo proposito[11]. In particolare, vale la pena soffermarsi su *ad circinum*, da *circinus* (κίρκινος), il compasso. Si tratta di uno strumento fondamentale poiché la forma del teatro nasce da un primo atto progettuale, ossia l'apertura del compasso che corrisponde in scala al raggio della futura orchestra, come vedremo. Il termine è catalogato da Bosazzi tra i grecismi tecnici precedentemente attestati; lo studioso cita in particolare Caes. *Gall.* I 38, 4[12]. Notiamo anche il termine *circulus*, da *circus*, *circi*: orbita; vocabolo catalogato come neoattestazione[13]. I termini fanno riferimento al cerchio; elemento fondamentale nella costruzione del teatro e dell'acustica.

Tra i vocaboli relativi all'edificio del teatro, evidenziati nel testo, poniamo l'attenzione su *gradationes* ripetuto varie volte nel trattato vitruviano. La parola è attestata in ambito retorico nella *Rhetorica ad Herennium*, nel *De oratore* di Cicerone (II 186) e nell'*Institutio oratoria* di Quintiliano (II 15, 10)[14]; essa indica la figura retorica nella quale il discorso procede appunto per gradi verso concetti sempre piú forti. Vitruvio, quindi, utilizza un termine d'uso nella retorica e lo risemantizza in ambito architettonico. Stando al *Thesaurus Linguae Latinae* è l'unico autore ad utilizzarlo in questo senso. Lo stesso accade con il termine greco *climax* che indica sia la scaletta che divide i settori (*kerkides*) del teatro greco sia la figura retorica ascendente.

Poniamo ora l'attenzione proprio sulla cavea (Vitr. V 3, 4):

Praecinctiones ad altitudines theatrorum pro rata parte faciendae videntur, neque altiores quam quanta praecinctionis itineris sit latitudo. si enim excelsiores fuerint, repellent et eicient e superiore parte vocem nec patientur in sedibus suis, quae sunt supra praecinctiones, verborum casus certa significatione ad aures pervenire. et ad

11. E. Bosazzi, *Il De architectura di Vitruvio: Studi sulla lingua*, Trieste 2000. In merito alla lingua di Vitruvio si rimanda anche ai seguenti studi: L. Cabellat, *La prose du De architectura*, Paris 1986; E. Romano, *La capanna e il tempio: Vitruvio o dell'architettura*, Palermo 1990; Ead., *Fra astratto e concreto: La lingua di Vitruvio*, in Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, pp. LXXIX-XCV e relativa bibliografia.

12. Bosazzi, *op. cit.*, p. 33.

13. Bosazzi, *op. cit.*, p. 57.

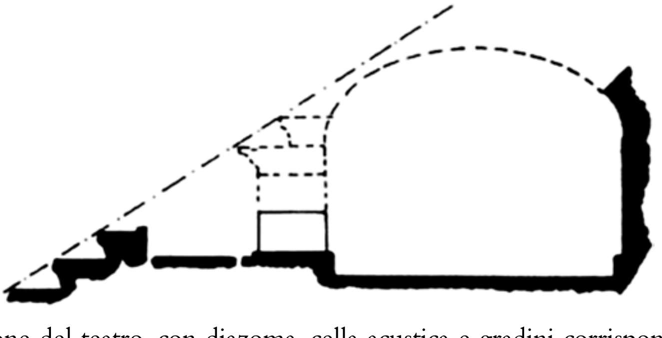
14. *ThlL* VI 2, col. 2136, 40-73, s.v. *gradatio* (U. Knoche).

summam ita est gubernandum, uti, linea cum ad imum gradum et ad summum extenta fuerit, omnia cacumina graduum angulosque tangat: ita vox non inpedietur

(I pianerottoli appaiono dover essere fatti secondo il modulo determinato in relazione alle altezze dei teatri, e non siano piú alti di quanta è la larghezza del passaggio del pianerottolo. Poiché se saranno piú alti, respingeranno la voce e l'allontaneranno dalla parte superiore, né permetteranno che sui loro posti a sedere, quelli sopra i pianerottoli, le flessioni delle parole col loro sicuro significato arrivino alle orecchie. E in generale ci si deve regolare in modo che una corda nel caso sia tirata fino al gradino piú basso e al piú alto, tocchi tutti gli spigoli dei gradini e le estremità. in tal modo la voce non sarà impedita)[15].

Vitruvio utilizza il termine *praecinctio* che comunemente significa cintura e lo applica all'architettura teatrale per indicare il corridoio che divide orizzontalmente il *koilon*; è la stessa operazione che accade con il termine greco diażoma (διάζωμα) che significa cintura in senso generico e corridoio del *theatron* specificatamente. Notiamo che Vitruvio utilizza anche il termine greco *diázoma*, sempre nel libro V del suo trattato, per indicare appunto i corridoi del teatro (V 6, 7)[16]. Mentre il termine *praecinctio* rientra nel lessico specifico dell'architettura teatrale, i termini che indicano i posti degli spettatori sono generici: *sedes* e *gradus*; *sedes* è il posto a sedere di cui contiene appunto la radice e *gradus* il gradino della cavea.

Vitruvio si sofferma sulle precinzioni che acusticamente costituivano una specie di fossa acustica, una zona di arresto e condensamento delle voci sulla pendenza delle gradinate[17]. L'architetto aggiunge, inoltre, che un tea-



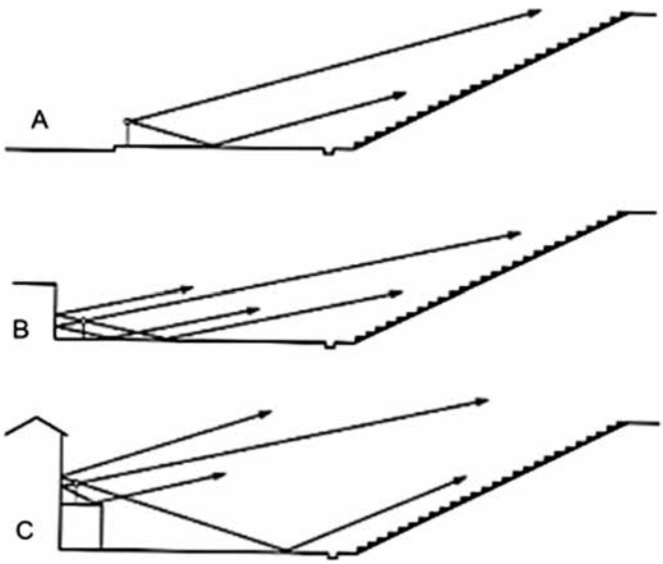
1. Sezione del teatro, con diazoma, cella acustica e gradini corrispondenti (da Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 690).

15. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 559.
16. Bosazzi, *op. cit.*, p. 18; secondo lo studioso si tratta di una neoattestazione.
17. Vd. Ferri, *op. cit.*, p. 287.

tro doveva essere costruito in modo tale che una corda tirata dal gradino piú alto al piú basso toccasse tutti gli spigoli dei gradini (fig. 1)[18].

L'angolazione delle gradinate è pertanto un elemento essenziale ai fini di una buona acustica, poiché essa è il risultato della combinazione del principio fisico della riflessione dell'onda da parte di un ostacolo quindi delle onde sonore sui materiali adoperati dai costruttori, nel nostro caso lapidei, e dall'angolazione di questi rispetto alla sorgente sonora.

Il suono viene riflesso piú volte tra palcoscenico e gradinate, creando un riverbero che amplifica le voci. Utile alla comprensione l'immagine seguente (figg. 2A-C):



2. Traiettoria dei raggi sonori emessi da una sorgente puntiforme (da M. Abeti-G. Iannace-G. Ciaburro-A. Trematerra, *Il fascino del teatro antico*, «Argomenti di architettura» 2, 2020, p. 4 fig. 6).

Nella figura 2A il teatro è senza palcoscenico e senza scena; il suono emesso dagli attori giunge agli spettatori seduti nella cavea senza contributi delle riflessioni sonore: il riferimento è al teatro arcaico di VI sec. a.C. Nella figura 2B è presente la scena; il suono emesso dagli attori è riflesso dalla parete di scena posteriore e quindi giunge amplificato agli spettatori posti nella cavea: il riferimento è al teatro classico di V secolo a.C. La figura 2C mostra

18. Vd. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 559 nn. 4 sg.

la presenza di un palcoscenico, il *logheion*[19], sul quale recitano gli attori, e di una parete di scena posteriore alla sorgente sonora e al palcoscenico; il suono emesso dagli attori è riflesso dal palcoscenico e dalla parete di scena posteriore e quindi amplificato giunge in modo uniforme agli spettatori posti nella cavea[20]: il riferimento è al teatro ellenistico di IV secolo a.C. come Epidauro.

Gli architetti antichi, inoltre, pur non conoscendo le leggi della diffrazione sulle superfici ondulate dei sedili, riuscirono a costruire teatri in grado di esaltare la voce. Agli spettatori, oltre al suono diretto e a quello riflesso dalla parete di scena posteriore, giunge anche la diffrazione multipla di tutte le gradinate costruite in pietra che si trovano alle loro spalle; i sedili lapidei, infatti, agiscono da filtri acustici indebolendo le basse frequenze come il rumore di fondo (si pensi al vento) o il brusio e consentendo la diffusione delle alte frequenze delle voci degli attori e della musica[21].

Consideriamo ora gli *echea* o vasi risuonatori (Vitr. V 5, 7 sg.):

cum autem ex solidis rebus theatra constituuntur, id est ex structura caementorum, lapide, marmore, quae sonare non possunt, tunc echeis hae rationes sunt explicandae. Sin autem quaeritur, in quo theatro ea sint facta, Romae non possumus ostendere, sed in Italiae regionibus et in pluribus Graecorum civitatibus. etiamque auctorem habemus Lucium Mummium, qui diruto theatro Corinthiorum ea aenea Romam deportavit et de manubiis ad aedem Lunae dedicavit. multi etiam sollertes architecti, qui in oppidis non magnis theatra constituerunt, propter inopiam fictilibus doliis ita sonantibus electis hac ratiocinatione compositis perfecerunt utilissimos effectus

(Quando però i teatri sono costruiti con materiali solidi, cioè con struttura cementizia, pietra e marmo, che non possono risuonare, allora in base a queste esigenze si devono porre in opera queste regole con i risuonatori. se però ci si chiede in quale teatro essi siano stati realizzati, non possiamo mostrarne a Roma, ma in regioni d'Italia e in molte città dei Greci, e abbiamo come testimone Lucio Mummio, che distrutto il Teatro di Corinto, portò tali oggetti bronzei a Roma e li dedicò come parte del bottino presso il Tempio della Luna. Inoltre, molti architetti ingegnosi, che stabilirono teatri in cittadelle non grandi, per penuria di mezzi, scelti dei doli

19. Il termine *logheion* compare in Vitruvio con una perifrasi di accompagnamento: *et scaenam recessiorem minoreque latitudine pulpitum, quod logeion appellant* (Vitr. V 7, 2); cf. Bosazzi, *op. cit.*, p. 29.

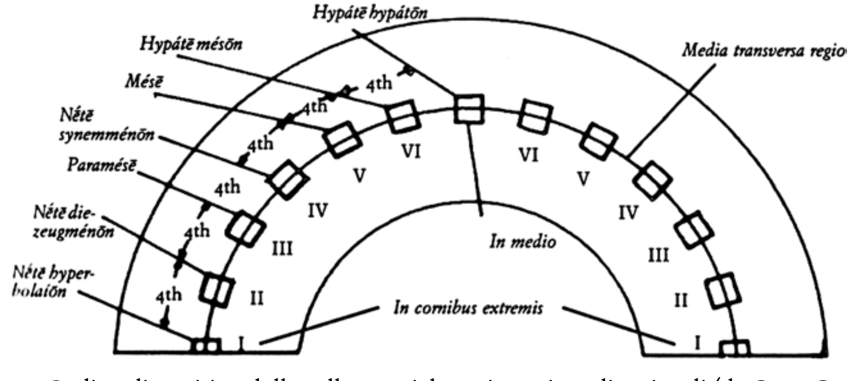
20. Abeti-Iannace-Ciaburro-Trematerra, *art. cit.*, p. 4.

21. Cf. N.F. Declercq-C.S.A. Dekeyser, *Acoustic Diffraction Effects at the Hellenistic Amphitheter of Epidaurus: Seat Rows Responsible for the Marvelous Acoustics*, «Journ. Acoustical Soc. America» 121, 2007, pp. 2011-22.

fittili risonanti allo stesso modo, disposti con lo stesso sistema, ottennero risultati assai utili)[22].

Nel libro V, con un'ampia digressione sulla teoria dell'armonica, Vitruvio pone l'accento sull'utilizzo dei vasi risuonatori da inserire in maniera opportuna sotto le gradinate della cavea per migliorare l'acustica; soluzione che troverà applicazione nei risuonatori acustici in uso nei teatri moderni[23].

Gli antichi greci erano consapevoli del fatto che le anfore vuote potessero apportare cambiamenti all'acustica di spazi chiusi. Uno dei primi riferimenti risale ad Aristotele che nel suo libro *Problemata*[24] cercò di rispondere alla domanda: «perché se si seppellisce un grande vaso o vasi vuoti con coperchio, l'edificio echeggia di piú e anche se c'è un pozzo o una cisterna nella casa?»[25]. Secondo Vitruvio affinché la voce degli attori giungesse piú chiara e distinta agli spettatori, specialmente nei teatri di maggiori dimensioni, gli antichi architetti crearono celle acustiche al di sotto dei gradoni della cavea dove disposero vasi bronzei. Studiando le teorie del suono di Aristotele e del suo allievo Aristosseno di Taranto (364-304 a.C.), Vitruvio riferisce che queste risonanze erano ottenute distribuendo con regolarità un grande numero di vasi di bronzo con la funzione di risonatori acustici in tutto il teatro. Per la collocazione delle celle acustiche Vitruvio riprende il diagramma di



3. Ordine dispositivo delle celle acustiche nei teatri medio-piccoli (da Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 691).

22. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 569.

23. Iannace-Mazzoni, *art. cit.*, pp. 159-79.

24. L'attribuzione dell'opera ad Aristotele è discussa; non è questa la sede di approfondire la questione.

25. Aristot. *probl.* 2, 8 sg., 899b-900a; 19, 50, 922b-923a.

Aristosseno che si basa sulla scala musicale pitagorica e prevede la collocazione di 13 celle, ognuna in grado di amplificare una determinata nota[26]. La fig. 3 mostra lo schema della disposizione degli *echea*.

Consideriamo ora da vicino il testo di Vitruvio. È qui utilizzato il termine *echea*. Si tratta della traslitterazione del termine greco ηχεία, letteralmente echeggiatori. Il termine è classificato da Bosazzi come neoattestazione di un termine greco musicale[27]. Il *ThlL* V 2, col. 43, 2-83 (I. Kapp-G. Meyer), attesta il termine solo in Vitruvio che si riferisce ai vasi risuonatori, indicandoli poche righe sotto anche in modo metonimico con l'aggettivo *aenea*, ossia bronzei. Stretto è il confronto tra gli *echeia* vasi risuonatori teatrali e gli *echeia* anfore contenitori di sassi che, gettati su bacili bronzei, riproponevano i suoni dei fulmini negli iposceni teatrali; si tratta anche in quest'ultimo caso di vasi disposti in ambienti teatrali, funzionali a realizzazioni di suoni ottenuti mediante vasi bronzei[28].

Consideriamo ora la *theatri conformatio*, una procedura ottenuta con riga e compasso che stando a Vitruvio conferisce al teatro greco la forma ideale (Vitr. V 7, 1):

In Graecorum theatris non omnia isdem rationibus sunt facienda, quod primum in ima circinatione, ut in latino trigonorum IIII, in eo quadratorum trium anguli circinationis lineam tangunt, et cuius quadrati latus est proximum scaenae praeciditque curvaturam circinationis, ea regione designatur finitio proscaenii

(Nei teatri dei greci non tutte le parti debbono essere fatte con i medesimi criteri, perché in primo luogo nella circonferenza della parte piú bassa, mentre nel teatro latino i vertici dei 4 triangoli toccano la circonferenza del cerchio, in questo la toccano i vertici di tre quadrati, e il lato del quadrato che è il piú vicino alla scena e taglia la curva del cerchio, su tale linea sia segnato il limite del proscenio)[29].

È utile alla comprensione servirsi della successiva immagine (fig. 4).

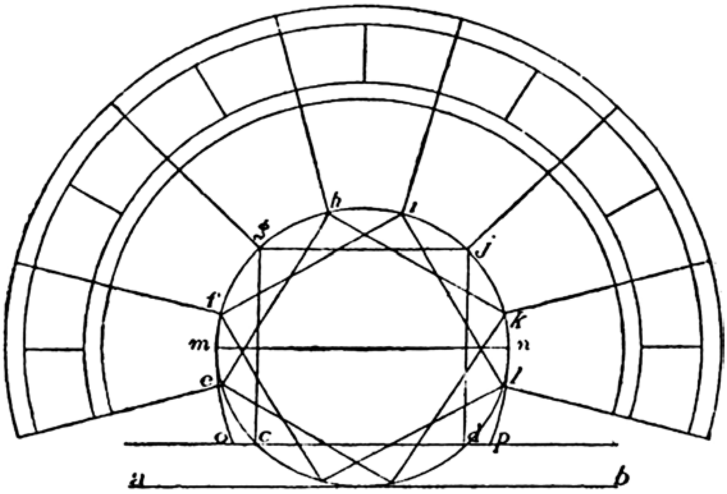
Dopo aver tracciato la circonferenza con il compasso, la cui apertura corrisponde in scala al raggio della futura orchestra, viene attuata la suddivisione della circonferenza mediante tre quadrati inscritti e ruotati in modo da toccarla in dodici punti equidistanti. Ne deriva la costruzione di un dodecagono regolare in una circonferenza. Il lato c-d di uno dei quadrati, prescelto

26. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, pp. 565-89 e nn. pp. 686-92; Ferri, *op. cit.*, p. 288; Abeti-Iannace-Ciaburro-Trematerra, *art. cit.*, p. 8.

27. Bosazzi, *op. cit.*, p. 41.

28. Cf. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 686 n. 184.

29. Gros-Corso-Romano, *op. cit.*, p. 573.



4. Conformazione del teatro greco (da Tosi, *art. cit.*, fig. 4).

come base, delimita il proscenio, mentre la linea a-b, parallela al lato c-d e tangente alla circonferenza, segna l'allineamento della *scaena*. Con questo tracciato, inoltre, Vitruvio ha definito a livello grafico la posizione e la profondità del proscenio rispetto al fondale scenico.

La cavea greca è generata dalla proiezione lungo i raggi di rette che si dipartono dai punti di incidenza, in questo caso otto (e, f, g, h, i, j, k, l), cui corrispondono i settori del teatro. Secondo Vitruvio questo è un modello *emendatus*, privo di mende, ossia perfetto[30]. È probabile che l'architetto non conoscesse il teatro di Epidauro, che non presuppone l'iscrizione di un dodecagono nella circonferenza bensí di un icosagono[31], ossia un poligono regolare di 20 lati. Il teatro che rispetta piú fedelmente la planimetria descritta da Vitruvio è il teatro di Priene in Turchia.

Dal punto di vista linguistico notiamo che il termine *circinatio* indica l'azione di descrivere un cerchio, il *circulus*. Il *circinus*, come già detto, è invece lo strumento compasso con cui tracciare il cerchio. Notiamo anche il lessico specificatamente teatrale: *scaena*, *proscenium*, *orchestra*. Bosazzi correttamente classifica *proscenium* e *orchestra* come termini greci precedentemente attestati in autori latini[32]; in entrambi i casi lo studioso cita Varrone (*ling. Lat.* V 58;

30. Tosi, *art. cit.*, p. 177.
31. Vd. Ferri, *op. cit.*, p. 283.
32. Bosazzi, *op. cit.*, pp. 25 (*proscenium*) e 43 (*orchestra*).

Men. 561 Astbury); *proscenium* è presente anche in Virgilio (*georg.* II 381). Anche *scaena* deriva, come è noto, da un termine greco: σκηνή. Nel caso del lessico specifico Vitruvio ricorre ai termini greci traslitterati.

Possiamo ora trarre le prime conclusioni. A lungo è pesato sul trattato di Vitruvio il giudizio di un cattivo latino, se paragonato soprattutto a quello del contemporaneo Cicerone[33]. Scrive Bosazzi: «la lingua e lo stile di Vitruvio, pur non essendo né scorretti né stentati, tuttavia non possono essere considerati un modello di classicismo»[34]. Ma proprio questo aspetto può essere evidenziato nella didattica del latino, ossia che il latino non è una lingua monolitica, non è riducibile al solo latino ciceroniano sul quale si impara la grammatica nel biennio. Il latino non solo evolve nel tempo ma inoltre racchiude in sé diversi registri espressivi, date le differenti esigenze comunicative. Lo stesso Vitruvio, nella prefazione proprio al libro V (§§ 2 sg.), dice che un trattato di architettura non può corrispondere alle regole di un testo letterario, né essere di piacevole lettura come una storia o un poema. Si aggiunga che la lingua del trattato vitruviano è un *pastiche* linguistico in cui convivono termini d'uso, grecismi, neologismi; è questo un aspetto da evidenziare in classe poiché tratto comune alle lingue contemporanee. Vitruvio, come un moderno scienziato, spesso non ha un lessico preesistente cui fare riferimento e ricorre quindi a diverse soluzioni: risemantizzare termini esistenti, utilizzare termini stranieri, in questo caso greci, inventare nuovi termini in particolare tecnicismi o nomi astratti[35]. In alcuni casi l'attestazione vitruviana rimane l'unica tramandata, comunque la piú antica[36]. La lingua di Vitruvio diventa quindi in classe occasione per veicolare l'idea del latino come lingua viva del tempo che si adatta alle esigenze della comunicazione.

In merito specificatamente all'acustica in Vitruvio, al termine della lezione è utile condividere con gli studenti non una certezza ma un interrogativo: l'acustica cosiddetta perfetta, come quella del teatro di Epidauro, è il risultato di conoscenze teoriche sulle onde, quindi sul rapporto tra onde e materiali, tra onde e altezze di *logheion* e scena, oppure è il risultato di tentativi empirici? La questione rimane aperta.

Condividiamo, infine, alcune considerazioni metodologiche. La lezione multi-interdisciplinare porta benefici alle discipline coinvolte. Per quanto

33. Sulla questione vd. Romano, *Fra astratto* cit., pp. LXXIX-XCV.

34. Bosazzi, *op. cit.*, p. 8.

35. Cf. Romano, *Fra astratto* cit., p. LXXXIII.

36. Cf. Bosazzi, *op. cit.*, p. 9.

riguarda la matematica gli studenti hanno l'occasione di comprendere che la disciplina non è fine a se stessa, ma strumento applicato nella pratica fin dall'antichità, in questo caso nell'edificazione del teatro greco; lo stesso vale per la fisica i cui principi sono applicati per ottenere un'acustica funzionale.

In merito al latino, gli studenti hanno l'occasione inconsueta di confrontarsi con il latino tecnico e non letterario e anche in questo caso possono capire che la lingua latina era finalizzata alla comunicazione viva di contenuti.

In generale, auspichiamo che gli studenti acquisiscano che latino, matematica, fisica e storia dell'arte sono elementi di un sapere congiunto in cui le discipline dialogano tra loro.

Brunella Carrera
Liceo Manzoni, Lecco

Diana Perego
Università Milano-Bicocca

⋆

Si presenta il contenuto di un'esperienza didattica interdisciplinare proficua. L'oggetto di indagine è stato il teatro greco. Abbiamo considerato l'architettura del teatro greco, la sua acustica, la testimonianza di Vitruvio nel *De architectura*. Lo scopo è stato quello di considerare un oggetto di studio da molteplici punti di vista per mostrare ai nostri studenti come le diverse discipline possano dialogare tra di loro.

The essay reports on an fruitful interdisciplinary educational experience. The subject of investigation was Greek theater. We explored the architecture of Greek theater, its acoustics, and Vitruvius' testimony in De architectura*. The aim was to examine a subject from multiple perspectives to demonstrate to our students how different disciplines can interact with each other.*

PLINIO IL VECCHIO E LA SCIENZA MODERNA

I. Finalità

Si può parlare di 'scienza' e 'scienziati' nel mondo romano antico secondo l'accezione moderna? Che rapporto esisteva all'epoca tra scienza e tecnologia? Il presente percorso didattico ha lo scopo di rispondere a queste domande verificando la differenza tra le figure di scienziato antica e moderna attraverso l'analisi di passi tratti dalla *Naturalis historia* di Plinio il Vecchio. Inoltre, proprio sviluppando un confronto tra il mondo romano antico e l'età contemporanea, tale percorso fornisce una concreta occasione, da un lato, per riflettere su vari aspetti del mondo contemporaneo e sullo sviluppo diacronico della scienza – per quanto concerne i contenuti, i metodi di indagine e quelli di comunicazione – e, dall'altro, per vivificare l'insegnamento del latino e farne percepire ancora l'utilità e l'attualità. L'impostazione metodologica prevede il ricorso al metodo induttivo e all'attività laboratoriale.

II. La cassetta degli attrezzi

Per consentire agli studenti di effettuare correttamente le inferenze richieste, si forniscono loro gli strumenti necessari:

– definizione di scienza, tecnica e tecnologia;

– panoramica dei principali esponenti della scienza, della tecnica e della tecnologia nel mondo greco e romano;

– una questione terminologica: lo scienziato latino come *inventor*;

– natura descrittiva e compilatoria delle opere 'scientifiche' latine;

– considerazioni sulle grandi opere d'ingegno dei romani in contraddizione con la loro scarsa propensione al progresso tecnologico.

Si passa poi alle prime domande-stimolo:

– quali caratteristiche vi aspettate di individuare in un'opera che si possa definire scientifica?

– che differenza individuate tra gli esponenti greci e romani dell'ambito scientifico-tecnologico?

In questa fase gli studenti acquisiscono la consapevolezza della differenza tra la scienza, avente una natura piú astratta (in quanto sistema di conoscenze ottenute, a partire da assiomi, attraverso un'attività di ricerca prevalentemente organizzata con procedimenti metodici e rigorosi e che prevede tuttavia anche il ricorso alla sperimentazione), la tecnica, piú pragmatica (poiché è un insieme di attività pratiche basate su norme acquisite empiricamente, o sulla tradizione, o sull'applicazione di conoscenze scientifiche, e finalizzate a scopi pratici attraverso l'uso di strumenti), e la tecnologia, una sorta di ponte tra le due (che può essere definita come un'area di studio sistematico e come applicazione pratica di tecniche e conoscenze scientifiche per razionalizzare l'intervento produttivo e per creare strumenti e sistemi che migliorino la qualità della vita umana).

Dal confronto tra le figure del mondo greco e di quello romano gli studenti si rendono conto che, mentre esistono figure di scienziati e 'tecnologi' greci (Eratostene, Archimede, Erone, solo per citarne alcuni) lo stesso non può dirsi in ambito romano: le opere, ad esempio, di Marco Vitruvio Pollione (*De architectura*), Pomponio Mela (*De chorographia*), Aurelio Cornelio Celso (*De medicina*), Lucio Giunio Moderato Columella (*De re rustica*), Sesto Giulio Frontino (*De aquis urbis Romae*), pur facendo salvo il loro importante valore documentario, hanno natura prettamente descrittiva e pragmatica.

Il carattere non speculativo né 'scientifico' della cultura romana è poi confermato dal fatto che nella lingua latina non esiste una parola per indicare lo scienziato: Archimede è definito da Tito Livio un *inventor*[1], mentre il termine *sapiens* indica chi è dotato di cultura, in particolare filosofica. Quindi lo scienziato è per i romani 'colui che trova' quasi per caso, non in seguito a ricerca sistematica, ciò che la Natura manifesta anch'essa, a quanto pare, casualmente.

Infine, si evidenzia la contraddizione tra il notevole livello di sviluppo tecnico e tecnologico a cui i Romani sono giunti, testimoniato dalle loro opere architettoniche e idrauliche (acquedotti, strade, cantieristica navale, tecniche costruttive e cosí via) e la diffidenza degli intellettuali romani nei confronti del progresso tecnico. Infatti, nonostante si trovi una valutazione positiva della tecnica in autori come Lucrezio[2] o, in misura minore, Seneca[3], in generale il lavoro manuale connesso allo sviluppo della tecnica e della tecnologia non gode di grande favore presso i Romani e tendenzialmente la

1. Liv. XXIV 34, 2 A*rchimedes is erat, unicus spectator caeli siderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorum tormentorum operumque, quibus quicquid hostes ingenti mole agerent, ipse perlevi momento ludificaretur.*

2. Lucr. V 1350-75: Lucrezio afferma che le tecniche migliorano la vita e consentono di imitare la natura nell'intervento sull'ambiente.

3. Sen. *epist.* 64, 7: secondo Seneca la sapienza applicata produce effetti encomiabili, deriva dall'impegno comune e raggiunge un risultato provvisorio, ma non bisogna smettere di perseguirlo.

tecnica viene fatta coincidere con un regresso morale. Ciò emerge anche da apologhi come la novella del vetro infrangibile, narrata nel *Satyricon* di Petronio[4], o da un episodio riportato nella *Vita divi Vespasiani* di Svetonio[5]; del resto, in altri passi del suo *De rerum natura* lo stesso Lucrezio[6] evidenzia anche gli aspetti negativi della tecnica che, in una delle sue *Epistulae ad Lucilium*, anche Seneca non apprezza[7].

III. Nell'occhio del ciclone: Plinio il Vecchio

Questa seconda fase è suddivisa in due momenti.

1) Si presentano gli aspetti strutturali della *Naturalis historia* di Plinio il Vecchio:

– l'importanza dell'indice del libro I per la sistematizzazione dei dati;
– l'utilità del progetto enciclopedico;
– l'impostazione moralistica stoica dell'opera.

Alla presentazione generale dell'opera è associato un secondo gruppo di domande-stimolo:

– quali sono gli aspetti strutturali della *Naturalis historia* che si possono associare a un'impostazione scientifica?
– quali aspetti, invece, non scientifici si possono individuare nella struttura?

4. Petron. 51: Trimalchione narra che l'imperatore fece tagliare la testa all'artigiano che gli aveva mostrato una bottiglia di materiale infrangibile, in quanto temeva che la diffusione di questo materiale avrebbe svalutato l'oro. Dunque, nell'ottica romana l'interesse per gli aspetti socio-economici sembra prevalere sulla spinta per il progresso tecnologico.

5. Suet. *Vesp.* 18. Vespasiano all'ingegnere inventore di un macchinario per trasportare con poca spesa pesanti colonne sul Campidoglio offrí una considerevole somma; lo scopo sembra fosse quello di evitare che tale macchinario fosse utilizzato, visto che l'imperatore accompagnò tale somma con l'affermazione di voler essere lui a nutrire il popolo povero. Oltre a fornire la conferma della prevalenza dell'interesse per gli aspetti socio-economici su quello per il progresso tecnologico, questo episodio risulta quasi un'anticipazione delle problematiche che lo sviluppo tecnologico può comportare a livello occupazionale, come sta diventando drammaticamente probabile o ipotizzabile con la diffusione dei dispositivi di intelligenza artificiale.

6. Lucr. V 1414-33: proprio nei versi successivi a quelli in cui elogia la tecnica, Lucrezio sottolinea che i beni prodotti dalla tecnica provocano affanno e insoddisfazione.

7. Sen. *epist.* 90. Rispetto alla lettera 64, che già aveva un'impostazione non del tutto schierata a favore della tecnica, in questa lettera Seneca assume un atteggiamento ancora piú sfavorevole, sostenendo che la tecnica non è indispensabile (basta la natura) ed è prodotto di uomini ingegnosi, ma non della profondità di pensiero (quindi essa si oppone alla filosofia e alla cultura, che Seneca esalta al massimo grado).

Tale approccio consente agli studenti di riflettere in modo critico sull'opera e la sua eventuale scientificità già a partire dall'analisi della struttura complessiva, applicando una sorta di metodo predittivo.

2) Dopo la lettura commentata di brani in italiano tratti dalla *Naturalis historia* (sempre partendo da domande-stimolo finalizzate all'individuazione di aspetti scientifici e non), gli studenti sono chiamati ad analizzare in lingua originale passi scelti (riportati in appendice), volti a dimostrare la scientificità o meno dell'opera di Plinio dal punto di vista sia stilistico, sia contenutistico, sia, per cosí dire, ideologico. La selezione esclude brani prettamente tecnici e descrittivi (quelli piú assimilabili a un certo tipo di testi moderni), di cui gli studenti hanno comunque un saggio attraverso le letture in traduzione, proposte sia nella fase preparatoria sia a cornice del passo da tradurre. Di ogni passo si richiede l'analisi dei seguenti aspetti:

– struttura (funzione linguistica prevalente informativa, emotiva, conativa, ecc.; struttura testuale espositiva, argomentativa, ecc.) e impostazione (oggettiva / soggettiva);

– contenuti 'scientifici' e non;

– finalità (pragmatica, pedagogica, estetica, informativa, ecc.)

– stile: registro lessicale (alto, medio, basso, settoriale), sintassi (paratattica, ipotattica, mista), presenza di figure retoriche.

Dall'analisi autonoma gli studenti inferiscono le seguenti caratteristiche:

– struttura argomentativa, impostazione soggettiva (la struttura informativa con impostazione prevalentemente oggettiva è rilevata nelle sezioni piú 'tecniche' dei passi proposti in traduzione italiana);

– espressione di riflessioni moralistiche, filosofiche, antropologiche (ad esempio la critica all'uomo distruttore e profanatore della natura, in un'ottica archeo-ecologista);

– finalità pragmatica, pedagogico-moralistica, informativa, in parte anche estetica;

– presenza di temi non scientifici (ad es. magia e credenze popolari) accanto a quelli scientifici (descrizione delle caratteristiche di piante, animali, costellazioni, medicamenti naturali, ecc.);

– stile disomogeneo;

– cura retorica (non sempre presente e comunque limitata a poche figure retoriche);

– sintassi semplice ma spesso involuta e disordinata (lontana dallo stile 'attico');

– lessico preciso e spesso settoriale.

IV. Scienza sí o scienza no? L'affondo nel presente

Il percorso non è ancora concluso. A questo punto gli studenti hanno concretamente verificato che l'opera di Plinio presenta molti, troppi aspetti non scientifici e hanno quindi risposto alla 'domanda delle domande'; ora ci vuole la prova del nove.

Si sottopongono quindi agli studenti, riuniti in gruppi di lavoro, degli articoli scientifici (possibilmente afferenti ad argomenti già trattati da Plinio) e si chiede loro di analizzare i medesimi aspetti richiesti per la *Naturalis historia*. Dall'analisi emergono le seguenti caratteristiche:

– struttura rigorosamente codificata (*abstract*, introduzione, corredo di grafici e tabelle, ecc.);

– finalità esclusivamente informativa (di descrizione dei fenomeni) ma con l'aggiunta dell'indagine delle cause e dei processi;

– impostazione oggettiva;

– contenuti esclusivamente scientifici trattati con un alto livello di specificità;

– sintassi tendenzialmente paratattica e ad ogni modo chiara;

– lessico preciso e settoriale;

– assenza di orpelli retorici.

Ergo, i testi scientifici moderni prevedono una codificazione strutturale, stilistica e tematica rigorosa, assente, di fatto, nell'opera pliniana. Si può, dunque, parlare di scienza nel mondo romano antico? Sembra di no, per quanto riguarda sia l'assenza dell'attività specifica di indagine sia le caratteristiche redazionali dei testi; quanto alla tecnologia, nonostante l'uso consistente che gli antichi Romani ne hanno fatto, emerge una scarsa loro propensione al progresso scientifico-tecnologico, il che aprirebbe un interessante dibattito, quantomai attuale, sul significato di progresso e sull'opportunità o meno di regolamentarlo/rallentarlo.

V. Le diramazioni interdisciplinari

Il percorso termina con un'attività interdisciplinare che coinvolge discipline quali scienze naturali e/o fisica: gli studenti effettuano un esperimento di laboratorio, 'simulando una scoperta', e poi redigono il loro personale articolo scientifico nelle modalità apprese tramite la precedente attività. Il nostro percorso fornisce anche altri spunti interdisciplinari:

– scienze naturali: l'evoluzione delle conoscenze (botanica, zoologia, ecc.);

– scienze naturali: l'evoluzione del metodo di ricerca scientifica;
– italiano: confronto con il metodo galileiano applicato nel *Dialogo sopra i massimi sistemi*;
– italiano: la 'danza delle fonti' (ad esempio, per la concezione della 'natura matrigna', da Lucrezio a Plinio e da Plinio a Leopardi);
– italiano: il lupo mannaro in Plinio, Petronio e nella cultura popolare regionale italiana;
– filosofia: confronto tra la visione della divinità in Plinio e Feuerbach;
– filosofia, italiano, scienze naturali, matematica, fisica: aspetti positivi e negativi e/o possibili interpretazioni del progresso scientifico-tenologico (dall'ecologia all'energia nucleare all'IA e cosí via).

Appendice

Si forniscono i passi tratti dalla *Naturalis historia*[8] che sono stati utilizzati nel presente percorso didattico, con l'indicazione di alcuni spunti di analisi. Per questioni di estensione, dei brani effettivamente somministrati agli studenti si riportano solo estratti[9].

Sull'esistenza degli dei (Plin. *nat.* II 14)

Quapropter effigiem dei formamque quaerere inbecillitatis humanae reor. Quisquis est deus, si modo est alius, et quacumque in parte, totus est sensus, totus visus, totus auditus, totus animae, totus animi, totus sui. Innumeros quidem credere atque etiam ex vitiis hominum, … maiorem ad socordiam accedit

(Pertanto, ritengo tipico della debolezza umana ricercare l'immagine e l'aspetto di un dio. Chiunque sia il dio, purché sia altro dall'uomo e lo sia in qualsiasi parte, egli è tutto sensazione, tutto vista, tutto udito, tutto respiro, tutto anima, tutto se stesso. Rasenta certamente la stupidità in modo piuttosto evidente credere che gli dei siano innumerevoli e anche caratterizzati dai vizi umani).

Il passo è un esempio delle riflessioni di tipo socio-antropologico presenti nell'opera: la descrizione, nel paragrafo precedente a questo, delle caratteri-

8. Il testo della *Naturalis historia* (ed. K. Mayhoff) è tratto dal sito https://penelope.uchicago.edu/Thayer/I/Roman/Texts/Pliny_the_Elder/home*.html. Le traduzioni sono dell'autrice.

9. Nel percorso didattico effettivamente svolto sono stati analizzati integralmente i seguenti passi in lingua originale: Plin. *nat.* II 14 sg., 17, 27; VII 1-5; XVIII 2-5; XXXIII 70-73; VIII 80-84 (qui non antologizzato).

stiche del Sole (che sono di tipo non solo astronomico) offre lo spunto per introdurre la critica alle credenze sulla natura umanizzata degli dei e la riflessione sulle cause di tali credenze. Inoltre, è evidente l'uso dell'anafora (oltre che di omoteleuti), la cui ricorrenza nell'opera testimonia l'attenzione pliniana alla cura retorica.

La natura matrigna (Plin. *nat.* VII 5)

Uni animantium luctus est datus, uni luxuria et quidem innumerabilibus modis ac per singula membra, uni ambitio, uni avaritia, uni inmensa vivendi cupido, uni superstitio, uni sepulturae cura atque etiam post se de futuro

(Solo a lui tra gli esseri viventi è stato dato il dolore, solo a lui la libidine e per di piú in modi innumerevoli e distinti per le singole parti del corpo, solo a lui l'ambizione, solo a lui l'avidità, solo a lui un'immensa brama di vivere, solo a lui la superstizione, solo a lui il culto dei morti e anche la cura della sopravvivenza della propria memoria).

Ricorrono qui le medesime caratteristiche del brano precedente: cura retorica (ancora una volta tramite l'uso dell'anafora) e riflessioni soggettive, stavolta di tipo moralistico-filosofico, sulla natura. Inoltre, il passo, nella sua interezza, presenta una struttura argomentativa, la cui tesi consiste nella critica alla natura, che viene accusata di avere creato l'uomo come la creatura piú fragile.

Sui veleni e il loro uso (Plin. *nat.* XVIII 2)

(Natura) genuit venena. Set quis invenit illa praeter hominem? Cavere ac refugere alitibus ferisque satis est. Atque cum arbore exacuant limentque cornua elephanti et uri, saxo rhinocerotes, utroque apri dentium sicas, sciantque ad nocendum praeparare se animalia, quod tamen eorum excepto homine et tela sua venenis tinguit?

([La natura] Produce i veleni. Ma chi li ha scoperti tranne l'uomo? Agli uccelli e alle bestie basta stare attenti ed evitarli. E per quanto gli elefanti e gli uri affilino e limino le corna con un albero, i rinoceronti con una pietra, i cinghiali [affilino] i pugnali dei denti con entrambi, e per quanto gli animali sappiano predisporsi a nuocere, tuttavia, chi di loro eccetto l'uomo impregna le proprie armi di veleni?).

Anche questo passo è strutturato in forma argomentativa per dimostrare che tra tutti gli esseri animati l'uomo è il piú malvagio (e l'uso diverso che uomini e animali fanno dei veleni ne sarebbe la prova); ancora una volta, emerge l'impostazione non scientifica di molti punti della *Naturalis historia*, per cui la descrizione di un fenomeno od elemento naturale (in questo caso i fiori, i prodotti della terra e degli orti) fornisce lo spunto per riflessioni moraleggianti.

Lo scavo delle montagne (Plin. *nat.* XXXIII 70)

Tertia ratio opera vicerit Gigantum. Cuniculis per magna spatia actis cavantur montes lucernarum ad lumina; eadem mensura vigiliarum est, multisque mensibus non cernitur dies. Arrugias id genus vocant. Siduntque rimae subito et opprimunt operatos, ut iam minus temerarium videatur e profundo maris petere margaritas atque purpuras. Tanto nocentiores fecimus terras! Relinquuntur itaque fornices crebri montibus sustinendis

(Il terzo metodo supererebbe le opere dei Giganti. Dopo aver tracciato gallerie per un lungo tratto, si scavano i monti illuminando con le lucerne; la durata dei turni di guardia è sempre la stessa, e per molti mesi non si vede la luce del giorno. Chiamano questo sistema 'arrugie'. Le spaccature della roccia si aprono all'improvviso e i massi schiacciano gli operai, al punto che sembra ormai meno temerario cercare le perle e le porpore nei fondali marini. Cosí tanto piú pericolose abbiamo reso le terre! Pertanto, spesso le strutture a volta che devono sostenere i monti sono abbandonate).

Questo passo è un esempio di apparente oggettività dell'opera pliniana, che nasconde in realtà una critica all'atteggiamento umano verso gli ambienti naturali (evidente soprattutto nel passo considerato nella sua interezza), sfruttati e danneggiati – o addirittura distrutti – a causa dell'avidità degli uomini, che non mostrano rispetto nemmeno per la vita dei propri stessi simili: una sorta di umanesimo misto ad ecologismo.

Alessandra Ceroni
Liceo Scientifico G. Peano, Monterotondo (RM)

*

Il contributo propone un percorso didattico svolto in una classe quinta di liceo scientifico e basato sul metodo induttivo e l'attività laboratoriale. Il percorso, incentrato sulla *Naturalis historia* di Plinio il Vecchio, è finalizzato a dimostrare che tale opera, nel complesso, non presenta aspetti di scientificità – secondo l'accezione moderna – nell'impostazione, nella struttura, nello stile e nelle finalità e, inoltre, a riflettere sul rapporto contraddittorio del popolo romano con la scienza e la tecnologia. L'attività didattica per gli studenti è stata divisa in quattro fasi: ricevere un quadro complessivo sulla scienza e la tecnologia del mondo antico greco e romano; analizzare sia l'impostazione globale dell'opera di Plinio il Vecchio sia suoi specifici passi in lingua originale e in traduzione (a livello strutturale, contenutistico e stilistico); confrontare l'opera pliniana con un articolo scientifico contemporaneo; svolgere un esperimento scientifico e redigere il proprio articolo scientifico. Infine, si forniscono ulteriori spunti interdisciplinari.

The paper outlines a teaching pathway implemented with a fifth-grade class at a scientific high school, based on the inductive method and laboratory activities. This pathway, focused on Pliny the Elder's Naturalis Historia, *aims to demonstrate that, overall, the work lacks scientific characteristics – according to the modern definition – in its approach, structure, style, and purpose, while also reflecting on the contradictory relationship of the ancient Roman people with science and technology. The students' didactic work was divided into four phases: receiving an overview of science and technology in ancient Greek and Roman civilizations; analysing both the overall framework of Pliny's work and specific passages in Latin and in translation (regarding structure, content, and style); comparing Pliny's work with a contemporary scientific paper; conducting a scientific experiment and writing their own scientific paper. Finally, additional interdisciplinary suggestions are provided.*

L'IMPORTANZA DELLO STUDIO DELLA MATEMATICA NELLA FORMAZIONE DEL PERFETTO ORATORE SECONDO QUINTILIANO: *VIR BONVS 'GEOMETRIAE' PERITVS*

I. Lo studio della matematica nel percorso scolastico del *pver Romanvs*

Nel sistema d'istruzione scolastico dell'antica Roma, dalla tarda repubblica all'impero senza significative differenze, lo studio della matematica e, in generale, delle discipline scientifiche pare non avere rivestito un ruolo di rilievo. Se, infatti, la formazione elementare presso il *ludi magister* o *litterator* prevedeva non solo l'acquisizione delle abilità di lettura e scrittura, ma anche quella di fare conti, gli studi di secondo livello presso il *grammaticus* vertevano essenzialmente su materie letterarie[1]. Presso la scuola del *rhetor*, poi, ovvero al livello piú alto d'istruzione, i giovani che si preparavano alla vita pubblica approfondivano lo studio dei grandi autori (soprattutto quelli in prosa) , componendo essi stessi testi di diversa tipologia e difficoltà[2]. Insomma, lo studio della matematica sembra effettivamente relegato al solo livello elementare e quindi fortemente svalutato nel percorso formativo del *civis Romanus* a vantaggio delle materie linguistico-letterarie.

Da questo scarso interesse dei Romani per le discipline scientifiche è nata l'opinione diffusa secondo la quale a Roma la matematica non abbia mai attecchito. È noto il giudizio *tranchant* dello storico del pensiero matematico Morris Kline, il quale scrive che «il primo disastro fu l'avvento dei Romani, il cui ruolo nella storia complessiva della matematica fu quello di agenti distruttori»; e aggiunge che «la matematica romana merita a malapena di essere menzionata» visto che in undici secoli di esistenza della civiltà latina «non vi fu un solo matematico romano» e, a suo dire, «questo solo fatto dice virtualmente tutto»[3]. Entrando poi nello specifico della di-

1. Nello specifico si studiavano lingue e letterature greca e latina attraverso la lettura dei poeti, da cui si ricavavano nozioni di storia e geografia e pochi rudimenti di fisica e astronomia.

2. Sul percorso scolastico a Roma vd. H.I. Marrou, *Storia dell'educazione nell'antichità*, trad. it. di U. Massi, Roma 1950, pp. 353-83.

3. M. Kline, *Storia del pensiero matematico*, I. *Dall'antichità al Settecento*, ed. it. a cura di A. Conte, Torino 1991, pp. 208 sg.

sciplina, lo studioso definisce rozza l'aritmetica e approssimate le formule geometriche romane, per non parlare del fatto che l'applicazione tanto dell'una quanto delle altre era eminentemente pratica, finalizzata «all'agrimensura, alla fissazione dei confini delle città e alla determinazione degli appezzamenti di terreno su cui dovevano essere costruite le case e i templi»[4].

Non molto lusinghiere pure le parole di William H. Stahl, che ha dedicato alla scienza dei Romani un saggio famoso nel quale scrive che la scienza romana «si mantenne sempre su di un piano decisamente mediocre»[5], e che, addirittura, nel II secolo d.C. questa «creaturina malformata nata in un mondo inospitale, cresciuta rachitica per carenza di nutrimento adeguato, era precipitata in uno stato di decadenza senza avere mai dato prova di essere in grado di diventare adulta»[6].

Eppure, se prendiamo in esame quanto il celebre maestro di retorica Marco Fabio Quintiliano scrive in età flavia nella sua *Institutio oratoria* a proposito dell'importanza dello studio della matematica nella formazione di base del futuro perfetto oratore romano, si potrebbero superare, o quanto meno attenuare, posizioni cosí fortemente negative sul rapporto tra matematica e cultura latina[7], in particolare all'interno di un discorso di carattere pedagogico e morale. Non ci meraviglia, d'altronde, che l'autore, molto attento al lavoro del docente in tutti i suoi aspetti e dotato di una sensibilità pedagogica per molti versi vicina alla nostra, abbia posizioni originali e non consuete per il suo tempo e per il mondo antico in generale, in fatto sia di pratica che di teoria didattica.

4. Su questo vd. anche W.H. Stahl, *La scienza dei Romani*, tr. it. di I. Rambelli, Roma-Bari 1974, p. 8.

5. *Ibid.*, p. 5.

6. *Ibid.*, p. 161.

7. Il sapere scientifico e tecnico dei Romani di recente è stato oggetto di una rivalutazione in seguito a un lavoro di revisione storiografica che ha superato la tesi della stagnazione tecnologica, ossia la valutazione negativa nei confronti delle conoscenze scientifiche nell'antichità e soprattutto nel mondo romano. Su questo vd. G. Di Pasquale, *Le strade della tecnica: Tecnologia e pratica della scienza nel mondo antico*, Firenze 2012, pp. 9-24. Contro stereotipi e pregiudizi sull'interesse dei Romani per la matematica vd. P. Caressa, *La matematica degli antichi Romani* «XlaTangente» 38, aprile 2013, pp. 17-20, e 39, giugno 2013, pp. 17-19. Contributi fondamentali sulle scienze del mondo antico in generale sono in *Dizionario delle scienze e delle tecniche di Grecia e Roma*, I-II, a cura di P. Radici Colace-S. Medaglia-L. Rossetti-S. Sconocchia, Pisa-Roma 2010, e III, a cura di P. Radici Colare-G. Solaro, *ibid.* 2023.

II. Il contributo della *geometria* nella formazione del perfetto oratore secondo Quintiliano

Il passo che ci interessa, di una certa estensione (in tutto 16 paragrafi), chiude il capitolo decimo del primo libro dell'*Institutio oratoria* (§§ 34-49) e arriva dopo che l'autore ha già affrontato una lunga serie di questioni preliminari sull'educazione dei bambini a partire dalla piú tenera età fino all'età scolare. Dopo aver ampiamente trattato della necessità dello studio della grammatica in tutti i suoi aspetti (I 4-9), nel capitolo 10 l'autore discute la questione se sia indispensabile a un oratore una cultura generale, quella che i Greci definivano 'enciclopedica' (*encyclion paedian* I 10, 1)[8], ovvero una formazione completa comprendente conoscenze in tutte le discipline (*artes*), anche quelle compiute e perfette in sé indipendentemente dall'eloquenza, ma che da sole non sono sufficienti a formare un oratore.

Quintiliano, non senza aver prima immaginato le possibili obiezioni alla sua tesi e aver spiegato le ragioni delle sue posizioni favorevoli alla cultura 'enciclopedica' (I 10, 1-8), indica le altre materie in cui i ragazzi, prima di essere affidati al retore, vadano istruiti: esse sono la musica (I 10, 9-33) e la *geometria* (I 10, 34-49), termine attraverso cui si riferisce sia all'aritmetica che alla geometria stessa[9] e che perciò corrisponde al nostro 'matematica'. A chi si chiede a cosa servano tali materie a un oratore (I 10, 3), l'autore risponde che non è certo la musica o la matematica a fare un oratore, ma la loro conoscenza gli gioverà e contribuirà a renderlo completo (I 10, 6), poiché l'eloquenza necessita di una molteplicità di discipline le quali, anche se non si mostreranno in piena evidenza nel parlare, forniscono tuttavia 'una forza segreta' (*vim occultam*) e vengono percepite anche se 'silenziose' (*tacitae*, I 10, 7).

Questo ambizioso programma pedagogico, che comprende non solo le discipline di ambito linguistico-letterario ma anche quelle matematiche, deriva all'autore non tanto dalla tradizione latina[10], quanto da quella greca,

8. Marrou, *op. cit.*, pp. 371 sg., sottolinea come l'istruzione a Roma, benché fondata sul concetto greco dell'*enkyklios paideia*, che comprende tanto le discipline letterarie quanto quelle matematiche, fosse fortemente sbilanciata a favore delle prime.

9. Kline, *op. cit.*, p. 210, spiega che il termine 'matematica' in età imperiale cadde in disgrazia perché gli astrologi erano chiamati *mathematici* e l'astrologia era condannata dagli imperatori romani.

10. Cicerone, che per Quintiliano è fonte di teoria oratoria oltre che modello di stile, ha posizioni molto diverse sull'importanza dello studio della matematica, come possiamo leggere nei primi capitoli del trattato *De oratore* (I 10), dove sono espresse opinioni chiaramente contrarie alla padronanza di discipline scientifiche. In altri passi dello stesso dialogo Cicerone mostra di apprezzare un approccio interdisciplinare per la formazione dell'oratore, ma non si

in particolare da Platone[11]; mentre, però, il filosofo greco apprezzava la matematica e la riteneva propedeutica alla filosofia, raggiungere la quale rappresentava per lui il culmine del processo formativo del futuro dirigente dello stato, Quintiliano mostra interesse verso la disciplina in funzione esclusiva della retorica e della migliore formazione possibile del futuro perfetto oratore e funzionario imperiale. La trattazione di Quintiliano, diversamente da quanto potremmo aspettarci, non punta solo alla ricaduta immediata dello studio della *geometria* in termini di utilità pratica nell'attività oratoria, ma parte in primo luogo dalla sua funzione formativa e poi, allargando ulteriormente lo sguardo, ne lascia intravedere la valenza in campo etico.

III. Le argomentazioni di Quintiliano a favore dello studio della *geometria* per chi è destinato all'attività oratoria

Nel primo paragrafo sulla geometria (I 10, 34), dopo aver sottolineato che la matematica, come i piú ammettono (*fatentur*), tiene viva la mente, rende acuto l'ingegno e procura velocità nell'apprendimento ai piccoli discenti (*agitari … animos et acui ingenia et celeritatem percipiendi venire inde concedunt*), l'autore aggiunge anche che essa giova non tanto, come tutte le altre discipline, una volta che se ne siano acquisiti i contenuti, ma nel processo stesso dell'acquisizione di questi, cioè nel processo di apprendimento e di costruzione del sapere (*sed prodesse eam, non ut ceteras artis, cum praeceptae sint, sed cum discatur existimant*). Questo dato è assai significativo poiché dimostra la consapevolezza del maestro circa i benefici duraturi degli studi matematici sulle giovani menti in formazione, i cui effetti vanno ben al di là del possesso nozionistico dei contenuti disciplinari e si riferiscono al piú alto valore formativo della materia stessa. Quanto fin qui esposto non è, tuttavia, frutto

allontana quasi mai dall'ambito 'umanistico'. Su questo vd. F. Boldrer, *Cicerone e l'approccio interdisciplinare: Introduzione*, «Ciceroniana on line» 3, 2019, fasc. 2 (*Cicerone, l'eloquenza, l'humanitas: Studi sull'opera e la fortuna di un orator e vir bonus romano. Atti del Convegno interdisciplinare, Macerata, 13-14 novembre 2018*, a cura di F. Boldrer ed A. Fermani), pp. 281-87.

11. Sull'importanza della matematica per Platone vd. A. Frajese, *Platone e la matematica nel mondo antico*, Roma 1963. Una raccolta completa dei passi matematici nelle opere di Platone è in M. Cavallaro, *La matematica in Platone*, Roma 2017. Il filosofo assegnò grande importanza agli studi matematici, come si evince dal VII libro della *Repubblica* (521c-27d), dove afferma che i futuri dirigenti dello stato devono possedere un'istruzione accurata in matematica, geometria e astronomia. Isocrate, invece, in polemica con Platone, riteneva che matematica e geometria potessero fornire al piú un'utile ginnastica mentale. Su questa polemica tra Platone e Isocrate vd. D. Pesce, *Le due culture nell'antichità: Isocrate e Platone*, «Riv. di filos. neo-scolastica» 76, 1984, pp. 585-91.

originale del pensiero dell'autore, ma si tratta, come precisa lui stesso nel paragrafo successivo (§ 35), della *vulgaris opinio*, che proviene da posizioni altrui già molto diffuse e condivise, usate qui solo come punto di partenza[12].

Quintiliano passa quindi a specificare i due settori in cui si divide la *geometria* (*numeros* ovvero l'aritmetica e *formas* ossia la geometria), per esplicitarne i rispettivi vantaggi pratici. La conoscenza della prima (*numerorum notitia*), necessaria non solo all'oratore ma a tutti coloro che raggiungano una cultura almeno elementare (*non oratori modo, sed cuicumque primis saltem litteris eruditio necessaria est*), occorre al futuro *orator* nei processi per non apparire *indoctus* allorquando in pubblico, nel pieno di un'orazione, dimostri incertezza nel fare somme e appaia goffo nell'indigitazione[13], mostrando con le dita numeri non rispondenti ai calcoli espressi a voce[14]. Non si tratta di una piccolezza: contare male a voce e con le dita, infatti, danneggerebbe l'immagine dell'*orator*, tenuto a rispettare le regole dell'*actio* e a non perdere mai la sua credibilità dinanzi al pubblico, apparendo in difficoltà o addirittura ridicolo e, quindi, poco affidabile e autorevole.

Nel successivo paragrafo (§ 36) l'autore ricorda brevemente come anche la conoscenza della geometria (*linearis ratio*) sia spesso utile nei processi civili, quando si trattano contese su confini e relative misurazioni di terreni. La geometria, però, presenta anche un legame piú significativo con l'oratoria (*habet maiorem quendam aliam cum arte oratoria cognationem*), come spiegato nella sezione successiva (§ 37): ricorrendo in tutto il paragrafo ben quattro volte all'artificio della domanda retorica per attirare l'attenzione del lettore, Quintiliano individua nell'ordine (*ordo*) un importante punto di contatto tra le due materie, in quanto requisito necessario a entrambe. Ma c'è dell'altro, ovvero il rigoroso metodo logico-deduttivo: l'autore sottolinea, infatti, come sia la geometria sia il discorso, muovendo da premesse, provano le conclusioni e dimostrano l'incerto partendo dal certo; aggiunge anche che entrambe si servono dei sillogismi (su cui si fondano le soluzioni dei problemi

12. A proposito del valore formativo della matematica, D.A. Russell (*Arts and Sciences in Ancient Education*, «Greece and Rome» 36, 1989, pp. 210-25: 212) pensa correttamente che l'autore ricalchi opinioni già presenti in Platone.

13. La *digitorum flexio* o indigitazione era un complesso sistema di numerazione strumentale che si serviva delle dita delle mani per indicare cifre anche molto alte, usato soprattutto dai Romani, ma universalmente noto agli antichi popoli del bacino mediterraneo, e di lí trasmesso agli Arabi e ai Berberi, presso i quali ancora si riscontra. Le regole dell'indigitazione ci sono note grazie ai trattati medievali, come il *Liber de loquela per gestum digitorum* di Beda (VII-VIII sec.) e la *Summa* di Luca Pacioli (1494).

14. Vd. Kline, *op. cit.*, p. 209.

geometrici) i quali, se è vero che sono propri piú della dialettica che della retorica, tuttavia nei discorsi possono talvolta risultare necessari e assumere una particolare forma, quella dell'entimema, ossia del sillogismo imperfetto, mancante o di una delle due premesse o della conclusione (§ 38).

Un ulteriore e assai significativo punto di contatto è poi individuato nel paragrafo successivo (§ 39): l'orazione ha come suo scopo piú importante quello di provare la veridicità di qualcosa, ovvero dimostrarla con prove efficaci, proprio come quelle usate nelle dimostrazioni geometriche. A questo punto Quintiliano aggiunge un concetto di grande interesse, cioè che la geometria, non meno dell'aritmetica[15], con il suo procedimento razionale, smaschera ciò che, pur apparendo verisimile, in realtà è falso. Quest'affermazione, che sottintende che smascherare gli inganni a favore del vero è quanto pure l'orazione deve fare in molte situazioni, è seguita da un'esposizione di argomento geometrico in funzione esemplificativa di notevole lunghezza (§§ 40-45), una vera e propria digressione, alquanto sproporzionata invero rispetto all'insieme, in cui si affrontano questioni relative a estensione di superfici di diversa forma e a misurazione di perimetri e aree. Sembra quasi che l'autore abbia voluto dare un saggio della sua preparazione in materia, la stessa che ogni buon oratore dovrebbe arrivare a possedere. L'ampiezza della digressione, in ogni caso, è segno evidente dell'importanza attribuita alla dimostrazione del valore della geometria e, quindi, della necessità dello studio della stessa.

L'argomento parte da un'affermazione che solo in apparenza è veritiera, ovvero che «figure con perimetri di identica misura non possono che occupare, dentro quei perimetri, identico spazio». L'affermazione, infatti, è falsa poiché a contare piú di tutto è la forma di quel perimetro. Con vari esempi, prendendo in considerazione le figure di cerchi, quadrati, rettangoli e triangoli di diversa forma, ma anche i casi piú concreti di misurazione di campi in iugeri, l'autore dimostra che a perimetri uguali non corrispondono, come si potrebbe erroneamente pensare, aree uguali se le figure sono diverse, e che quanto piú la figura è regolare tanto piú la sua area sarà maggiore a parità di perimetro; e che, inoltre, un perimetro maggiore può contenere anche uno spazio minore. Alla fine, troviamo un breve accenno a superfici

15. A proposito dell'aritmetica Quintiliano accenna alle *pseudographiae*, delle non meglio definite 'false figure', 'forme ingannevoli', con cui l'autore dice che era solito giocare da bambino, di cui però non sappiamo nulla. Cf. S. Corsi, *Quintiliano. La formazione dell'oratore*, I, Milano 1997, p. 239 n. 51: «Non si sa di cosa si tratti esattamente». D.A. Russell, *art. cit.*, p. 213, traduce la parola con l'espressione «trick diagrams».

non piane (come colline e valli), le quali avranno ovviamente un'estensione maggiore del cielo che le ricopre.

Questa digressione si presenta come una vera e propria lezione di geometria[16], con tanto di esemplificazioni di diversa difficoltà, sul problema classico dell'isoperimetria[17], noto anche come problema di Didone[18], che ha origini nella matematica greca antica e fu probabilmente formulato per la prima volta intorno al IX secolo a.C. Anche se già i Greci[19] intuirono che la soluzione dovesse essere il cerchio, tuttavia il problema rimase per molti secoli privo di dimostrazione. Molti matematici, infatti, hanno dovuto lavorare a lungo per dare basi rigorose a tale intuizione, riuscendoci solo a partire dalla prima metà del 1800, circa duemilacinquecento anni dopo la sua formulazione[20].

Terminata questa sezione, Quintiliano introduce un ulteriore vantaggio degli studi matematici (§ 46): adoperando ancora una volta un'interrogativa retorica, sostiene che la *geometria* è quella disciplina che si eleva fino a studiare razionalmente il cosmo (*Quid quod se eandem geometria tollit ad rationem usque mundi?*), quindi a spiegare con calcoli numerici le orbite regolari e fisse degli astri, grazie ai quali impariamo che nulla nell'universo avviene a caso.

16. Questa sezione del passo è definita 'introduzione elementare al classico problema isoperimetrico' da P. Maroscia, *Matematica e racconto*, «La matematica nella società e nella cultura» 3, 2010, pp. 375-97: 375. A p. 382 lo studioso, apprezzando la «sensibilità e la finezza psicologica di Quintiliano nel trattare argomenti di matematica», afferma che «l'esposizione in questione potrebbe venir presa a modello per una lezione di geometria, anche oggi».

17. Sulla storia del problema classico dell'isoperimetria vd. G. Di Meglio, *Il problema isoperimetrico classico, storia e mito*, «Matematicamente.it» 13, 2010, pp. 15-21. Sull'argomento in generale cf. R. Osserman, *The Isoperimetric Inequality*, «Bull. of Amer. Mathematical Soc.» 84, 1978, pp. 1182-238; V. Blasjo, *The Isoperimetric Problem*, «Amer. Mathematical Monthly» 112, 2005, pp. 526-66.

18. Vd. E. Castelnuovo, *La costruzione di Cartagine. Il cerchio in un Dialogo di Galileo*, in *Pentole, ombre, formiche: In viaggio con la matematica*, a cura di N. Lanciano, Novara 2017, pp. 41-43.

19. Non abbiamo notizie certe dei matematici che si occuparono dell'argomento prima del periodo ellenistico. Il primo di cui possiamo dire con certezza che studiò il problema fu Zenodoro, matematico greco vissuto nel II sec. a.C., autore di un perduto trattato sullo studio delle figure isoperimetriche a noi noto attraverso l'opera *Mathematicae collectiones* di Pappo e gli scritti di Teone (entrambi attivi, a poca distanza l'uno dall'altro, come docenti alla scuola di Alessandria nel IV sec. d.C.). Su questo matematico alessandrino vd. G.J. Toomer, *The mathematician Zenodorus*, «Greek, Roman and Byz. Studies» 13, 1972, pp. 177-92. Sul problema isoperimetrico di Zenodoro vd. il contributo di G.P. Leonardi, *Il mistero isoperimetrico di Zenodoro*, in *Vedere la Matematica… alla maniera di Mimmo Luminati*, a cura di F. Broglia-M. Dedò-I. Tamanini, Pisa 2015, pp. 101-19.

20. Sulla storia del problema vd. E. Cinti, *Il problema isoperimetrico: una storia lunga 2000 anni*, «Matematica, cultura e società» 4, 2019, pp. 95-106.

A questo punto, la *geometria* si interseca con l'astronomia: è il momento piú alto della trattazione, ovvero quello in cui l'autore individua nelle conoscenze scientifico-matematiche quella funzione di antidoto contro le paure e le superstizioni popolari che attanagliano l'uomo e gli impediscono di vivere serenamente, funzione tradizionalmente riconosciuta alla filosofia. Quintiliano non manca di sottolineare anche come conoscere le leggi matematiche che regolano i fenomeni naturali risulti utile all'uomo politico e all'oratore in certe circostanze particolarmente difficili o imprevedibili, sia in tempo di pace che di guerra. A dimostrazione di ciò (§§ 47 sg.) riporta alcuni episodi famosi che vedono come protagonisti celebri uomini politici Greci e Romani, come quello in cui Pericle tranquillizzò gli Ateniesi spaventati da un'eclissi di sole[21] e quello in cui Sulpicio Gallo allontanò la paura e la superstizione dall'animo dei soldati dell'esercito di Lucio Emilio Paolo, spaventati da un'eclissi di luna[22]. In entrambi i casi i due uomini politici, assumendo il ruolo di oratori e utilizzando le loro conoscenze scientifiche in discorsi rivolti a un uditorio popolare e incolto, in un momento di particolare pericolo, sono riusciti ad allontanare paure irrazionali, derivanti da ignoranza in *geometria*, che avrebbero potuto avere conseguenze disastrose. Lo stesso non avvenne invece in un'altra circostanza, pure riferita dall'autore per dimostrare i pericoli a cui va incontro chi non possiede una formazione dello stesso tipo: nel 415 in Sicilia, Nicia, all'oscuro di conoscenze scientifiche, mentre era a capo dell'esercito ateniese, fu spaventato da un'eclissi e andò incontro alla rovina[23].

Tutta l'esposizione, che volge ormai alla conclusione[24], culmina nella seguente riflessione (§ 49): se è vero che attraverso le dimostrazioni di geometria piana si possono risolvere molti problemi altrimenti difficilmente comprensibili (come la tecnica della divisione, la sezione all'infinito e la velocità di crescita), e se è vero pure che l'oratore deve saper parlare di tutti gli argomenti, allora egli non può in nessun modo ignorare la matematica (*ut, si est oratori … de omnibus rebus dicendum, nullo modo sine geometria esse possit*)[25], affer-

21. Plut. *Pericl.* 35.

22. Liv. XLIV 37.

23. Tuc. VII 50, 4; Plut. *Nic.* 23. Quintiliano accenna brevemente anche a un caso simile di cui fu protagonista Dione (Plut. *Dion.* 24).

24. Attraverso un'efficace preterizione, l'autore, prima di concludere, segnala anche l'utilità bellica delle conoscenze scientifiche attraverso l'esempio famoso della resistenza messa in atto dal solo Archimede durante l'assedio romano di Siracusa capeggiato da Claudio Marcello nel 211 a.C. (Plut. *Marcell.* 16-19).

25. Quintiliano pare cosí superare la posizione ciceroniana esposta da Crasso nel *De oratore*

mazione che, dopo tanta accurata argomentazione, non lascia adito a dubbi sull'effettivo pensiero dell'autore[26].

Da quanto fin qui esposto, possiamo ricavare che una formazione che porti a conoscenze solide e approfondite di matematica per colui che dovrà diventare perfetto oratore è necessaria per tre ordini di motivi: in primo luogo, in età scolare tale disciplina dovrà essere studiata per la sua specifica funzione formativa, ossia per i benefici a lungo termine che ne trarranno le giovani menti ancora da plasmare, che saranno stimolate, allenate e ordinate come forse solo questa materia può fare. In età adulta, poi, la padronanza dei contenuti e dei metodi di questa stessa disciplina dimostrerà tutta la sua utilità in campo professionale: in particolare, essa sarà di grande aiuto agli oratori durante i processi per fare calcoli e misurazioni in cause civili che lo richiedano, ma soprattutto una formazione di tipo matematico fornirà un modello infallibile per la costruzione di un'orazione ordinata, coerente e logica, che provi in modo convincente e incontrovertibile ciò che è vero e smascheri ciò che è falso; e questo stornerà il rischio di un uso scorretto o disonesto della parola. Infine, dal momento che la *geometria* applicata ai fenomeni naturali allontana dagli animi le paure infondate dovute a ignoranza e superstizione, rivelando le leggi che regolano l'universo, essa sarà indispensabile per vivere una vita serena, libera da paure irrazionali che mettono inutilmente in pericolo l'uomo o ne ostacolano l'azione. Nella visione quintilianea, dunque, alla base dell'importanza dello studio della matematica vi sono contemporaneamente ragioni formative, professionali ed etiche. L'oratore perfetto, che, se-

(I 61), secondo cui le scienze naturali e la matematica possono essere brillantemente esposte da coloro che le posseggono solo ricorrendo alle capacità oratorie, mentre l'oratore è in grado di parlare di tutti gli argomenti, una volta che ne sia stato edotto, anche meglio degli stessi specialisti. Insomma, per Cicerone i matematici dovrebbero essere necessariamente oratori per esporre i contenuti della loro disciplina, mentre gli oratori non avrebbero bisogno di essere esperti della materia per parlare di matematica.

26. Secondo Marrou (*op. cit.*, p. 372), Quintiliano, quando conclude la sua trattazione dicendo che l'oratore non può in nessun modo essere privo di *geometria*, usa una «bella formula, degna in sé di Platone», ma di portata pratica molto attenuata, giacché, poco piú avanti (I 12, 12-14), afferma che una volta avviata l'attività creativa piú impegnativa, il futuro oratore dovrà dedicare alla matematica e alle altre discipline solo i ritagli di tempo. In realtà, tale affermazione non inficia l'utilità e il valore formativo che l'autore assegna agli studi matematici, ma riguarda unicamente il tempo ridotto da dedicare ad essi una volta che la formazione del giovane sia giunta ad un punto di svolta, quando cioè sia arrivato il momento di dedicarsi il piú possibile alla composizione scritta, attività che richiede impegno, tempo ed energie. È significativo, anzi, il fatto che a conclusione dello stesso libro l'autore consigli di occupare il tempo libero con un maestro di matematica o di musica, in attività definite oneste (*honesta*, I 12, 18) e anche piú piacevoli rispetto a passatempi frivoli e grossolani.

condo la nota definizione, è *vir bonus dicendi peritus*[27], uomo onesto, moralmente integro abile nell'arte della parola, non può dirsi tale, o meglio non può diventare tale, se a digiuno di matematica, e per questo possiamo dire che egli deve necessariamente essere anche *geometriae peritus*.

Perché proporre il passo di Quintiliano agli studenti liceali?

Il passo esaminato, nonostante il suo notevole interesse, non viene di solito proposto all'attenzione degli studenti liceali perché dell'*Institutio oratoria* si ritiene imprescindibile a livello scolastico la lettura di quei brani in cui, con spirito moderno e innovativo, Quintiliano affronta varie questioni pedagogiche e didattiche proponendo riflessioni ancora oggi valide e interessanti, e/o la traduzione e l'analisi di quei passi noti in cui si tratteggia la figura del buon maestro, si definisce il rapporto docente-allievo, si forniscono giudizi critici sullo stile degli autori da leggere, si affronta la questione della decadenza dell'oratoria, si elencano le qualità del perfetto oratore. Inoltre, nei manuali scolastici il nostro brano solo raramente è antologizzato, circostanza che deriva, in parte, dalle considerazioni appena esposte[28], in parte, dal suo contenuto alquanto distante dagli interessi piú immediati del latinista. Non è un caso che esso abbia finora attirato molto di piú l'attenzione di studiosi di storia della matematica che di specialisti di letteratura latina.

Tuttavia, in particolare nei licei scientifici e soprattutto nei licei matematici, il passo potrebbe risultare di grande utilità tanto per l'insegnamento della letteratura e della civiltà latine quanto per quello della matematica. Esso, infatti, prima di ogni cosa dimostra che nel mondo latino lo studio della matematica non era trascurato o svalutato, anzi ritenuto indispensabile per la formazione del perfetto *civis* e *orator* romano dal grande maestro di epoca flavia e non solo per mere finalità pratiche ma anche per piú alti scopi di ordine pedagogico e morale. Il passo relativo al problema isoperimetrico,

27. Questa famosa definizione, già coniata da Catone il Censore e poi ripresa da Cicerone, si trova nell'ultimo libro del trattato quintilianeo (XII 1, 1).

28. Uno dei pochi manuali scolastici di letteratura latina in cui il passo è presente è quello di A. Diotti-S. Dossi-F. Signoracci, *Libri et homines*, III, Torino 2020, pp. 346 sg., dove è proposto come testo-laboratorio (*Comprensione e traduzione di un testo in latino*) in forma però abbreviata, poiché è stata eliminata tutta la lunga sezione sul problema isoperimetrico (§§ 40-45). Nella precedente edizione del manuale, ora non piú in commercio (*Narrant*, III, Torino 2016, pp. 314 sg.) il passo era invece presente tra i brani della scelta antologica, sempre in forma ridotta. Significativo, infine, il fatto che nel vol. III del recentissimo *Tria corda* (stampato nel 2024), curato dagli stessi autori, il brano sia stato del tutto eliminato.

poi, soprattutto se letto in lingua originale, offre agli studenti la possibilità di riflettere sulla lingua latina adoperata per spiegare argomenti non strettamente letterari, e quindi fornisce l'occasione per approfondire il lessico latino scientifico. Questa stessa sezione è di grande rilievo anche per la didattica della matematica: essa, infatti, sottoposta all'attenzione degli alunni in un percorso interdisciplinare che coinvolga geometria, lingua latina e storia, offrirebbe l'occasione per trattare, anche in una prospettiva storica, un argomento di geometria piana che di regola non è affrontato nelle lezioni curriculari.

Il fatto stesso, inoltre, che un autore autorevole in campo educativo come Quintiliano prescriva lo studio della *geometria* come irrinunciabile per la formazione di un futuro brillante oratore, destinato all'attività politico-oratoria ai massimi livelli, induce gli studenti a riflettere sul grande valore formativo della matematica in sé, come disciplina che plasma la mente e ne potenzia le capacità, che fornisce modelli di ragionamento logico e costruzione corretta del pensiero. Il suo studio, pertanto, è necessario per preparare al meglio un qualsivoglia professionista di alto livello che operi anche in campi apparentemente lontani dalla disciplina stessa.

Per concludere, possiamo affermare che il piú famoso *rhetor* dell'antichità, dimostrandoci in modo convincente che per arrivare a possedere e usare correttamente l'eloquenza c'è bisogno di conoscenze scientifico-matematiche e che per mettere a frutto queste conoscenze per l'utile comune c'è bisogno di eloquenza, merita la nostra attenzione di studiosi e docenti poiché ha ancora oggi molto da insegnarci.

Mariacarolina Santoro
Liceo F. Severi, Salerno

*

Lo studio della matematica nel percorso formativo del *civis romanus* era relegato al solo livello elementare e quindi fortemente svalutato a favore di discipline di ambito letterario. Da questo scarso interesse dei Romani per le discipline scientifiche in generale è nata l'opinione diffusa secondo la quale a Roma la matematica non abbia mai attecchito. Eppure, se prendiamo in esame quanto il celebre maestro di retorica Marco Fabio Quintiliano scrive in età flavia nella parte finale del capitolo decimo del primo libro dell'*Institutio oratoria* (I 10, 34-49) a proposito dell'importanza dello studio della matematica nella formazione di base del futuro perfetto oratore romano, si potrebbero superare posizioni cosí fortemente negative sul rapporto tra matematica e cultura latina, in particolare all'interno di un discorso di carattere pe-

dagogico e morale. La trattazione di Quintiliano non punta solo alla ricaduta immediata dello studio della geometria in termini di utilità pratica nell'attività oratoria, ma partendo dalla sua funzione formativa allarga ulteriormente lo sguardo e ne lascia intravedere la valenza in campo etico. Nella visione quintilianea, infatti, alla base dell'importanza dello studio della matematica vi sono contemporaneamente ragioni formative, professionali ed etiche. La lettura del passo potrebbe risultare di grande utilità tanto per l'insegnamento della letteratura e della civiltà latine quanto per quello della matematica. Esso, infatti, dimostra che nel mondo latino lo studio della matematica non era trascurato o svalutato, anzi ritenuto indispensabile per la formazione del perfetto *orator* romano dal famoso *rhetor* e induce gli studenti a riflettere sul grande valore formativo della matematica in sé, la cui conoscenza è necessaria per preparare al meglio un qualsivoglia professionista di alto livello che operi anche in campi apparentemente lontani dalla disciplina stessa.

The study of mathematics in the curriculum of the civis romanus *was confined to the elementary level and therefore strongly devalued in favour of literary disciplines. This lack of attention from the Romans towards scientific fields led to the widespread belief that mathematics never truly took root in Rome. However, if we examine what the famous rhetoric teacher Marcus Fabius Quintilianus wrote in the Flavian era, in the final section of the tenth chapter of the first book of the* Institutio oratoria *(I 10, 34-49), regarding the importance of studying mathematics in the basic education of the future perfect Roman orator, such strongly negative positions on the relationship between mathematics and Latin culture could be reconsidered, particularly within a pedagogical and moral framework. Quintilian's discussion does not only highlight the immediate practical utility of studying geometry for oratory, but, starting from its educational function, it broadens the perspective further, recognizing its value in the ethical domain as well. In Quintilian's view, the importance of studying mathematics rests on simultaneously educational, professional, and ethical grounds. This passage could be highly beneficial for teaching both Latin literature and civilization, as well as mathematics. It demonstrates that, in the Latin world, the study of mathematics was not neglected or devalued, but rather considered indispensable for the formation of the perfect orator, as emphasized by the great rhetor, and encourages students to reflect on the significant educational value of mathematics, whose knowledge is essential for preparing any high-level professional, even in fields seemingly distant from the discipline itself.*

PROBLEMI MATEMATICI NEL *CORPUS AGRIMENSORUM ROMANORUM*: TRE PROPOSTE DIDATTICHE*

Il *Corpus agrimensorum Romanorum* (d'ora in avanti *CAR*) costituisce tradizionalmente una fonte privilegiata per lo studio delle conoscenze matematiche presso i Romani[1]. In particolare, tra le numerose e variegate opere ivi contenute ve ne sono alcune costituite da serie di problemi o esercizi matematici non dissimili da quelli ancora oggi adottati nelle scuole secondarie di secondo grado. Eppure tali opere non sono affatto frequentate lungo il percorso scolastico. Se è pur vero che la matematica di questi testi è sempre elementare e talvolta propone soluzioni non rigorose, non mancano però le ragioni per proporne la lettura in classe: grazie ad essi, infatti, gli studenti avrebbero l'occasione da un lato di confrontarsi con testi di natura tecnica, che restano esclusi dai programmi scolastici, e dall'altro di gettare lo sguardo su singoli episodi della storia della matematica.

Con questa prospettiva, è possibile proporre un percorso didattico destinato agli studenti del liceo classico, scientifico e matematico che contempla tre sessioni della durata di una o due ore di didattica ciascuna, basate sulla lettura, la traduzione, e l'interpretazione di alcuni testi selezionati secondo i criteri della lunghezza, della difficoltà, e della capacità di incuriosire gli studenti. La prima sessione, pensata per studenti tra la fine del primo e l'inizio del secondo anno, è dedicata alla lettura di un testo di natura prettamente agrimensoria, che i manoscritti attribuiscono all'oscuro Marcus Iunius

* Edizioni: L. = F. Bluhme-K. Lachmann-A.A.F. Rudorff, *Gromatici veteres: Die Schriften der römischen Feldmesser*, I, Berlin 1848; Bubnov = N.M. Bubnov, *Gerberti, postea Silvestri II papae, opera mathematica (972-1003)*, Berlin 1889; Guill.[1] = J.-Y. Guillaumin, *Balbus. Présentation systématique de toutes les figures - Podismus et textes connexes: extraits d'Epaphrodite et de Vitruvius Rufus - La mesure des jugères*, Napoli 1996; Guill.[2] = J.-Y. Guillaumin, *Les Arpenteurs romains*, IV. *Agennius Urbicus - Marcus Junius Nypsius*, Paris 2021. Ringrazio Stefano Demichelis per avermi dato la possibilità di presentare per la prima volta il contenuto di questo articolo in una lezione del suo corso di Storia della matematica antica (a.a. 2023-2024), che è stata occasione per un proficuo confronto.

1. M. Cantor, *Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst: Eine historisch-mathematische Untersuchung*, Leipzig 1875; O.A.W. Dilke, *The Roman Land Surveyors: An Introduction to the Agrimensores*, New York 1971, in partic. pp. 51-61; M. Folkerts, *Die Mathematik der Agrimensoren - Quellen und Nachwirkung*, in E. Knobloch-C. Möller (hrsg.), *In den Gefilden der römischen Feldmesser: Juristische, wissenschaftsgeschichtliche, historische und sprachliche Aspekte*, Berlin-Boston 2014, pp. 131-48.

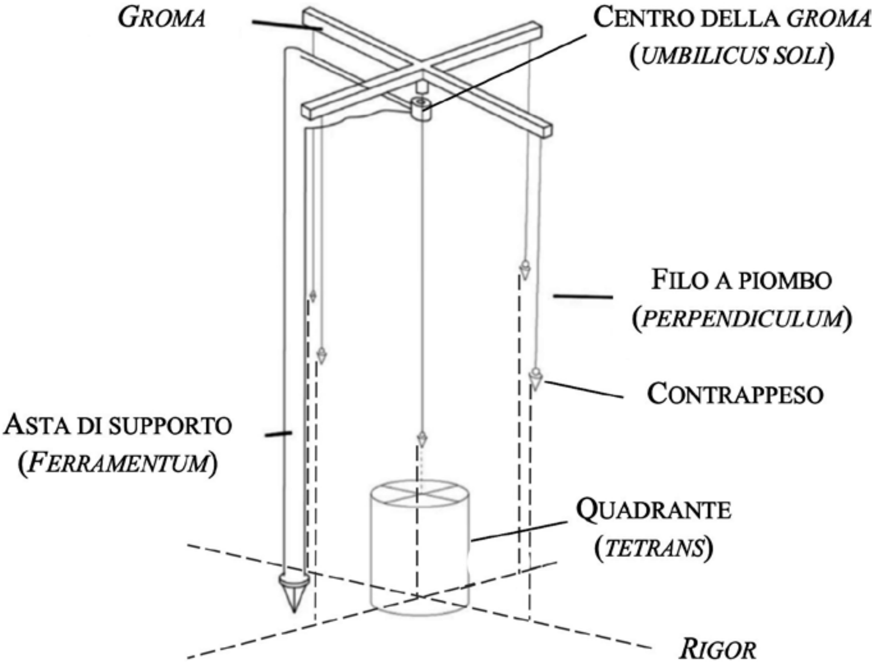
Nipsus e che intitolano *Fluminis varatio*, il quale prescrive i passaggi da compiere per calcolare la larghezza di un fiume, un'operazione per esempio preliminare alla costruzione di un ponte, e dunque fondamentale tanto in ambito bellico quanto civile[2]. La seconda sessione, sempre pensata per studenti tra la fine del primo anno e l'inizio del secondo, comprende tre testi: il primo spiega come calcolare la superficie di una montagna, il secondo l'altezza di un elemento verticale, il terzo è un esercizio di geometria che applica il teorema di Erone. La terza sessione, questa volta pensata per studenti dell'ultimo anno, consiste infine nella lettura di parte del proemio della *Expositio et ratio omnium formarum*, un manuale di geometria elementare scritto da un certo Balbus, agrimensore che ha ormai terminato di prestare il suo servizio nella (seconda) campagna dacica di Traiano – il che costituisce *terminus post quem*; qui l'autore spiega di aver dovuto impiegare, durante la campagna, le proprie conoscenze professionali, tra le quali proprio il calcolo della larghezza di un fiume o dell'altezza di una montagna. Di conseguenza, la terza sessione chiuderebbe ad anello il percorso didattico, e gli studenti dell'ultimo anno, cui questo testo sarebbe rivolto, avrebbero la fortunata coincidenza di imbattervisi mentre studiano la letteratura di età antonina – Svetonio, Plinio il Giovane, Tacito – e avrebbero la possibilità di richiamare alla memoria gli esercizi che avevano magari svolto negli anni precedenti.

I. Prima sessione: M. Iunius Nypsius, *Fluminis varatio*, pp. 222-24 Guill.[2] (= *Grom.* pp. 285, 5-286, 10 L.)

Prima di leggere il testo, è veramente necessario che gli studenti siano messi nelle condizioni di comprenderne il contenuto, e che ricevano quindi preliminarmente una presentazione dello strumento agrimensorio principe, la *groma* (fig. 1)[3].

2. Uno studio sistematico sui ponti romani ancora manca. Per il momento, si vedano Daremberg-Saglio, s.v. *Pons*; P. Gazzola, *Ponti romani: contributo ad un indice sistematico con studio critico bibliografico*, Firenze 1963.

3. Il termine *groma* indicherebbe tecnicamente la parte sommitale dello strumento costituita dai due bracci rotanti tra loro perpendicolari; per sineddoche, poteva indicare lo strumento nella sua interezza. Dall'incrocio dei due bracci calava un filo a piombo che consentiva di tracciare la normale con il terreno (*umbilicus soli*). Per un'analisi dello strumento, ancora imprescindibile, M. Della Corte, *Groma*, «Monumenti antichi» 28, 1922, coll. 5-100. Quanto a *rigor*, vd. Balb. *grom.* p. 98, 6-8 L. = *exp.* 3, 4 Guill.[1] *Rigor est quidquid inter duo signa veluti in modum lineae rectum perspicitur* («*Rigor* è qualunque allineamento retto si scorga tra due *signa* ['punti'] come a mo' di una *linea* [qui: 'linea retta']»). La definizione, non sovrapponibile a quella di



1. *Groma.*

[1] Si in agri quadratura tibi dictanti occurrerit flumen quod necesse sit varari[4], sic facies. [2] Rigor qui impegit in fluvium, exinde versuram facies et in qua parte verteris tetrantem pones. [3] Deinde transferes ferramentum in eo rigore quem dictaveris ex eo rigore qui in flumine impegerat. [4] Deinde transferes ferramentum et conprehenso eo rigore quem dictasti, versuram facies in partem dextram. [5] Dein-

'retta', tradisce l'origine agrimensoria del concetto di *rigor* (vd. *infra*), che indica il segmento, tracciato sul terreno, avente per estremi due differenti punti cui l'osservatore mira. Per la definizione di *signum*: *Signum est cuius pars nulla est. Haec est omnium extremitatium finitima contemplatio. Signum autem sine parte est initium a quo omnia incipiunt* (*grom.* pp. 97, 15-98, 2 L. = *exp.* 3, 1 Guill.[1]). Su *rigor* e *linea* nella pratica agrimensoria: *Nam quidquid in agro mensorii operis causa ad finem rectum fuerit rigor appellatur; quidquid ad horum imitationem in forma scribitur linea appellatur* (*grom.* p. 98, 13 sg. L. = *exp.* 3, 7 Guill.[1]). Per la definizione di *linea*: *Linea est longitudo sine latitudine* [...] *Linearum genera sunt tria: rectum, circumferens, flexuosum* (*grom.* pp. 98, 15-99, 4 L. = *exp.* 3, 8 sg. Guill.[1]).

4. Sulla *varatio*, nonché altre operazioni gromatiche, imprescindibile A. Roth-Congès, *Modalités pratiques d'implantation des cadastres romains: Quelques aspects (Quintarios Claudere. Perpendere. Cultellare. Varare: la construction des cadastres sur une diagonale et ses traces dans le Corpus agrimensorum)*, «Mélanges École franç. Rome. Antiquité» 108, 1996, pp. 299-422, in partic. 363-85.

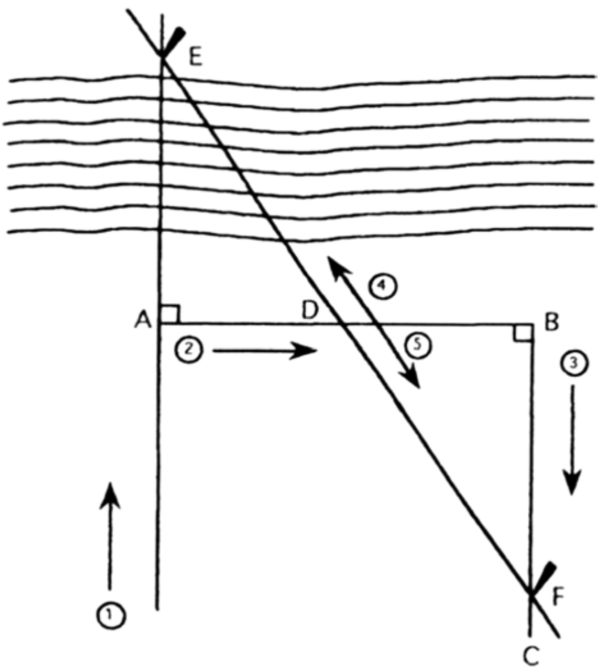
de exiges medium illum rigorem a tetrante ad tetrantem et divides illum in duas partes et signum pones perpensum. [6] Deinde figes ferramentum ad signum quod dividet duas partes quas divisisti. [7] Ex fixo ferramento et perpenso conprehenso rigore, ab umbilico soli emissum perpendiculum cum super signum ceciderit, percuties gromam donec comprehendes signum quod posueras trans flumen. [8] Cum diligenter conprehenderis, transies ex alia parte ferramenti et manente groma dictabis rigorem. [9] Ubi se consecuerit norma tua cum eo rigore quem dictaveris, signum pones, et exiges numeros a signo ad tetrantem. [10] Sed quia linea quam secueras media duo trigona ostendit et quia cathetus catheto par est, erit et basis basi par. [11] Quantus ergo numerus basis iuncti trigoni quem exegisti fuerit, tantus rigoris alterius trigoni, cuius rigor est factus in fluvium, numerus erit. [12] De hac base quam exegisti, tolles hunc numerum quem a tetrante ad fluvium exegisti. [13] Reliquum quod superfuerit erit latitudo fluminis

([1] Se, mentre tracci i picchetti nel reticolo di un terreno, s'incontra un corso d'acqua che è necessario sia sottoposto a costruzione obliqua, farai cosí. [2] [Traccerai] un allineamento che si immette nel fiume, poi farai una curvatura ad angolo retto e nell'angolo in cui volti porrai un quadrante. [3] Quindi, sposterai il *ferramentum* su quell'allineamento che hai tracciato [partendo] dall'allineamento che si immetteva nel corso d'acqua. [4] Quindi, sposterai il *ferramentum* e, dopo aver avvistato l'allineamento che hai tracciato, farai una curvatura ad angolo retto verso destra. [5] Quindi, misurerai quell'allineamento mediano da un quadrante all'altro, e lo dividerai in due parti [uguali] e porrai un marcatore pesato. [6] Quindi, pianterai il *ferramentum* in corrispondenza del marcatore che divide le due parti che hai diviso. [7] Dopo aver avvistato l'allineamento dal *ferramentum* fissato e pesato, quando il filo a piombo calato dal centro della *groma* sarà caduto sopra il marcatore, manovrerai la *groma* finché non avvisterai il marcatore che avevi posto oltre il corso d'acqua. [8] Quando avrai avvistato con precisione, ti sposterai dall'altra parte del *ferramentum* e, mentre la *groma* resta ferma, traccerai l'allineamento. [9] Dove la tua linea perpendicolare si sarà intersecata con l'allineamento che avrai tracciato, porrai un marcatore, e misurerai il valore numerico dal marcatore al quadrante. [10] Ma poiché la linea che avevi tagliato nel mezzo mostra due triangoli, e poiché un cateto è uguale al cateto, anche la base sarà uguale alla base. [11] Dunque, tanto grande sarà stato il valore numerico della base del triangolo che hai misurato, tanto grande sarà il valore numerico dell'allineamento del secondo triangolo, il cui allineamento è stato fatto nella direzione del fiume. [12] Da questa base che hai misurato, toglierai questo valore numerico che hai misurato dal quadrante al fiume. [13] Il resto che sarà avanzato sarà la larghezza del corso d'acqua).

A fronte di un lessico estremamente tecnico – e come tale problematico anche in fase di ricerca sui vocabolari –, è opportuno, affinché gli studenti possano concentrarsi sulla morfologia e la sintassi e soprattutto sul contenuto, accompagnare il testo con un lessico specifico:

comprĕhendo, *-is*, *-prĕhendi*, *-prĕhensum*, *-ĕre* = avvistare, puntare.
dicto, *-as*, *-āvi*, *-ātum*, *-āre* = tracciare i picchetti.
nŭmĕrus, *-i* = valore numerico.
quădrātūra, *-ae* = reticolo.
rĭgŏr, *-ōris* = allineamento, linea retta.
signum, *-i* = marcatore.
versūra, *-ae* = curvatura ad angolo retto.

Una schematizzazione come la fig. 2 potrà infine costituire tanto un supporto alla comprensione quanto un sistema di verifica di quanto compreso:

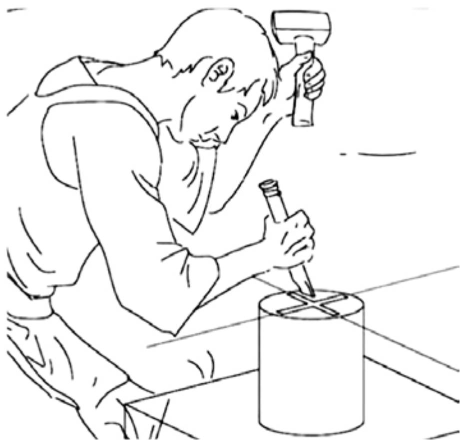


2. Da K. Lange, *Liber de munitionibus castrorum. Textum ex codicibus constituit, prolegomena, commentarium, tabulas duas*, Göttingen 1848, tab. 1.

Si posizionava dapprima la *groma* nel punto di stazione A e si mirava il punto inaccessibile E prolungando la linea retta visiva (*rigor*) lungo un braccio della *groma*, e qui si posizionava una pietra di riconoscimento o quadrante (*tetrans*) [1-2][5] (figg. 3 sg.). Seguendo l'altro braccio della *groma*, si stabiliva un

5. I numeri tra parentesi quadre rimandano al corrispettivo paragrafo del testo latino.

allineamento ortogonale ad AE, determinando il punto B ad una data distanza da A [3-5]. Con *ferramentum* in B si stabiliva un allineamento BC perpendicolare ad AB. Si divideva la lunghezza AB in due parti uguali e si fissava la *groma* nel punto di mezzo D [6]. Prolungando l'allineamento ED fino all'incontro con BC, si otteneva il punto F [7-9]. La distanza BF è uguale alla distanza cercata [10-13].



3. Marcatura di un quadrante (*tetrans*). Da un video del «ViDA Lab», laboratorio video e comunicazione del dipartimento DIDA (Disegno Industriale e Architettura) dell'Università degli studi di Firenze.

4. *Tetrans* con *decussis* ('croce a forma di X'), o *lapis decussatus* (da G. Ramilli, *Recente rinvenimento, nell'alveo del Brenta, di un cippo gromatico iscritto*, «Atti Ist. veneto scienze lettere arti» cl. sc. mor. lett. arti 124, 1966, p. 130, tav. 1).

In termini di benefici dell'apprendimento, il testo costituisce un'occasione per esercitarsi in particolare sul funzionamento dei pronomi relativi (lingua latina), sulle similitudini dei triangoli rettangoli (matematica), e per introdurre gli studenti a riflessioni sulla matematica applicata, una prospettiva di indagine che nell'antichità ebbe grandi sostenitori, quali il matematico Erone (storia della matematica). Questa prima sessione, che si presta a introdurre discorsi sulla centuriazione romana e la romanizzazione, potrà anche trovare seguito in una visita accompagnata ad un museo archeologico (storia romana)[6].

II. Seconda sessione

I testi della seconda sessione costituiscono esercizi geometrici da cui si ricavano formule e proprietà di figure piane, e linguisticamente introducono gli studenti alla terminologia matematica latina[7]; inoltre, la forma espositiva apparirà familiare, scandita com'è – qui come nelle altre opere simili nel *CAR* – da sequenze fisse: prima la presentazione del problema e la formulazione della domanda, poi lo sviluppo (introdotto sempre da $\overline{SQ}$: *sic quaeramus*), infine la soluzione (introdotta sempre dal verbo essere al futuro: *tot erunt ped. quadrati*; *erunt iugera XVIII et ped. MDC*; *erit minor praecisura eiusdem oxygonii*; *erit perpendicularis*).

1) Epaphr. Vitr. 20 p. 148 Guill.[1] (= pp. 526, 10-527, 3 Bubnov):

Si fuerit mons qui habet verticem circuitus ped. CCC et in ascensu ped. DCCC, ad pedem autem habet in circuitu ped. M, quaero iugera. $\overline{SQ}$. Iungo in unum duas circuitiones, id est M et CCC; sumpta semper parte dimidia fit DCL; hoc duco per ascensum montis: fit $\overline{DXX}$; tot erunt ped. quadrati. Ut iugera inveniamus, video quoties habeant $\overline{XXVIII}$ DCCC, quia tot ped. constratos habet I iugerum, id est $\overline{XXVIII}$ DCCC; erunt iugera XVIII et ped. MDC

(Se ci fosse una montagna che ha una cima di 300 piedi di circonferenza, e in salita 800 piedi, e ai piedi poi ha nella circonferenza 1.000 piedi, chiedo gli iugeri. Procediamo come segue. Aggiungo in uno le due circonferenze, cioè 1.000 e 300; presa

6. Ve ne sono alcuni, laddove i principî della centuriazione sono stati particolarmente sperimentati e sviluppati, con sale incentrate proprio sulla centuriazione, come il Museo della Centuriazione Romana di Borgoricco (PD) e il Museo Archeologico dell'Alto Mantovano di Cavriana (MN).

7. Espressioni come *fit* per l'uguaglianza, *sumo/iungo* o *tollo de* o gli annessi *ex hac summa* e *reliquum* per l'addizione e la sottrazione, *duco* per la moltiplicazione – *in se*, se di un numero per se stesso –, *partior* per la divisione sono costanti nei testi successivi, e se valorizzate, da osservazioni linguistiche possono divenire il pretesto per riflessioni sulla simbologia matematica. Se il docente lo riterrà opportuno, quest'ultima potrà essere ripercorsa in senso diacronico grazie a F. Cajori, *A History of Mathematical Notations*, Chicago 1928-1929.

sempre la metà, fa 650; moltiplico questo numero per la pendenza della montagna: fa 520.000; tanti saranno i piedi quadrati. Per scoprire gli iugeri, guardo quante volte [essi] contengano 28.800, perché tanti piedi quadrati contiene uno iugero, cioè 28.800; saranno 18 iugeri e 1.600 piedi [quadrati]).

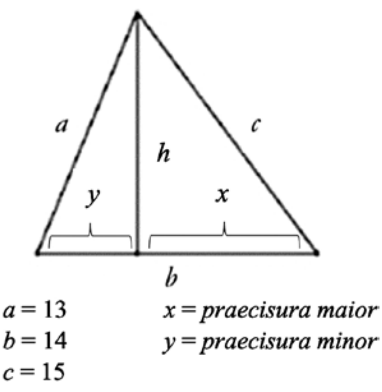
2) Epaphr. Vitr. 52 p. 196 Guill.[1] (= pp. 550, 23-551, 4 Bubnov):

Arborem sive turrem vel quodcumque fuerit excelsum ut sine umbra solis ‹vel› lunae mensures et dicas quot ped. habeat altitudinis, facis sic. Decumbe in dentes et da te retrorsum donec cacumen videas, et ex eo loco unde cacumen perlectum cum caelum videris, surge et mensura per terram usque ad arborem vel turrem aut quod fuerit, et quot ped. inveneris, tot pedes sunt altitudinis eius

(Un albero o una torre o qualsiasi cosa che si elevi dal suolo, per misurarla senza l'ombra del sole o della luna e dire quanti piedi abbia di altezza, tu fai cosí. Sdraiati con il mento a terra, e indietreggia finché non vedi la cima, e dal punto da cui osservi la cima, quando avrai visto il cielo, mettiti in piedi e misura sul terreno fino all'albero o alla torre o quel che sarà, e quanti piedi troverai, quelli sono i piedi della sua altezza).

3) *Liber Podismi*, 4 pp. 128-32 Guill.[1] (= pp. 299, 4-16 L. = pp. 513, 7-514, 3 Bubnov):

Si datum fuerit trigonum oxygonium cuius tres numeri dati sint, minus latus eius ped. XIII, basis ped. XIIII, maius latus ped. XV, dicere perpendicularem eiusdem oxygonii et praecisuras[8] singulas. $\overline{\text{SQ}}$. Semper facio XIII in se: fit CLXVIIII; et XIIII in se: fit CXCVI; utrumque in unum: fit CCCLXV; ex hac summa semper tollo XV in se: fit CCXXV. Hoc tollo de CCCLXV: reliquum CXL. Huius semper sumo partem dimidiam: fit LXX. Hoc partior ad basim, id est ad XIIII, et fit V: erit minor praecisura eiusdem oxygonii. ‹Perpendicularem dicere.› $\overline{\text{SQ}}$. De hypotenusa minore, id est de XIII ‹in se›, tollo minorem praecisuram in se, id est V in se; quod superest, latus: erit perpendicularis



(Se fosse dato un triangolo acutangolo di cui sono dati i tre numeri: il suo lato corto 13 piedi, la base 14 piedi, il lato lungo 15 piedi, dire l'altezza dello stesso [triangolo] acutangolo e ciascuna delle *praecisurae*. Procediamo come segue. Faccio sempre 13 per sé: fa 169; e 14 per sé: fa 196; i due in uno: fa 365; da questa somma tolgo sempre 15 per sé: fa 225.

8. La *praecisura* è uno dei due segmenti in cui è divisa la base dall'intersezione con l'altezza ad essa relativa.

Tolgo questo da 365: rimane 140. Prendo sempre la metà di questo numero: fa 70. Divido questo per la base, cioè per 14, e fa 5: [questa] sarà la *praecisura* minore dello stesso [triangolo] acutangolo. Dire l'altezza. Procediamo come segue. Dall'ipotenusa minore, cioè da 13 per sé, tolgo la *praecisura* minore per sé, cioè 5 per sé; di quel che avanza [faccio] la radice: sarà l'altezza).

Il primo testo, formulato come calcolo della superficie di una montagna, è un'applicazione della formula dell'area di un trapezio:

$$A = \frac{(a+b)\,h}{2}$$

Il secondo testo, formalmente una prescrizione di passaggi da compiere per calcolare l'altezza di un elemento verticale, consente un ripasso degli imperativi (*decumbe*, *da*, *surge*, *mensura*) e delle subordinate temporali (*donec … videas*, *cum … videris*), mentre la componente matematica, questa volta, non è esplicita nella formulazione del testo, e va desunta quasi fosse un indovinello: «quanti piedi troverai, quelli sono i piedi della sua altezza» (*quod ped. inveneris, tot pedes sunt altitudinis eius*). L'esercizio ruota attorno alle proprietà dei triangoli: se la base è uguale all'altezza, allora il triangolo in questione è isoscele e pertanto, in quanto triangolo rettangolo isoscele, ha gli altri angoli di 45°. Agli studenti potrà quindi essere richiesto proprio questo, di dichiarare l'ampiezza dell'angolo formato tra la linea del suolo e il prolungamento della linea visiva dell'osservatore[9].

Il terzo testo, un esercizio di geometria pura, presenta molte caratteristiche tipiche della letteratura tecnica, che andranno messe in evidenza, come l'utilizzo di frasi brevi e la prevalenza della paratassi; l'uso della 1ª pers. sing.; l'uso di infiniti imperativi (come nei libri di ricette o di istruzioni); l'abbondanza di termini tecnici – con alcuni prestiti dal greco: *trigonum*, *oxygonium*, *basis*, *hypotenusa* –; il lessico aritmetico. Da questo esercizio gli studenti potranno ricavare una formula che consenta, dati tre lati di un triangolo, di calcolare la *praecisura* – maggiore o minore –, grazie alla quale poter calcolare l'altezza del triangolo con il teorema di Pitagora[10]:

9. Il principio geometrico sotteso è strettamente connesso al cosiddetto 'teorema di Talete' – non banale, quindi, sembra la specificazione *sine umbra solis ‹vel› lunae*, per cui vd. Th. Heath, *A History of Greek Mathematics*, I, Oxford 1921, pp. 129-37. Nonostante la generalizzazione (*Arborem sive turrem vel quodcumque fuerit excelsum*), il metodo di calcolo che questo testo suggerisce è curiosamente coincidente con quello sotteso all'utilizzo dell'ipsometro adottato in dendrometria proprio per calcolare l'altezza degli alberi; ringrazio Nicoletta Lanciano per la segnalazione.

10. Si tratta, in altre parole, di un'alternativa al teorema di Erone per calcolare l'area di un triangolo. Vd. già Heath, *op. cit.*, II, pp. 320 sg.

$$\text{praecisura min.} = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$$

$$\text{praecisura mai.} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b}$$

$$h = \sqrt{a^2 - \text{praecisura min.}^2}$$

I valori numerici scelti per i lati dei triangoli potranno apparire non casuali: avevano infatti lo scopo di evitare l'uso di numeri irrazionali.

III. Terza sessione: Balb. *grom.* pp. 91, 3-94, 2 L. = *exp.* praef. Guill.[1]

[1] Notum est omnibus, Celse, penes te studiorum nostrorum manere summam ideoque primum sedulitatis meae impendium iudiciis tuis offerre proposui. [...]

[5] Quaeso itaque, si non est inprobum, habeat apud te quandam excusationem, quod non potuerit eo tempore consummari, quo genus hoc instrumenti ferventibus studiis nostris disparatum est. [6] Omnium enim, ut puto, liberalium studiorum ars ampla materia est; cui in hac modica re nequid deesset, ingenti animo admoveram vires. [7] Intervenit clara sacratissimi imperatoris nostri expeditio, quae me ab ipsa scribendi festinatione seduceret. [8] Nam dum armorum magis exerceor cura, totum hoc negotium velut oblitus intermiseram, nec quicquam aliud quam belli gloriam cogitabam. [9] At postquam primum hosticam terram intravimus, statim, Celse, Caesaris nostri opera mensurarum rationem exigere coeperunt. [10] Erant dandi interveniente certo itineris spatio duo rigores ordinati, quibus in tutelam commeandi ingens vallorum adsurgeret molis: hos interventuro operi[11] decisa ad aciem parte ferramenti usus explicuit. [11] Nam quod ad synopsim pontium pertinet, fluminum latitudines dicere, etiam si hostis infestare voluisset, ex proxima ripa poteramus. [12] Expugnandorum deinde montium altitudines ut sciremus, venerabilis diis ratio monstrabat.

[13] Quam ego quasi in omnibus templis adoratam post magnarum rerum experimenta, quibus interveni, religiosius colere coepi, et ad consummandum hunc librum velut ad vota reddenda properavi. [14] Postquam ergo maximus imperator victoria Daciam proxime reseravit, statim ut e septentrionali plaga annua vice transire permisit, ego ad studium meum tamquam ad otium sum reversus, et multa velut scripta foliis et sparsa artis ordini inlaturus recollegi. [15] Foedum enim mihi videbatur, si genera angulorum quot sint interrogatus responderem «multa»: ideoque rerum ad professionem nostram pertinentium, in quantum potui occupatus, species qualitates condiciones modos et numeros excussi. [16] Per quae satis ampla mediocritatis meae opinio servabitur, si illa vir tantae auctoritatis studentibus profutura iudicaveris

11. È congettura dell'editore (*invento tuo operis* L.), difesa in J.-Y. Guillaumin, *Texte et pratiques gromatiques. Celsus n'avait rien inventé*, «Dial. d'hist. anc.» 18, 1992, fasc. 2, pp. 303-9.

([1] È noto a tutti, Celso, che presso di te dimora la totalità dei nostri studi, e perciò ho deciso di offrire al tuo giudizio il primo frutto del mio zelo. [...]

[5] E allora ti prego, se non è inopportuno, di considerare una sorta di scusante il fatto che non è stato possibile completare [*scil.* questo lavoro] nel periodo in cui questo genere di strumento, nell'effervescenza dei nostri studi, si era diffuso. [6] Infatti, io credo, l'arte di ogni studio liberale fornisce ampia materia; verso la quale, affinché in questa modesta impresa non mancasse nulla, avevo mobilitato le mie energie con enorme sforzo. [7] Intervenne la brillante spedizione del nostro venerando imperatore, che mi distolse dalla fretta stessa di scrivere. [8] Infatti, mentre mi dedicavo maggiormente alla cura delle armi, avevo sospeso e come dimenticato l'intera opera presente, e non pensavo a nient'altro che alla gloria militare. [9] Non appena però penetrammo per la prima volta sul suolo nemico, subito, Celso, l'opera del nostro Cesare cominciò a esigere la scienza delle misure. [10] Bisognava creare, dopo aver frapposto lo spazio ben preciso del tragitto, due allineamenti paralleli, sui quali si sarebbe innalzata l'enorme massa di terrapieni a difesa dei convogli: questi allineamenti finalizzati all'opera che si sarebbe frapposta li stese l'uso dello strumento di ferro con la parte mozzata a punta. [11] Per quanto riguarda la progettazione di un ponte, eravamo in grado di dire la larghezza di un corso d'acqua, anche se il nemico avesse voluto ostacolarci, dalla riva piú vicina. [12] E poi, per conoscere l'altezza dei monti da assaltare, ce la mostrava la scienza che merita venerazione da parte degli dèi.

[13] Questa scienza per cosí dire "venerata" in tutti i templi, dopo aver avuto esperienza dei grandi eventi ai quali ho partecipato, ho deciso di coltivarla in maniera piú devota, e mi sono affrettato a terminare questo libro come fosse l'adempimento di un voto. [14] Dunque, dopo che il nostro grande imperatore, con la sua vittoria, ha reso accessibilissima la Dacia, non appena ha permesso un passaggio annuale dalla zona settentrionale, io sono tornato ai miei studi come fossi a riposo, e ho raccolto le riflessioni abbondanti quasi fossero scritte su foglie, e sparse, con l'intenzione di riportarle all'ordine dell'arte. [15] Perché mi sarebbe sembrato vergognoso, se mi avessero chiesto quanti sono i tipi di angoli, rispondere "molti": e perciò dei temi attinenti alla nostra professione, dopo averli acquisiti per quanto ho potuto, ho esaminato le specie, le qualità, le condizioni, le misure e i valori numerici. [16] Grazie ad essi la considerazione della mia mediocrità sarà sufficientemente rilevante, se un uomo di tanta grande autorevolezza giudicherà che quelli gioveranno a chi li studierà).

Il testo presenta molti *topoi* tradizionali della letteratura proemiale[12]: l'allocuzione al destinatario (§§ 1 e 9 *Celse*, 16 *vir tantae auctoritatis*), il tema della prima fatica letteraria (§ 1 *primum sedulitatis meae impendium*) che necessita di un giudice e modello (*iudiciis tuis offerre proposui*), l'uso della 1ª pers. sing. e il rac-

12. Breve commento di questo proemio a cura di Carlo Santini, in N. Scivoletto-C. Santini, *Prefazioni, prologhi, proemi di opere tecnico-scientifiche latine*, I, Roma 1990, pp. 137-42.

conto autobiografico (in partic. §§ 7-9, 14), l'*otium* che rende possibile l'impegno letterario (§ 14), la manifestazione dell'importanza della materia trattata (§§ 9-12) e dell'occasione che ha spinto all'impresa dell'opera (§ 15). Ciascuna di queste caratteristiche può aprire la strada ai paralleli formali piú vari, mentre sul piano del contenuto, per rendere conto dell'importanza degli agrimensori in epoca traianea, sembra particolarmente adatto il confronto con una lettera di Plinio il Giovane a Traiano e la relativa risposta (Plin. *epist.* X 17b e 18): Plinio, appena giunto in Bitinia (*Quinto decimo kalendas Octobres, domine, provinciam intravi*; cf., nella risposta di Traiano, *quo autem die pervenisses in Bithyniam, cognovi, Secunde carissime, litteris tuis*), chiede all'imperatore l'invio di un agrimensore (*mensorem*) per pareggiare i conti della città di Prusa, dato che le misurazioni degli edifici sono inattendibili (*si mensurae fideliter agantur*, qui piú probabilmente per frode[13] che non per incompetenza, come lamenta invece Balbus); Traiano glielo nega: «di geometri ne ho appena a sufficienza per quei lavori che si compiono a Roma o nelle vicinanze» (*Mensores vix etiam iis operibus, quae aut Romae aut in proximo fiunt, sufficientes habeo*, trad. Rusca)[14].

Luca Rovati
Università Roma Tre

★

Proposta di percorso didattico costituito da tre sessioni, proponibili come tra loro indipendenti o legate, per studenti tra primo-secondo e di quinto anno di liceo classico, scientifico o matematico, tra letteratura tecnico-scientifica, matematica elementare, storia della matematica e storia romana.

Proposal for an educational course consisting of three sessions, which can be posed independently or in sequence, for students of the first-to-second year and fifth year of classical, scientific or mathematical high school (Italian system), covering Technical-scientific Literature, Elementary Mathematics, History of Mathematics and Roman History.

13. Il caso è addirittura tematizzato nel *Digesto*: *Si mensor falsum modum dixerit* (*Dig.* XI 6).

14. E in effetti «Trajan was a tremendous builder. His great Baths were ready in 109, with the Aqua Traiana and the Naumachia. In January 112 the vast new Forum and the Basilica Ulpia were finished. In 113 his column was set up, and the Aedes Veneris in the Forum Julium was complete. His new harbour at Ostia is shown on a coin of 112. That at Centum Cellae was under way in 107, and that at Ancona was finished in 115» (A.N. Sherwin-White, *The Letters of Pliny: A Historical and Social Commentary*, Oxford 1966, pp. 585 sg.). Grazie a questo parallelo a mo' di appendice, quanti studenti, specialmente residenti a Roma, avrebbero un'occasione per ripensare a rovine o monumenti 'di casa'? Per tutti gli altri, sarà un'occasione di tenere insieme nella mente tanti fatti culturali apparentemente sconnessi.

IL *DE ARITHMETICA* DI SEVERINO BOEZIO: PERCHÉ NON PENSIAMO MAI DA SOLI

Ἄλλο τι οὖν, ἦν δ᾽ ἐγώ, μάθημα ἀναγκαῖον πολεμικῷ ἀνδρὶ θήσομεν λογίζεσθαί τε καὶ ἀριθμεῖν δύνασθαι; Πάντων γ᾽, ἔφη, μάλιστα, εἰ καὶ ὁτιοῦν μέλλει τάξεων ἐπαΐειν, μᾶλλον δ᾽ εἰ καὶ ἄνθρωπος ἔσεσθαι.

(*Ma dunque, dico io, poniamo come cosa necessaria per l'uomo di guerra fare matematica e saper contare?*
Ancora piú di tutte la altre – disse – se dovrà capire qualcosa degli schieramenti, o piuttosto se dovrà essere uomo)

Plat. *rep.* VII 522e

I. Attività didattica per una classe seconda o terza di un liceo scientifico matematico

Al centro della nostra proposta si collocano il *De arithmetica* di Severino Boezio (475/477-524/526), un'opera latina che per contenuto ed epoca difficilmente trova posto nella programmazione liceale, e una piccola sfida didattica, quella di far sperimentare agli studenti del liceo matematico il metodo di lavoro di una comunità di apprendimento e la ricchezza della condivisione del sapere. Il lavoro intende concretizzarsi nella produzione di una piccola antologia di passi scelti del *De arithmetica*. Seguendo il modello del programma *Fostering Communities of Learners*[1], elaborato dalla ricercatrice pedagogica Anne Brown (1943-1999), gli studenti saranno divisi in gruppi, quattro nel caso sperimentato, a ciascuno dei quali sarà assegnata l'analisi di una parte differente del *De aritmetica*. All'interno del singolo gruppo di lavoro, gli studenti saranno innanzitutto sollecitati a mettere in gioco le proprie competenze e conoscenze pregresse, nello specifico: in latino nozioni di sintassi del periodo e gestione del lessico dei numerali, in matematica il concetto di insieme, sottoinsieme, partizione e cardinalità di un insieme, di numero pari e dispari e il crivello di Eratostene. Ciascuno studente dovrà poi acquisire conoscenze specifiche individuali su uno dei diversi aspetti implicati dai passi in oggetto: ognuno diventerà cosí un piccolo esperto di

1. Cf. S. Sloman-P. Fernbach, *L'illusione della conoscenza: Perché non pensiamo mai da soli*, trad. it., Cortina 2018 (ed. orig. London 2017), pp. 246 sgg.

un argomento particolare che si scoprirà assolutamente interdipendente dagli altri 'esperti' del gruppo.

Dalla condivisione e dal confronto del lavoro di ricerca dei singoli scaturirà l'analisi dei passi assegnati. I lavori dei diversi gruppi confluiranno poi in un unico elaborato che gli studenti dovranno armonizzare nello spessore contenutistico e nella presentazione formale. Lavorando in questo modo i ragazzi potranno mettere in campo e potenziare capacità di ricerca e selezione delle informazioni, di utilizzo in ambienti nuovi delle conoscenze pregresse, di ascolto e di empatia: sperimenteranno come si collabora in un vero gruppo di ricerca, diventeranno consapevoli del fatto che 'non pensiamo mai da soli'[2].

Il *De arithmetica* è un testo che non ha certo il pregio dell'originalità e non si distingue per aver apportato novità nel pensiero matematico: per Boezio, anzi, il pensiero matematico era solo uno strumento necessario per introdurre alla filosofia o alla musica. Eppure, proprio nella sua mancanza di originalità, Boezio ci offre un esempio prezioso della cifra che caratterizza tutta la letteratura latina: un paziente e acuto lavoro di riscrittura del pensiero greco, testimoniato, nel nostro autore, dalla ampia attività di traduttore che coinvolge, secondo un preciso intento didattico, testi relativi alle discipline del quadrivio, la *Logica* di Aristotele e, probabilmente, la *Meccanica* di Archimede. Sostenuti da un ferreo pragmatismo, guidati da instancabile *curiositas* i Latini hanno colto quanto di interessante il mondo greco aveva da proporre e lo hanno consegnato alla cultura occidentale. Il lavoro sul *De arithmetica* si pone quindi come un'occasione, per introdurre, alla fine di una seconda liceo o all'inizio di una terza, la studio della storia della letteratura latina.

In particolare, il *De arithmetica* costituisce il *fil rouge* che lega il pensiero di Pitagora alla matematica moderna: l'opera è infatti la traduzione delle *Arithmetices institutionum libri duo* del greco Nicomaco di Gerasia (60 ca.-120 ca.), filosofo neopitagorico, forse siriano, vissuto nei pressi di Gerusalemme, che ha raccolto e conservato nel suo testo le teorie del greco Pitagora. Abbiamo notizia di una prima prima traduzione latina del testo di Nicomaco da parte di Apuleio (125 ca.-180 ca.), ad oggi perduta, cui segue il testo di Boezio, che chiude la storia del pensiero matematico latino. Per alcuni secoli l'opera passa sotto silenzio: viene riportata alla luce, in epoca di rinascita culturale carolingia, probabilmente da parte del monaco irlandese Dungal, lo stesso studioso cui si deve la riscoperta del *De rerum natura* di Lucrezio e dei *Commentarii in Somnium Scipionis* di Macrobio.

2. Sloman-Fernbach, *op. cit.*, pp. 11 sgg.

Nell'alto Medioevo il trattato di Boezio occupa un posto di rilievo nell'insegnamento delle arti liberali: la ricca tradizione indiretta, la trama dei numerosi commenti di cui si ha notizia[3], indicano il vasto impiego che l'opera trovò nelle scuole. Lo stesso Boezio, del resto, aveva indicato l'importanza dell'insegnamento delle arti del quadrivio, tra cui primeggia l'aritmetica, come propedeutica alla filosofia. L'interesse per gli studi matematici si risvegliò all'inizio dell'Ottocento: ritroviamo ancora una volta interesse per Boezio in *Ricerche sopra l'aritmetica degli antichi*, una monografia edita nel 1834 da Luigi Boschetti[4], avvocato e storico della matematica italiana, attivo all'università ducale di Modena negli stessi anni in cui Paolo Ruffini vi insegnava matematica applicata. Le teorie di Pitagora sono tramandate con scarsa consapevolezza: la loro portata non fu applicata ma fu intuita e salvata.

II. Il percorso didattico

Lo scopo del lavoro è la produzione da parte degli studenti di una piccola antologia commentata del *De arithmetica*. Ai fini didattici si sono individuati nel testo quattro argomenti, corrispondenti ad altrettanti moduli che gli studenti del liceo matematico, suddivisi in gruppi, siano in grado di affrontare, cimentandosi per piccole parti in una traduzione autonoma e lavorando contrastivamente su altre. I prerequisiti, per ciascuna delle due discipline, sono i seguenti:

– latino: a) sintassi del verbo: ablativo assoluto, perifrastica passiva, completive, interrogative indirette; b) il lessico classico dei numerali latini;

– matematica: a) concetto di insieme, di sottoinsieme, di partizione di un insieme e di cardinalità di un insieme; b) concetto di numero pari e numero dispari; c) concetto di numero primo (crivello di Eratostene).

Gli obiettivi metodologici trasversali sono i seguenti: 1) apprendere dal lavoro in gruppo nella forma dell'apprendimento di comunità; 2) utilizzare le competenze di una disciplina come chiave interpretativa di un'altra.

Di seguito gli obiettivi didattici relativi alle singole discipline:

– latino: a) introdurre la letteratura latina: il ruolo culturale del latino nella cultura occidentale, b) migliorare le competenze linguistiche, c) decodificare il senso di un testo non noto, d) comprendere la creazione di un lessico tecnico;

3. La tradizione del *De arithmetica* è ricostruita in Irene Caiazzo, *Un commento altomedievale al De arithmetica di Boezio*, «A.L.M.A.» 58, 2000, pp 113-50.

4. L. Boschetti, *Ricerche sopra l'aritmetica degli antichi*, Modena 1834.

– matematica: a) stimolare le abilità' nel ricercare e riconoscere concetti matematici noti in un ambiente non familiare, b) essere capaci di utilizzare il formalismo matematico per rendere le definizioni proposte.

Del primo modulo si presenta il lavoro completo, con i risultati attesi e le indicazioni metodologiche per gli studenti, degli altri tre si riportano gli *incipit* dei passi scelti mettendo in evidenza la rappresentazione degli aspetti matematici significativi.

III. Modulo 1: la definizione di numero e la sua suddivisione in pari e dispari (analisi di Boeth. *arithm.* I 3-6)

Si propone agli studenti la traduzione autonoma dei cap. I 3 e 6. Sui capitoli 4 sg. il lavoro avviene con modalità contrastiva su testo.

I 3. Definitio et divisio numeri et definitio paris et inparis.

Et primum quid sit[1] numerus diffiniendum est[2]. Numerus est unitatum collectio, vel quantitatis acervus ex unitatibus profusus. Huius igitur prima divisio[3] est in imparem atque parem. Et par quidem est, qui potest in aequalia duo dividi, uno medio non intercidente[4]. Impar vero quem nullus in aequalia dividit, quin[5] in medio praedictus unus intercidat. Et haec quidem huiusmodi diffinitio vulgaris est et nota

1. *quid sit*: interrogativa indiretta 2. *diffiniendum est*: perifrastica passiva impersonale 3. *divisio*: in questo caso significa classificazione, in altri l'operazione della divisione 4. *uno medio non intercidente*: ablativo assoluto 5. *quin*: introduce una proposizione completiva

(Definizione e suddivisione del numero e definizione di pari e dispari. E per prima cosa bisogna definire che cosa sia il numero. Il numero è una raccolta di unità, o un mucchio di quantità prodotto dalle unità. La prima suddivisione del numero è in dispari e pari. E precisamente è pari il numero che può essere diviso in due parti uguali, senza che ne sia posto in mezzo uno. Dispari invece quello che nessuno divide in parti uguali, a meno che non se ne ponga in mezzo uno stabilito. E questa è una definizione di tal genere, comune e nota).

Il passo presenta una definizione del concetto di numero e una sua prima suddivisione in pari e dispari. Si apre a questo punto una digressione che interesserà parecchi capitoli sulle possibili definizioni di pari e dispari.

I 4. Diffinitio numeri paris et imparis secundum Pythagoram.

Illa autem secundum Pythagoricam disciplinam alis est. Par numerus est, qui sub eadem divisione potest in maxima parvissimaque dividi. Maxima spatio, parvissima quantitate, secundum duorum istorum generum contrarias passiones[1]. Impar vero numerus est, cui hoc quidem accidere non potest, sed cuius in duas inaequales summas naturalis est sectio. Hoc est autem exemplar. Ut si quilibet datus par numerus dividatur, maior[2] quidem (quantum ad divisionis spatia pertinet) non invenietur quam discreta medietas; quantitate vero nulla minor sit, quam in gemina facta partitio, ut si par numerus qui est VIII, dividatur in IIII atque alios IIII, nulla erit alia divisio, quae maiores partes efficiat. Porro autem nulla erit alia divisio quae totum numerum minore dividat quantitate. In duas enim partes divisione, nihil minus est. Cum enim totum quis fuerit trina divisione partitus, spatii quidem summa minuitur, sed numerus divisionis augetur. Quod autem dictum est, secundum duorum generum contrarias passiones[3], huiusmodi est. Praedocuimus enim quantitatem[4] in infinitas pluralitates accrescere, spatia vero, id est magnitudines, in infinitissimas minui parvitates, atque ideo hic contra evenit; haec namque paris divisio, spatio est maxima, parvissima quantitate

1. Si intende: può essere diviso nel minor numero di parti uguali massimamente estese 2. Si intende: una parte maggiore 3. Estensione e quantità 4. La quantità delle parti in cui è divisa

(Definizione di numero pari e dispari secondo Pitagora. Quella definizione è invece un'altra secondo la disciplina pitagorica. Pari è il numero che in base alla stessa divisione può essere diviso in parti massime e minime. Massime per estensione, minime per quantità, secondo le caratteristiche opposte di questi due generi. Dispari è invece il numero a cui questo, appunto, non può accadere, ma la cui partizione naturale è in due somme disuguali. Questo è dunque un esempio. Se si divide un qualunque numero dato, non si trova appunto una sezione maggiore – per quanto pertiene all'estensione della divisione – della metà divisa; certamente non c'è nessuna divisione minore per quantità di quella fatta in due parti uguali, come se un numero pari che è 8 viene diviso in 4 e altri 4, non ci sarà nessun'altra partizione che produca parti maggiori. Inoltre, non ci sarà nessun'altra partizione di quantità inferiore che divida tutto il numero. Non c'è nulla di inferiore suddivisione in due parti. Quando un certo totale viene diviso secondo una partizione per tre, la misura dell'estensione diminuisce, ma il numero della divisione aumenta. Ciò che poi è stato detto, secondo le caratteristiche opposte dei due generi, significa questo: abbiamo spiegato prima infatti che la quantità incrementa in innumerevoli pluralità, le estensioni invece, cioè le grandezze, diminuiscono in innumerevoli esiguità, per questo motivo accade il contrario; questa appunto è la partizione del numero pari, massima per estensione, minima per quantità).

Il passo propone la definizione pitagorica di pari e dispari, comprensibile utilizzando il concetto di partizione di un insieme.

I 5. Alia secundum antiquiorem modum diffinitio paris et imparis.

Secundum antiquiorem vero modum, alia est paris numeri definitio. Par numerus est qui in duo aequalia, et in duo inaequalia partitionem recipit, sed ut in neutra divisione[1], vel imparitati paritas, vel paritati imparita misceatur, praeter solum paritatis principem binarium numerum, qui inaequalem non recipit sectionem, propterea quod ex duabus unitatibus constat, et ex prima duorum quodammodo paritate. Quod autem dico, tale est: si enim ponatur par numerus, potest in duo aequalia dividi, ut denarius dividitur in quinos. Porro autem et per inaequalia, ut idem denarius in 3 et in 7. Sed hoc modo, ut cum una pars fuerit divisionis par, alia quoque par inveniatur, et si una impar, reliqua ab eius imparitate non discrepet, ut in eodem numero qui est denarius. Cum enim divisus est in quinos, vel cum in 3 et in 7 utraeque in utraque portione partes, impares exstiterunt. Si autem ipse vel alius numerus par dividatur in aequales, ut octonarius in 4 et in 4, et item per inaequales, ut idem octonarius in 5 et in 3, in illa quidem divisione utraeque partes pares factae sunt, et in hac utraeque impares exstiterunt. Neque unquam fieri potest, ut cum una pars divisionis par fuerit, alia impar inveniri queat, aut cum una impar sit, alia par possit intelligi. Impar vero numerus est qui ad quamlibet illam divisionem, per inaequalia semper dividitur, ut utrasque species numeri semper ostendat, nec unquam altera sine altera sit, sed una pars paritati, imparitati alia deputatur, ut 7 si dividas in 3 et in 4, altera portio par, altera impar est. Et hoc idem in cunctis imparibus numeris invenitur. Neque unquam in imparis divisione, praeter se[2] esse possunt hae geminae species, quae naturaliter vim numeri substantiamque componunt

1. Si intende: in nessuno dei due casi, cioè mai 2. *Praeter se*: nella traduzione si è reso con a parte l'intero, ma il senso non è chiaro: il numero dispari non può mai essere diviso in parti uguali per cui non si capisce il senso dell'eccezione

(Un'altra definizione di pari e dispari secondo un modo piú antico. Secondo un modo appunto piú antico, la definizione di numero pari è un'altra. Il numero pari è quello che riceve una divisione in due parti uguali e in due parti disuguali, in nessuno dei dua casi, o la parità si mescola alla disparità, o la disparità alla parità, fatta eccezione solo per il numero due, primo dei numeri pari, che non consente una partizione in parti disuguali, poiché è costituito da due unità, e in qualche modo dalla prima parità del due. Ciò che dico, appunto, è questo: se infatti si dà un numero pari, si può dividere in due parti uguali, come la decina si divide in due parti di 5. Inoltre, poi, si divide anche in parti disuguale, come di nuovo la decina in 3 e 7. Ma in questo modo, come quando una delle parti della divisione è pari, si ottiene che anche l'altra parte è pari, e se una è dispari, la restante non è diversa per disparità, come nello stesso numero che è la decina. Quando viene diviso in (due) parti di 5, oppure in 3 e in 7 ciascuna parte in ciascuna delle due partizioni risulta dispari. Se poi lo stesso oppure un altro numero pari viene diviso in parti uguali, come l'8 in 4 e 4, e pure in parti disuguali, come lo stesso 8 in 5 e 3, nella prima divisione senz'altro entrambe le parti risultano pari, nell'altra entrambe risultano dispari. Non può mai accadere che, qualora una delle parti della divisione sia pari, sia possibile ottenere l'altra dispari, oppure che quando una è dispari l'altra possa risultare pari. È dispari il numero che in qualsivoglia tipo di partizione viene diviso sempre in parti disuguali, cosí che mostri sempre entrambi i tipi di numero (ossia pari e dispari), e l'una non c'è mai senza l'altra, ma a una parte di parità viene attribuita un'altra di disparità, come il 7 se lo dividi in 3 e 4, una delle due porzioni è pari, l'altra dispari. E questa cosa si ritrova in tutti i numeri dispari. E nella divisione del numero dispari non possono mai esserci, a parte l'intero, questi due tipi uguali, che naturalmente compongono il valore e la sostanza del numero).

I 6. Diffinitio paris et imparis per alterutrum.

Quod si haec etiam per alterutras species diffinienda sunt[1], dicetur[2] imparem numerum esse, qui unitate differt a pari, vel incremento, vel diminutione. Item par numerus est, qui unitate differt ab impari, vel incremento, vel diminutione. Si enim pari unum dempseris[3] vel unum adieceris[3], et impar efficitur, vel si impari idem feceris3, par continuo procreatur

1. *diffinienda sunt*: perifrastica passiva personale 2. *diceturt*: passivo impersonale 3. *demseris … feceris*: protasi di periodo ipotetico di primo tipo

(Definizione di pari e dispari attraverso l'un l'altro. Se bisogna definire questi due tipi anche attraverso l'un l'altro, si dirà che è dispari il numero che differisce per un'unità dal pari, per incremento o diminuzione. Allo stesso modo è pari il numero che differisce per un'unità dal dispari, per incremento o per diminuzione. Se infatti a un numero pari togli o aggiungi uno, allora si ottiene un numero dispari, o se fai la stessa cosa a un numero dispari, si produce immediatamente un numero pari).

Il commento dei passi deve articolarsi secondo le seguenti linee guida:

– definizione dei concetti matematici di numero, numero pari, numero dispari, insieme dei numeri naturali, cifra, zero, notazione posizionale in prospettiva diacronica;

– approfondimento sul *Liber abbaci*;

– definizione del concetto di partizione di insieme e con tale procedimento, il contenuto del passo;

– lessico latino: riflettere e formulare ipotesi sul significato di *neutra divisio*, *numerum binarium*, *sectio*, *passiones contrarias* e sul lessico dei numerali utilizzato.

Nei paragrafi sopra proposti, dopo la definizione di numero, viene discusso il concetto di pari e dispari.

Numero (cap. 3): è definito *collectio*, da *cum* + *ligo*, 'raccolgo insieme' e *coacervus*, 'mucchio', 'insieme non ordinato' di unità: l'unità non è dunque considerata un numero ma il principio di misura di tutti i numeri. La definizione proposta da Boezio ha una lunga tradizione alle spalle, e, attraverso l'insegnamento delle arti liberali, giunge sostanzialmente fino all'epoca moderna: dal greco Talete, per cui il numero è μονάδων σύστημα, raccolta di unità (Iambl. in Nicom. *arithm.* p. 10, 8-10 Pistelli), a Fibonacci che ancora scrive nel *Liber abbaci* (I 14 Giusti-d'Alessandro): *Nam numerus est unitatum* *perfusa collectio sive congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus.* In tutte queste definizioni l'uno è considerato non un numero ma il principio, la misura, di tutti gli altri e sono presi in considerazione solo numeri naturali.

Pari e dispari: vengono proposte quattro definizioni, complementari tra loro:

– cap. 3: definizione generale, *vulgaris*, cioè comune, basilare: il numero pari può essere diviso in due parti uguali, il numero dispari in due parti uguali ma con un'unità in mezzo;

– cap. 4: definizione secondo Pitagora;

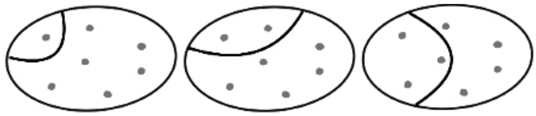
– cap. 5: definizione secondo gli antichi;

– cap. 6: relazione tra il pari e il dispari: l'uno si trasforma nell'altro aggiungendo o sottraendo un'unità.

Per comprendere meglio la definizione secondo Pitagora (cap. 4), ricorriamo al concetto, che conosciamo, di partizione di un insieme: il numero viene considerato come insieme di unità, possiamo dire che tale numero sia pari se è possibile trovare una partizione che renda minimo il numero di sottoinsiemi (parti minime per quantità) ma tali sottoinsiemi abbiano la massima cardinalità (parti massime per estensione) e tutti abbiano la stessa cardinalità (sotto la stessa divisione). Aumentando il numero divisore, quindi aumentando il numero dei sottoinsiemi della partizione (incrementando la quantità) diminuisce la cardinalità dei sottoinsiemi (estensione delle singole parti), secondo le caratteristiche opposte dei due generi. I due generi sono estensione e quantità (aritmetica e geometria?).

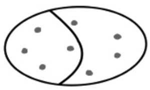
1. Rappresentazione con le partizioni di un insieme (cap. 4).

La definizione secondo gli antichi (cap. 5) è la seguente: un numero pari può essere diviso sia in due parti uguali sia in due parti disuguali, mentre un numero dispari può essere diviso solo in due parti disuguali. Tali parti possono essere una parte pari e una parte dispari se il numero di partenza è dispari oppure entrambe pari/dispari se il numero di partenza è pari.

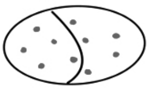


$$(2n + 1) + 2m = 2n + 2m + 1 = 2\ (n + m) + 1$$

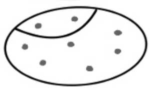
2. Numero dispari: rappresentazione con le partizioni di un insieme e con la notazione simbolica (cap. 5).



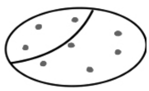
$$(2n) + (2n) = 2\ (n + n) = 2\ (2n)$$



$$(2n + 1) + (2n + 1) = 2n + 1 + 2n + 1 = 2\ (n + n + 1) = 2\ (2n + 1)$$



$$(2n) + (2m) = 2\ (n + m)$$



$$(2n + 1) + (2m + 1) = 2n + 1 + 2m + 1 = 2\ (n + m + 1)$$

3. Numero pari: rappresentazione con le partizioni di un insieme e con la notazione simbolica (cap. 5).

$2n;\ 2n + 1;\ 2n + 2 \qquad 2n - 1;\ 2n;\ 2n + 1$

4. Notazione simbolica (cap. 6).

Il testo latino nella sintassi è lineare e anticipa già la semplificazione cui la lingua romana va incontro nel passaggio al volgare. Nella traduzione la difficoltà maggiore consiste nella resa lessicale: Boezio, come tutti i latini che riscrivono un testo greco tecnico, non ha il lessico adeguato. Ricorre dunque a termini di cui si recupera il valore etimologico, o polisemici, piú raramente a traslitterazioni. In questo primo passo ne vediamo esempi significativi: il ricorso all'etimologia di *collectio* per definire il numero, l'uso di *unitas*, qui unità, ma piú avanti intero. Oscilla anche il significato di *divisio* tra 'classificazione' – in questo passo – e operazione aritmetica – piú avanti.

La terminologia usata per indicare i numerali vede uno scarso impiego degli ordinali e l'uso, al loro posto, dei distributivi, in epoca classica usati con i pluralia tantum o per indicare il moltiplicando nelle operazioni.

IV. Modulo 2: La classificazione dei numeri dispari, numeri primi e crivello di Eratostene (analisi di Boeth. *Arithm.* I 13-15 e 17)

I 13. De numero impari eiusque divisione. Impar quoque numerus est, qui a paris numeri natura substantiaque disiunctus est eqs.

I 14. De primo et incomposito. Et primus quidem et incompositus est, qui nullam aliam partem habet eqs.

I 15. De secundo et composito. Secundus vero et compositus et ipse quidem inpares, eqs.

I 17. De primi et incompositi et secundi et compositi et ad se quidem secundi et compositi, ad alterum vero primi et incompositi procreatione. Generatio autem ipsorum atque ortus huiusmodi investigatione colligitur eqs.

Numero dispari:

– numero primo non composto: 3, 5, 7, 11, 13, 17, ecc.;

– numero secondo composto: 9, 15, 21, 25, 27, ecc.;

– numero secondo composto ma che paragonato ad un altro risulta primo non composto (primi tra loro): 15 e 77.

V. Modulo 3: classificazione dei numeri pari e distinzione tra numeri perfetti, numeri sovrabbondanti e numeri diminuiti, crivello di Eratostene (analisi di Boeth. *Arithm.* I 19 sg.)

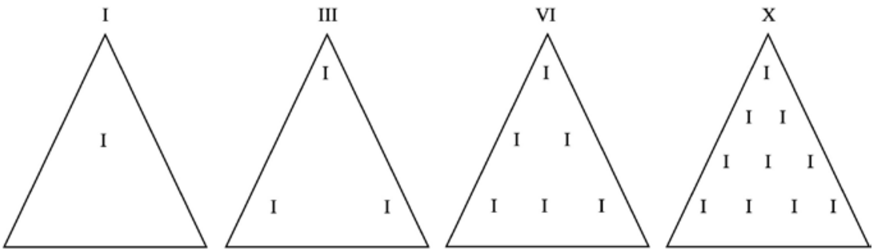
I 19. Alia partitio paris secundum perfectos, imperfectos et ultra quam perfectos. Ac de imparibus numeris, quantum introductionis permittebat brevitas, expeditum est. Rursus numerorum parium sic fit secunda divisio eqs.

I 20. De generatione numeri perfecti. Est autem in his quoque magna similitudo virtutis et vitii eqs.

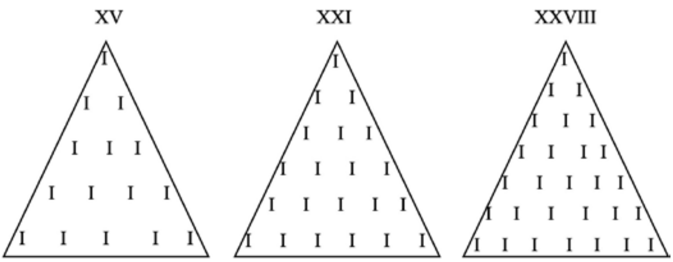
Numeri piú che perfetti:	12	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$
	24	$1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 = 36$.
Numeri imperfetti/diminuiti:	8	$1 + 2 + 4 = 7$
	14	$1 + 2 + 7 = 10$.
Numeri perfetti:	6	$1 + 2 + 3 = 6$
	28	$1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

VI. Modulo 4: la disposizione dei numeri triangolari (Analisi di Boeth. *Arithm.* II 7-9)

II 7. Dispositio triangulorum numerorum. Est igitur primus triangulus numerus qui in solis tribus unitatibus dissipatur eqs.



II 8. De lateribus triangulorum numerorum. Ad hunc modum infinita progressio est, omnesque ordine trianguli aequilateri procreabuntur eqs.



II 9. De generatione triangulorum numerorum. Nascuntur autem trianguli disposita naturali quantitate numerorum eqs.

Stefania Beduschi - Albertina Riboldi
I.I.S. B. Russell, Garbagnate Milanese (Mi)

★

Il *De arithmetica* di Severino Boezio, autore tardo antico che chiude la storia del pensiero matematico latino, costituisce un chiaro esempio della funzione di ponte, tra cultura greca e pensiero occidentale, svolta dalla letteratura latina. Il trattato, infatti, traduzione di un precedente testo del greco Nicomaco di Gerasia, tramanda il pensiero di Pitagora e ha costituito a lungo un manuale di riferimento per gli studenti medioevali. L'attività è rivolta a una classe seconda o terza di liceo scientifico:

gli studenti, lavorando sul modello delle *Fostering Communities of Learners*, sono invitati a produrre una breve antologia del testo commentata dal punto di vista culturale-letterario, linguistico e matematico. Le conoscenze linguistiche e matematiche pregresse sono strumento per la decodifica e l'interpretazione di un testo inedito in traduzione italiana. In particolare, è necessario ricorrere ai concetti di insieme, sottoinsieme, partizione e cardinalità di un insieme, di numero figurato e al crivello di Eratostene. Laddove è possibile, agli studenti viene suggerito di rendere le definizioni proposte secondo il formalismo matematico.

Boethius' De arithmetica*, a late antique work which marks the conclusion of the history of Latin mathematical thought, serves as a clear example of the bridging role between Greek culture and Western thought performed by Latin literature. The treatise, in fact, being a translation of an earlier text by the Greek Nicomachus of Gerasa, conveys Pythagorean thought and has long served as a reference manual for medieval students. The activity is aimed at a second or third-year class of a scientific high school: students, working based on the Fostering Communities of Learners model, are invited to create a brief anthology of the text, commented upon from cultural-literary, linguistic, and mathematical perspectives. Prior linguistic and mathematical knowledge serves as a fundamental tool for decoding and interpreting an unpublished text in Italian translation. In particular, it is necessary to resort to the concepts of set, subset, partition, and the cardinality of a set, figurate numbers, and the sieve of Eratosthenes. Whenever possible, students are encouraged to express the proposed definitions using mathematical formalism.*

IL LATINO LINGUA DELLA SCIENZA

L’INDETERMINISMO NELLE TEORIE SCIENTIFICHE DALL’ANTICHITÀ AL XVIII SECOLO: ANALISI DI ALCUNI TESTI IN LATINO

Il percorso didattico che viene presentato nelle pagine seguenti è fortemente interdisciplinare, poiché le materie che concorrono in maniera sinergica alla formazione di questa unità didattica sono non solo il latino e la matematica, oggetto del *workshop*, ma anche – come ciascuno avrà modo di leggere – la fisica e la filosofia. Per questo motivo i destinatari della proposta sono gli studenti dell’ultimo anno del liceo scientifico tradizionale o, ancor meglio, del liceo matematico, che proprio nell’interdisciplinarità e nella didattica laboratoriale ha i suoi capisaldi.

Scopo precipuo del progetto è la riflessione sul concetto di indeterminismo, argomento di estrema rilevanza scientifica ed essenziale per una corretta interpretazione della realtà fisica, che spesso, però, finisce ai margini della programmazione liceale, in quanto la pratica comune è piuttosto quella di trasmettere la scienza come un apparato di leggi puramente deterministiche.

L’itinerario che gli studenti dovranno compiere in una decina di ore sotto la guida dei docenti è invece in questo caso un percorso attraverso tre grandi autori che hanno dato spazio a teorie basate sull’indeterminismo: Lucrezio, la cui teoria del *clinamen* può essere considerata modello di indeterminismo quantistico; Newton, che con il problema dei tre corpi esplora il campo dell’indeterminismo caotico; Daniel Bernoulli, autore dell’*Hydrodynamica* ed esempio, all’interno della nostra ricerca, di indeterminismo statistico.

Seguendo questo *fil rouge*, gli insegnanti avranno modo di far riflettere gli studenti da un lato sulla storia della scienza (che non è un insieme di teorie immutabili come essi tendono a credere, anche a causa dell’impostazione della maggior parte dei libri di testo su cui si formano), dall’altro sulle numerose varietà del latino, lingua della cultura e della ricerca fino al XIX secolo: spaziando da Lucrezio a Bernoulli, da testi in esametri a trattati in prosa, sarà inevitabile mostrare varianti diacroniche e diafasiche della lingua, lavorare sul lessico specifico, considerare la struttura sintattica dei testi argomentativi e cosí via.

I. Lucrezio e l'indeterminismo quantistico[1]

Come è noto, il *clinamen* lucreziano ha una chiara matrice epicurea, benché di questa nozione non vi sia traccia nell'opera del filosofo greco, tranne che in un passo della celeberrima *Epistola a Erodoto*[2]. Per il filosofo ellenistico, che prende le mosse, seppur con nette differenze, da Democrito, la realtà è costituita da atomi con una propria forma, grandezza e peso, qualità strettamente connesse tra loro[3]. Gli atomi cadono dall'alto verso il basso lungo traiettorie parallele e alla medesima velocità[4]: come possono dunque urtarsi e dare vita alle aggregazioni presenti nella realtà fisica? È per dare una risposta a questo quesito che viene introdotto il concetto di παρέγκλισις (in latino *clinamen*).

Il passo lucreziano in cui viene spiegata questa teoria appartiene alla prima diade del *De rerum natura*, dedicata interamente alla fisica, e piú precisamente al secondo libro (vv. 216-24):

> Illud in his quoque te rebus cognoscere avemus,
> corpora cum deorsum rectum per inane feruntur
> ponderibus propriis, incerto tempore ferme
> incertisque locis spatio depellere paulum,
> tantum quod momen mutatum dicere possis.
> Quod nisi declinare solerent, omnia deorsum,
> imbris uti guttae, caderent per inane profundum,

1. Ci sentiamo autorizzati a proporre questo titolo in virtú dell'illuminante parallelo storico messo in luce da B. van Fraassen, *The Interpretation of Quantum Theory: Where do we Stand?*, New York 1992, riportato in italiano da G.C. Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio*, Milano 1997, p. 379: «La visione del mondo del *De rerum natura* di Lucrezio è indeterministica, per l'introduzione del *clinamen* degli atomi. In questo sviluppo dell'atomismo antico, una teoria strettamente deterministica viene modificata con l'introduzione di un piccolissimo elemento di indeterminismo – il rarissimo e quasi irrilevante, ma del tutto imprevedibile *clinamen* che altera il moto degli atomi. Le ragioni non erano molto diverse da quelle che noi vediamo avanzare per la stocasticità oggi». E ancora: «Se gli atomi di Epicuro non avessero fatto altro che "cadere verso il basso" non ci sarebbero state collisioni o interazioni di alcun tipo. Se i sistemi quantistici non facessero altro che ubbidire all'equazione di Schrödinger, si può facilmente argomentare, non si avrebbero esiti nei processi di misura né alcun evento macroscopico risulterebbe definito. I gatti non muoiono, ma neppure continuano a vivere – non risulta possibile render conto dei piú banali fatti del mondo attorno a noi».

2. Epicur. *ad Herod.* 47. Per il commento al passo in questione vd. *Epicuro. Epistola a Erodoto*, introduzione di E. Spinelli, traduzione e commento di F. Verde, Roma 2010. La stessa opera a p. 104 è utile per avere una bibliografia sintetica e aggiornata sul *clinamen*.

3. Vd. per es. Epicur. *ad Herod.* 54 sg.

4. Vd. per es. *ibid.* 43 oppure 61 sg.

nec foret offensus natus nec plaga creata
principiis: ita nil umquam natura creasset

(Ma nel tema che io tratto desidero che tu sappia anche questo: i corpi primi, quando in linea retta per il vuoto sono trascinati in basso dal proprio peso, in un momento del tutto indefinito e in un punto incerto deviano un po' dal percorso, quel tanto che basta per dire che è mutato il movimento. Se non solessero cosí declinare, tutti verso il basso come gocce di pioggia cadrebbero per il vuoto profondo, né sarebbe nato uno scontro né un urto si sarebbe prodotto tra i principi: cosí la natura non avrebbe mai creato nulla)[5].

Procedendo con il ragionamento, Lucrezio confuta la teoria secondo cui i corpi piú pesanti cadano dall'alto sopra i piú leggeri (vv. 225-42) e quella di chi ipotizza movimenti obliqui (vv. 243-50), per affrontare poi la questione della libertà umana (vv. 251-83), che esiste proprio grazie al *clinamen*[6]. A partire dal v. 284 il poeta riprende:

Quare in seminibus quoque idem fateare necessest,
esse aliam praeter plagas et pondera causam
motibus, unde haec est nobis innata potestas,
de nilo quoniam fieri nil posse videmus.
Pondus enim prohibet ne plagis omnia fiant
externa quasi vi. Sed ne mens ipsa necessum
intestinum habeat cunctis in rebus agendis
et devicta quasi cogatur ferre patique,

5. Il testo di riferimento, inclusa la traduzione dal latino di questo e degli altri passi lucreziani citati, se non specificato diversamente, è *Lucrezio. De rerum natura*, a cura di A. Fellin, Roma 1997.

6. Riassume P. Odifreddi, *Come stanno le cose. Il mio Lucrezio, la mia Venere*, Milano 2013, p. 76: «Nella fisica lucreziana coesistono i due aspetti del determinismo (la caduta libera degli atomi) e della casualità (il *clinamen*, o "declinazione"). I versi II 289-93 rivelano, a *posteriori*, perché Lucrezio abbia introdotto questo controverso secondo aspetto, che non era presente in Epicuro: senza casualità, infatti, il mondo risulterebbe completamente deterministico e predeterminato, e non ci sarebbe nessuno spazio per la libertà e il libero arbitrio. Anche nell'odierna fisica quantistica coesistono i due aspetti del determinismo (l'evoluzione della funzione d'onda) e della casualità (il suo collasso). Poiché però per la libertà e il libero arbitrio la casualità è necessaria, ma non sufficiente, in mancanza di teorie definitive al proposito i pareri dei fisici divergono. Ad esempio, Albert Einstein credeva che fossimo completamente determinati, mentre Jacques Monod, premio Nobel per la medicina nel 1965 e autore di *Il caso e la necessità*, pensava il contrario». Dal punto di vista filosofico molto interessante per uno studente del quinto anno anche il rapporto tra Lucrezio e Marx, per il quale si rimanda per esempio a V. Morfino, *L'interpretazione marxiana di Lucrezio*, «Riv. di storia della filosofia» 67, 2012, pp. 278-91.

id facit exiguum clinamen principiorum
nec regione loci certa nec tempore certo

(Per questo, anche negli atomi è necessario che tu ammetta che esiste oltre agli urti ed al peso un'altra causa di movimento, donde è in noi questo innato potere; poiché vediamo che niente può formarsi dal niente. Il peso infatti impedisce che tutto si produca per gli urti, quasi per forza esterna. Ma che la stessa mente non segua in ogni sua azione una necessità interna né, come sopraffatta, sia costretta a subire e a patire, questo ottiene la lieve declinazione degli atomi, in un punto determinato dello spazio e in un momento incerto).

Seguono infine il corollario della conservazione della materia e del moto degli atomi (vv. 294-307) e quello del movimento e della quiete apparente degli atomi (vv. 308-16):

Nec stipata magis fuit umquam materiai
copia nec porro maioribus intervallis.
Nam neque adaugescit quicquam neque deperit inde.
Quapropter quo nunc in motu principiorum
corpora sunt, in eodem ante acta aetate fuere
et posthac semper simili ratione ferentur,
et quae consuerint gigni gignentur eadem
condicione et erunt et crescent vique valebunt,
quantum cuique datum est per foedera naturai.
Nec rerum summam commutare ulla potest vis;
nam neque, quo possit genus ullum materiai
effugere ex omni, quicquam est ‹extra›, neque in omne
unde coorta queat nova vis irrumpere et omnem
naturam rerum mutare et vertere motus.
Illud in his rebus non est mirabile, quare,
omnia cum rerum primordia sint in motu,
summa tamen summa videatur stare quiete,
praeter quam siquid proprio dat corpore motus.
Omnis enim longe nostris ab sensibus infra
primorum natura iacet; quapropter, ubi ipsa
cernere iam nequeas, motus quoque surpere debent;
praesertim cum, quae possimus cernere, celent
saepe tamen motus spatio diducta locorum

(Né la massa della materia fu mai piú compatta di ora, né disgiunta da maggiori intervalli: perché nulla viene ad accrescerla né da essa si perde. Perciò il moto che ora agita i corpi degli elementi è il medesimo che li mosse nelle età trascorse, e sempre in futuro con il medesimo ritmo saranno trasportati, e ciò che soleva nascere nascerà ancora nella stessa condizione, e vivrà e crescerà raggiungendo il pieno vigore, nei limiti a ogni cosa assegnati dai decreti della natura. Né può alcuna forza mutare la somma delle cose: non c'è nulla, infatti, all'esterno in cui possa sfuggire dall'universo alcun genere di materia, né donde una nuova forza possa, sorgendo, irrompere nell'universo e trasformare tutta la natura delle cose e sconvolgerne i moti. In questo argomento non deve far meraviglia che, mentre tutti i principi delle cose sono in continuo moto, la totalità invece sembri starsene in somma quiete, fuor che se alcuna cosa prende a muoversi col proprio corpo. Tutta, infatti, la natura dei primi corpi è molto al di sotto della percettività dei nostri sensi; dunque, poiché essi stessi non si possono scorgere, devono sottrarci anche i loro movimenti; tanto piú che perfino le cose a noi visibili celano spesso i loro moti, separate da noi per distanza di luoghi).

Completano il quadro due bellissimi esempi, di cui si è scelto di non riportare il testo in quanto, all'interno del percorso, vengono presentati agli studenti solo in traduzione italiana: quello delle pecore che brucano su pascoli lontani e che perciò appaiono come un'unica macchia bianca, anche se in realtà sono in movimento (vv. 317-22); e quello di chi, vedendo dall'alto di un'ipotetica montagna le pur frenetiche operazioni militari del campo di battaglia, vi scorge solo un indistinto e immobile fulgore (vv. 323-32)[7].

L'analisi guidata dei passi presi in esame si concentra sull'argomentazione, sul lessico e sugli elementi retorici, il cui intreccio rende unica l'opera lucreziana, in perfetto equilibrio tra impianto didascalico ed espressione artistica, cosicché, oltre che la razionalità del lettore, siano stimolate anche le corde del suo cuore.

Il *De rerum natura* si caratterizza infatti in primo luogo per un procedimento argomentativo rigoroso, che ha come obiettivo quello di spiegare al destinatario, citato al v. 216 con un pronome personale e poi ricordato al v.

7. Per questi versi si è scelto di proporre la bella traduzione di M. De Angelis, *De rerum natura di Lucrezio*, Milano 2022, p. 101: «Facciamo un esempio. Sovente nei loro ricchi pascoli le pecore avanzano lentamente verso l'erba bagnata di rugiada che le invita con il proprio richiamo, mentre gli agnelli sono ormai sazi e giocano cozzando dolcemente tra di loro. Ma tutta la scena, da lontano, ci appare confusa come una candida macchia immobile nel verde della collina. Un altro esempio. Quando le legioni inondano la campagna con le loro manovre, evocando visioni di guerra, quando il luccichio delle armi si innalza fino al cielo e intorno tutta la terra risplende dei bagliori del bronzo, ecco allora che i passi dei soldati fanno scaturire dal terreno un immenso rimbombo e i monti conducono l'eco delle urla fino alle stelle, mentre volteggiano i cavalieri e all'improvviso irrompono al galoppo nella pianura e la fanno tremare. Eppure se guardiamo questa scena dall'alto di una montagna, riusciamo a scorgere solo una macchia immobile e luminosa».

284 dalla seconda persona singolare del verbo *fateor*, e quindi a tutti i lettori i concetti chiave della filosofia del maestro greco: la tesi è esposta con chiarezza e confermata da una dimostrazione per assurdo al v. 221, che non a caso contiene un periodo ipotetico dell'irrealtà; anche le confutazioni successive – di cui si riassume agli studenti il contenuto – fanno parte dell'impianto argomentativo, cosí come la ripresa della teoria alla fine del ragionamento e degli esempi forniti a supporto della stessa (sezione introdotta al v. 294 da *necesse est*). Sono tipici di un ragionamento di questo tipo anche i due corollari che discendono direttamente dalla tesi, a loro volta avvalorati da due esempi che attingono dall'esperienza quotidiana. A legare tra loro le parti del discorso e a definire, potremmo dire, gli scarti del pensiero contribuisce il gran numero di connettivi presenti, che gli studenti sono sicuramente in grado di evidenziare all'interno dei brani proposti: *quod* al v. 221, *quare* al v. 284 e al v. 308, *unde* al v. 286, *enim* al v. 288 e al v. 312, *nam* al v. 296 e al v. 304, *quapropter* al v. 297 e al v. 313.

Vale la pena, in secondo luogo, di porre l'attenzione sul lessico adoperato dal poeta, a partire dai termini che designano i tre movimenti descritti nel primo passo: quello ordinario derivato dal *pondus* degli atomi; quello eccezionale, che li porta a deviare (*declinare*) di poco dalla verticale; quello provocato dal *clinamen*, cioè la *plaga* che fa in modo che gli atomi si aggreghino tra loro formando i corpi. Come in tutto il poema, anche questi versi si prestano particolarmente per far riflettere gli studenti sull'uso dei calchi e delle perifrasi con cui si indicano gli atomi (*corpora* al v. 217, *principia* al v. 292, *primordia rerum* al v. 309) e sull'alternanza tra registro astratto e concreto che, come abbiamo già visto, caratterizza l'opera.

Gli esametri presi in considerazione, infine, sono un ottimo esempio per mettere in luce gli artifici di carattere retorico che maggiormente costellano il dettato lucreziano: arcaismi e formule epiche come il genitivo in *-ai* (per es. ai vv. 294 e 302), *uti* al posto di *ut* (v. 222), *foret* per *esset* (v. 223), la forma sincopata *creasset* (v. 224); nessi allitteranti che si susseguono in gran parte dei passi citati (basti ricordare *momen mutatum* al v. 220, *praeter plagas et pondera* al v. 295); figure retoriche come poliptoti (per es. *creata* e *creasset* ai vv. 223 sg.) e iperbati (per es. al v. 309)[8].

8. Se si vuole coinvolgere nel percorso interdisciplinare anche la storia dell'arte si consiglia di partire dal catalogo della mostra *Vedere l'invisibile: Lucrezio nell'arte contemporanea*, a cura di M. Beretta-F. Citti-D. Pellacani-R. Pinto, Bologna 2017, utile anche per i saggi introduttivi e la relativa bibliografia.

II. Newton e l'indeterminismo caotico

La seconda sezione dell'unità didattica ha per protagonista Isaac Newton, che nel 1687 pubblica la prima edizione dei *Philosophiae naturalis principia mathematica*[9], in cui affronta il problema dei due corpi: esso descrive il moto di due corpi puntiformi soggetti alle sole forze di interazione reciproca. Il problema, per quanto possa sembrare una semplificazione eccessiva per lo studio dei sistemi piú complessi come il sistema solare, è di straordinaria importanza, in quanto costituisce l'unico caso ad ammettere una soluzione in forma chiusa del piú generale problema degli *n* corpi[10].

Propositio LXIII Problema XXXIX

Corporum duorum quæ viribus quadrato distantiæ suæ reciproce proportionalibus se mutuo trahunt, deque locis datis, secundum datas rectas, datis cum velocitatibus exeunt, determinare motus.

Ex datis corporum motibus sub initio, datur uniformis motus centri communis gravitatis, ut & motus spatii quod una cum hoc centro movetur uniformiter in directum, nec non corporum motus initiales respectu hujus spatii. Motus autem subsequentes (per legum corollarium quintum & theorema novissimum) perinde fiunt in hoc spatio, ac si spatium ipsum una cum communi illo gravitatis centro quiesceret, & corpora non traherent se mutuo, sed a corpore tertio sito in centro illo traherentur. Corporis igitur alterutrius in hoc spatio mobili de loco dato, secundum datam rectam, data cum velocitate exeuntis, & vi centripeta ad centrum illud tendente correpti, determinandus est motus per problema nonum & vicesimum sextum: & habebitur simul motus corporis alterius circum idem centrum. Cum hoc

9. Una copia digitale della prima edizione dei *Principia* è disponibile al link (ultima consultazione 14/06/2024) https://cudl.lib.cam.ac.uk/view/PR-ADV-B-00039-00001/9.

10. La traduzione dei testi di Newton è di chi scrive: «Determinare i moti di due corpi che si attraggono reciprocamente con forze inversamente proporzionali al quadrato della loro distanza, e partono da luoghi dati, secondo date direzioni e con velocità date. A partire all'inizio da dati moti dei corpi, è dato anche il moto uniforme del comune centro di gravità, come anche il moto dello spazio che si muove insieme a questo centro uniformemente in linea retta, e anche gli iniziali moti dei corpi rispetto a questo spazio. Allora i successivi moti (per il quinto corollario delle leggi, e l'ultimissimo teorema) si compiono nello stesso modo in questo spazio, come se quello spazio insieme al comune centro di gravità fosse in quiete, e come se i corpi non si attraessero reciprocamente, ma fossero attratti da un terzo corpo posto in quel centro. Dunque, in questo spazio mobile il moto di uno dei due corpi che parte da un dato luogo, secondo una direzione data, con una data velocità di uscita, e su cui agisce una forza centripeta tendente a quel centro, deve essere determinato dal problema nono e ventiseiesimo, e contemporaneamente si otterrà il moto dell'altro corpo intorno al medesimo centro. Con questo moto si deve comporre quel moto uniforme progressivo dell'intero sistema dello spazio e dei corpi in esso rotanti che abbiamo trovato sopra, e si otterrà il moto assoluto dei corpi nello spazio immobile. Cosa che doveva essere scoperta».

motu componendus est uniformis ille systematis spatii & corporum in eo gyrantium motus progressivus supra inventus, & habebitur motus absolutus corporum in spatio immobili. Q.E.I.

Il docente ha cura, dopo aver fornito il testo originale con traduzione contrastiva, di mettere in luce alcuni aspetti, *in primis* la modalità con cui la proposizione viene presentata: essa, infatti, contrariamente a quanto gli studenti sono abituati a leggere nei testi contemporanei, è enunciata come se fosse un problema, non come certezza data.

In secondo luogo, fa riflettere la classe sul lessico specifico e settoriale adoperato da Newton – basti porre all'attenzione di chi partecipa alla lezione su alcune parole o sintagmi chiave come *gravitas*, *vis centripeta*, *secundum datam rectam*, *uniformiter*, *theorema*, *corollarium* o sul significato dei verbi *traho*, *habeo*, *determino*, ecc. – e sulla presenza di abbreviazioni quali *&* o Q.E.I. (*quod erat inveniendum*), chiedendo di formulare ipotesi sul loro scioglimento.

Infine l'insegnante, soffermandosi sulla sintassi, mostra come l'andamento di queste righe, ancora una volta diversamente da quanto leggeremmo in un manuale odierno, ha un andamento narrativo e descrittivo, a testimonianza del fatto che il linguaggio matematico si è strutturato nel tempo e che la sua grammatica e la sua semantica non sono un dato immutabile, ma il risultato di un processo. Proprio per mettere in evidenza queste differenze, vale la pena di presentare agli alunni il problema dei due corpi con un linguaggio a loro piú familiare:

Si considerino due corpi, rispettivamente di massa m e M, e indichiamo con O il centro di massa del sistema.

Siano poi r_1 e r_2, rispettivamente, la distanza del corpo di massa M da O e quella del corpo di massa m dal medesimo punto. Ancora, si definisca il vettore $r = r_1 - r_2$ e siano $F_m = -GMm \frac{r}{r^3}$, $F_M = GMm \frac{r}{r^3}$.

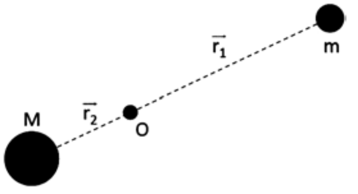
Definendo $\gamma = GMm$, è possibile scrivere le equazioni della dinamica come, $m\ddot{r}_1 = -\gamma \frac{r}{r^3}$, $M\ddot{r}_2 = \gamma \frac{r}{r^3}$.

Dividendo la prima equazione per m e la seconda per M e sottraendo membro a membro si ottiene: $\ddot{r}_1 - \ddot{r}_2 = -\frac{\gamma}{m}\frac{r}{r^3} - \frac{\gamma}{M}\frac{r}{r^3} = -\gamma\frac{r}{r^3}\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right)$.

Infine, definendo $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M}$, si ha $\ddot{r} = -\frac{\gamma}{\mu}\frac{r}{r^3}$.

Si è dunque ridotto il problema allo studio del moto di un singolo corpo di massa μ.

Integrando l'ultima equazione si ottiene la legge oraria del corpo.



L'ora successiva può invece essere dedicata al noto problema dei tre corpi, che si pone l'obiettivo di determinare la legge oraria r(t) per ciascuno dei tre corpi che interagiscono mutuamente, note le posizioni (r_1, r_2, r_3), le masse (m_1, m_2, m_3) e le velocità (v_1, v_2, v_3) degli stessi all'istante iniziale t_0.

Newton, consapevole delle difficoltà che il problema presenta, cerca di ricondurlo a quello di due corpi interagenti sui quali agisce una perturbazione provocata da un terzo corpo. Nel XVIII secolo il problema presentato da Newton viene ripreso e riformulato da vari scienziati, quali Clairaut, D'Alembert, Eulero e Lagrange. Le soluzioni proposte dagli ultimi due, in particolare, sono di profondo interesse. Occorre però attendere la fine del XIX secolo per stabilire la non integrabilità del problema dei tre corpi grazie ai lavori di Bruns e Poincaré.

Propositio LXVI Theorema XXVI[11]
Si corpora tria, quorum vires decrescunt in duplicata ratione distantiarum, se mutuo trahant; & attractiones acceleratrices binorum quorumcumque in tertium sint inter se reciproce ut quadrata distantiarum; minora autem circa maximum revolvantur; dico quod interius circa intimum & maximum, radiis ad ipsum ductis, describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam ellipseos umbilicum in concursu radiorum habentis accedentem, si corpus maximum his attractionibus agitetur, quam si maximum illud vel a minoribus non attractus quiescat, vel multo minus vel multo magis attractum, aut multo minus aut multo magis agitetur.

A questo punto del percorso gli studenti dovrebbero essere in grado di lavorare autonomamente sul testo: la traduzione viene fornita loro solo *a*

11. «Se tre corpi, le cui forze diminuiscono in ragione del quadrato delle distanze, si attraggono reciprocamente; e se le attrazioni acceleratrici di due qualunque stanno nei confronti della terza tra loro in modo inversamente proporzionale al quadrato delle loro distanze; e se i piú piccoli ruotano intorno al piú grande: dico che il corpo interno descriverà attorno al piú interno e al piú grande, condotti i raggi verso il corpo stesso, aree piú proporzionali ai tempi e una figura piú vicina a quella di un'ellisse avente il suo fuoco nel punto di incontro dei raggi, se il corpo piú grande è agitato da quelle attrazioni, che se quel corpo piú grande, non affatto attratto dal minore, rimanesse in quiete o di quanto sarebbe se, molto meno o molto piú attratto, fosse mosso o molto meno o molto piú».

posteriori, mentre prima essi affrontano la comprensione generale del brano e lavorano sulle sue caratteristiche sintattiche e lessicali attraverso domande guida. Non sarà difficile, per esempio, tramite l'individuazione delle subordinate ipotetiche in enumerazione, delle interrogative indirette, dei vari *et, vel* e *aut* ribadire l'andamento narrativo-descrittivo del passo, cosí come individuare e comprendere il lessico specifico.

III. Bernoulli e l'indeterminismo statistico

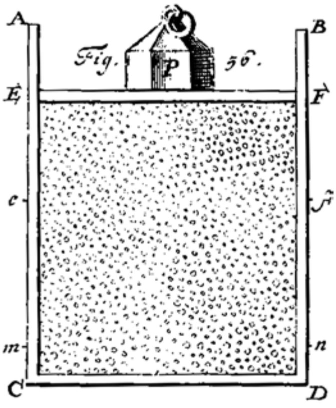
L'ultima parte del percorso didattico è dedicata a Daniel Bernoulli, autore nel 1738 di un'opera intitolata *Hydrodynamica*[12]. Nel XVI secolo il filosofo naturale Robert Boyle e alcuni studiosi coevi avevano già avanzato delle tesi relative alle proprietà dell'aria, mostrando che, a temperatura costante, il prodotto tra pressione e volume è anch'esso costante: tali proposte, però, avevano perlopiú carattere qualitativo. È invece lo scienziato svizzero nella sua *Hydrodynamica* a formulare un modello in cui l'aria è immaginata come un insieme di particelle in continuo movimento e a fornire, a differenza dei predecessori, una spiegazione dell'origine della pressione e di alcune proprietà dei gas, nonché della legge di Boyle-Mariotte: egli pone cosí le basi per un approccio quantitativo alla teoria cinetica dei gas.

Il breve passo che viene qui preso in esame è il seguente, che si trova all'inizio della *sectio decima* (§ 2)[13]:

Finge itaque vas cylindricum verticaliter positum ACDB atque in illo operculum mobile EF, cui pondus P super incubat: contineat cavitas ECDF corpuscula minima motu rapidissimo hinc inde agitata: sic corpuscula, dum impingunt in operculum EF idemque suis sustinent impetibus continue repetitis fluidum componunt elasticum quod remoto aut diminuito pondere P sese espandit.

12. Al *link* https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k15177430.r=Hydrodynamica?rk=21459;2 (ultima consultazione 14/06/2024) è consultabile la copia digitalizzata di D. Bernoulli, *Hydrodynamica, sive de Viribus et motibus fluidorum commentarii, opus academicum ab auctore, dum Petropoli ageret, congestum*, Argentorati 1738.

13. «Immagina perciò un recipiente cilindrico, posizionato verticalmente ABCD, e dentro quello un coperchio mobile EF, su cui poggi un peso P; la cavità ECDF contenga particelle piccolissime agitate da un movimento rapidissimo qua e là: cosí le particelle, urtando il coperchio EF e sostenendo il medesimo coperchio con i loro urti continuamente ripetuti, compongono un fluido elastico che, rimosso o diminuito il peso P, espande sé stesso». La figura è riportata da Bernoulli in appendice ed è identificata come fig. 56.



Se già l'introduzione è sicuramente piú schematica rispetto al periodare di Newton[14], altre caratteristiche del dettato di Bernoulli lo avvicinano, per cosí dire, al linguaggio della matematica e della fisica contemporanea: l'uso dell'imperativo e del congiuntivo esortativo, l'andamento paratattico, l'uso delle lettere maiuscole per indicare i punti secondo l'uso moderno sono solo alcuni degli elementi che gli studenti possono sottolineare in semiautonomia.

IV. Conclusioni

In conclusione, il progetto elaborato, che pur si presta a varie rivisitazioni o eventuali modifiche, fornisce ai discenti l'opportunità di misurarsi con argomenti che durante il percorso liceale vengono trattati solo marginalmente. Ad esempio, lo studio del problema dei tre corpi creerebbe le condizioni per affrontare un approfondimento sui metodi di soluzione numerica per sistemi di equazioni differenziali e ciò, conseguentemente, getterebbe le basi per avanzare una proposta didattica relativa all'implementa-

14. Agli studenti si può fornire, perché ciò risulti piú evidente, anche il periodo precedente rispetto a quello riportato, che funge da introduzione: *Fluidorum autem elasticorum praecipuae affectiones in eo positae sunt: 1°. ut sint gravia, 2°. ut se in omnes plagas explicent, nisi contineantur, &3°. ut se continue magis magisque comprimi patiantur crescentibus potentiis compressionis: ita comparatus est aër, ad quem potissimum praesentes nostrae pertinent cogitationes* («Le caratteristiche principali dei fluidi elastici sono le seguenti: 1. che sono pesanti: 2. che si espandono in ogni direzione se non sono contenuti; 3. che continuamente tollerano di essere compressi sempre piú all'aumentare del potere di compressione: cosí si dispone l'aria, alla quale soprattutto i nostri pensieri presenti si rivolgono»).

zione di algoritmi mirati all'analisi di sistemi dinamici. E ancora, la trattazione della teoria cinetica dei gas, che viene generalmente condotta nel secondo biennio del liceo scientifico, potrebbe essere ripresa corroborando le nozioni di statistica e probabilità già acquisite dagli studenti, consentendo loro di comprendere appieno alcuni temi quali la distribuzione maxwelliana delle velocità. Inoltre, un eventuale incentivo allo studio della probabilità agevolerebbe anche l'assimilazione dei concetti della meccanica quantistica che ormai è diventata uno dei nuclei centrali nella fisica del quinto anno del liceo scientifico.

Roberto Mori - Giano Rugge
Liceo Majorana, Desio

⋆

Il percorso didattico interdisciplinare, destinato agli studenti dell'ultimo anno del liceo scientifico, è incentrato sul concetto di indeterminismo e prevede l'analisi di passi in lingua latina di tre grandi autori: Lucrezio, la cui teoria del *clinamen* può essere considerata modello di indeterminismo quantistico; Newton, che con il problema dei tre corpi esplora il campo dell'indeterminismo caotico; Daniel Bernoulli, la cui teoria cinetica dei gas apre le porte all'indeterminismo statistico. Seguendo questo *fil rouge*, gli insegnanti fanno riflettere gli studenti da un lato sulla storia della scienza, che non è un insieme di teorie immutabili come essi tendono a credere, dall'altro sulle numerose varietà del latino, lingua della ricerca fino al XIX secolo.

This interdisciplinary didactic path, whose recipients are students attending the last year of liceo scientifico*, is focused on the concept of indeterminism and features the analysis of three passages in Latin written by great authors: Lucretius, whose clinamen theory can be considered a model of quantum indeterminism; Newton, who explores the field of chaotic indeterminism investigating the three-body problem; Daniel Bernoulli, whose kinetic theory of gas opens the door to statistical indeterminism. Following this thread, teachers can stimulate their students to reflect on history of science, which is not a mere set of unchangeable theories as the latter tend to believe and to explore the multiple varieties of Latin, language of researchers up to the 19th century.*

DICAT QUI POTEST: UN *CERTAMEN MATHEMATICUM* AL LICEO SCIENTIFICO

I. Introduzione

Il progetto *Certamen mathematicum* si è svolto negli anni 2021-2022, 2022-2023 e 2023-2024 presso il Liceo scientifico Louis Pasteur di Roma. Nell'ottica di valorizzare le eccellenze e di promuovere l'interdisciplinarità, abbiamo proposto un *certamen* che consistesse nella traduzione italiana di un testo scientifico latino e nella soluzione del problema in esso contenuto. La scelta dei testi si è basata principalmente sui contenuti disciplinari scientifici e il testo originale è stato conseguentemente adattato alle competenze traduttive degli studenti, tenuto conto che per ogni edizione sono state predisposte fino a cinque prove distinte per anno di corso. La durata delle singole prove era di 60 minuti e gli studenti avevano a disposizione un vocabolario latino-italiano e una calcolatrice.

Nell'anno scolastico 2021-2022 la scelta è ricaduta su Leonardo Pisano detto Fibonacci (1170 ca.-1242 ca.), autore del *Liber abbaci* e, come noto, promotore dell'utilizzo dei numeri 'indiani' al posto dei numeri romani. L'anno successivo sono state scelte le *Propositiones ad acuendos iuvenes* di Alcuino di York, attivo alla fine dell'VIII secolo presso la *Schola Palatina* di Carlo Magno. Nell'attuale anno scolastico (2023-2024) alle classi del biennio sono stati proposti altri problemi di Fibonacci, mentre per il triennio abbiamo voluto allargare l'ambito alla fisica e proporre estratti dai *Principia mathematica* di Isaac Newton.

Nel proporre i quesiti si è cercato di rispettare il piú possibile la struttura e i contenuti originali dei problemi anche con l'intenzione di far avere agli studenti un primo approccio alla produzione scientifica latina in lingua originale senza troppe mediazioni. Per quanto riguarda le modifiche apportate, in latino si è intervenuti talora sul lessico, piú spesso sulla sintassi, semplificandola o arricchendola a seconda della classe di destinazione. L'ortografia è stata omologata alla norma scolastica e sono state indicate le sillabe lunghe. Nella parte scientifica invece in alcune prove è stato necessario qualche intervento per sciogliere ambiguità presenti nei testi, in altre, soprattutto nelle classi terminali, sono state aggiunte alcune integrazioni moderne per meglio accordare la prova al livello delle competenze degli alunni.

Si offrono di seguito *exempla* di alcune prove proposte agli studenti; per ogni prova viene presentato il testo latino originale, il suo adattamento e la consegna, integrati con brevi osservazioni di carattere didattico.

II. Le prove dell'a.s. 2021-2022

Come detto, nell'anno scolastico 2021-2022 sono state proposte agli studenti delle prove tratte dal *Liber abbaci* di Fibonacci. Per le classi prime e le classi seconde sono stati presentati due problemi distinti; per le classi del triennio è stato somministrato lo stesso testo di partenza ma con quesiti di approfondimento diversi.

II 1. Classi prime (Fibonacci)

Testo originale (ed. Boncompagni 1857, p. 188):

Quendam cuppa est, de qua fundus ponderat tertiam totius cuppe; cuperclium vero ponderat quartum; residuum vero ponderat libras 15: queritur pondus totius cuppe.

Testo adattato:

In mēnsā est pōculum. Fundus pōculī ponderat tertiam partem pōculī; operculum autem ponderat quārtam partem pōculī. Residuum ponderat lībrās 15. Quantum ponderat tōtum pōculum?

Traduzione del testo adattato e consegna:

Su un tavolo c'è una coppa. Il fondo della coppa pesa 1/3 dell'intera coppa; invece il coperchio pesa un quarto dell'intera coppa. Il resto pesa 15 libbre. Quanto pesa l'intera coppa?

Svolgi il problema spiegando (in italiano) tutti i passaggi.

Osservazioni sul testo latino: l'adattamento del testo latino per la prova rivolta alle classi prime ha richiesto particolari attenzioni, in quanto proposta a studenti che avevano iniziato da soli tre mesi lo studio della lingua e, nella maggior parte delle classi, non avevano affrontato i nomi di 3ª declinazione e le forme passive della morfologia verbale. Sono stati dunque necessari i seguenti adattamenti:

– *quaedam cuppa est* è stato reso come *in mensa est poculum*, omettendo l'indefinito *quaedam* (non noto agli studenti), introducendo un complemento di stato (*in mensa*) e sostituendo *cuppa* con il meno intuitivo *poculum*;

– *de qua* … *cuppe*: la subordinata relativa non era stata affrontata da gran parte degli studenti e pertanto si è optato per una resa paratattica (*fundus* … *poculi*); si è sottinteso *totius* (declinazione non nota agli studenti) ma dopo *tertiam* è stato esplicitato *partem* (che Fibonacci sottintende), ritenendo che fosse facilmente comprensibile anche se di 3ª declinazione. Il testo originale presentava un problematico *de qua* (al posto dell'atteso *cuius*), che richiedeva comunque un intervento 'normativo', per quanto costruzioni analoghe siano attestate nel latino classico;

– *cuperclium* … *quartum*: si è sostituito *cuperclium* con il piú classico *operculum*, riferito ad esempio a un *dolium* in Cat. *agr.* 104 e 112; si è omesso l'avverbio *vero*; si è esplicitato in *quartam partem poculi* l'astratto *quartum*;

– *queritur* … *cuppe*: per evitare l'uso della forma passiva (non necessariamente nota agli studenti) si è trasformata l'interrogativa da indiretta a diretta: *Quantum ponderat tōtum pōculum?*

Osservazioni sui contenuti matematici: il quesito è stato selezionato perché risolvibile con un'equazione lineare a coefficienti frazionari, in accordo con la programmazione delle classi di primo liceo scientifico.

II 2. Classi seconde (Fibonacci)

Testo originale (ed. Boncompagni 1857, p. 180):

Quidam misit filium suum in Alexandriam; deditque ei bizantios 100, precipiens, ut emeret ex eis piper, atque berzi. Cantare quidem piperis pro bizantiis 50, et cantare berzi pro bizantiis 30; et pondus quod ponderat piper esset 2/9 3/7 ponderis berzi. Queritur, quot emit de pipere, et quantum de berzi.

Testo adattato:

Quīdam vir mīttit fīlium suum in Alexandrīam, dat eī nummōs 180 et iubēt eum emere piper atque grānum. Unum cantāre piperis cōnstāt nummīs 50 et unum cantāre grānī cōnstāt nummīs 15. Is totos 180 nummos expendit: cantaria piperis quae fīlius emit sunt 17/14 + 2/7 cantarium grānī. Quantum piperis emit ille et quantum grānī?

Traduzione del testo adattato e consegna:

Un uomo manda suo figlio ad Alessandria, gli dà 180 monete e gli ordina di comprare del pepe e del grano. Una cantaria di pepe costa 50 monete ed una cantaria di grano ne costa 15. Il figlio spende tutte le 180 monete: la cantarie di pepe che il figlio compra sono 17/14 + 2/7 delle cantarie di grano. Quanto pepe e quanto grano compra?

Svolgi il problema ed esprimi il risultato in cantarie; illustra (in formule o a parole) il procedimento che hai seguito.

Osservazioni sul testo latino: il testo originale del problema presenta l'uso, sovente definito postclassico, della preposizione per indicare il moto con i nomi di città, per quanto in realtà autori come Livio usino *ab Roma* in piú di cinquanta ricorrenze (e mai l'atteso ablativo semplice) e, come da notizia svetoniana (*Aug.* 86, 1), si apprenda che il *princeps* usasse regolarmente le preposizioni con i nomi di città. Ignoto al latino classico, il termine *berzi* indicherebbe un colorante naturale. Come spesso in Fibonacci, il genitivo di quantità è reso con la costruzione *de* + ablativo. Sono stati effettuati i seguenti adattamenti del testo:

– si è scelto di mantenere il sintagma *in Alexandriam* sia per ragioni di chiarezza sia per introdurre gli studenti al tema della permeabilità delle regole grammaticali all'uso comune;

– si sono resi i verbi al presente, dato che non tutte le classi avevano affrontato la morfologia del perfetto;

– il sintagma *precipiens ut emeret* è stato reso con *iubet eum emere* in quanto non tutte le classi avevano affrontato il congiuntivo, mentre la costruzione di *iubere* era familiare agli studenti o comunque illustrata dal vocabolario in uso;

– si è sostituito *berzi* con *granum*, per ragioni di comprensibilità; lo stesso per il conio monetario, risolto nel generico *nummus*;

– si è esplicitato in genitivo il partitivo, rispetto al trádito *de* + ablativo;

– è stato inserito il simbolo matematico +, non usato da Fibonacci.

Osservazioni sui contenuti matematici: il quesito è risolvibile con un sistema lineare a coefficienti frazionari, in accordo con la programmazione delle classi seconde del liceo scientifico. I valori numerici sono stati modificati per semplificare i calcoli in modo da non disorientare troppo gli studenti poiché Fibonacci tende ad usare solo frazioni proprie con numeratori semplici ed esprime quelle piú complesse come somma tra queste con una notazione diversa da quella attuale e risultati piuttosto articolati.

II 3. Classi quinte (Fibonacci)

Testo originale (ed. Boncompagni 1857, p. 203):

Quidam mercator duxit Constantinopolim tres margaritas ad vendendum. Quarum una valebat aliquid. Secunda duplum prime. Tertia siqidem duplum secunde, minus tertia unius bizantii. Commerciarius quippe constantipolitanus exigebat decimam praedictarum margaritarum pro curie diríctum. Mercator quidem vendidit prima margaritarum, scilicet viliorem; et persolvit exigenti decimam predictarum margatoritarum omnium; et hoc quod superfuit ei fuit 1/8 pretii secunde margarite, et amplius bizantii 1/10 1/3 21. Queritur pretium uniuscuiusque margarite.

Testo adattato:

Quīdam mercātor profectus est ad Costantinopolim ut trēs margarītās vēnderet: prīma valēbat aliquid, secunda valēbat duplum prīmae, tertia valēbat duplum secundae minus tertiā parte unīus bizantīī. Postquam omnes vendidit, debebat quoque tributum conferre, id est nonam partem pretii omnium margaritarum. Ut lucrum sit maius quam 124 bizantii, quō pretiō debet vēndere prīmam margarītam?

Traduzione del testo adattato e consegna:

Un mercante è partito per Costantinopoli per vendere tre perle: la prima valeva X, la seconda valeva il doppio della prima, la terza valeva il doppio della seconda meno 1/3 di bisante. Dopo averle vendute tutte, doveva anche versare una tassa, cioè 1/9 del valore di tutte le perle. Per avere un guadagno superiore a 124 bisanti, a che prezzo deve vendere la prima perla?

a) Scrivi l'espressione matematica del rapporto tra il quadrato del 'guadagno' dell''uomo' e la spesa per le tasse in funzione valore della prima perla.

b) Della funzione scritta e considerando il 'significato' delle espressioni scritte determina campo di esistenza; segno; asintoti.

Osservazioni sul testo latino: il testo presenta alcune caratteristiche del latino post-classico, *e.g.* l'ambivalenza nella costruzione dei nomi di città con o senza preposizione (qui *Constantinopolim*, nel testo precedente *in Alexandriam*), la grafia medievale in *e* per il dittongo *ae*, un lessico non sempre classico (*commerciarius*, *dirictum*). Certamente interessante il riferimento a un sistema di tassazione (il *dirictum curiae*) e soprattutto l'attestazione dell'indefinito *aliquid* per indicare l'incognita X. Il testo latino è stato adattato al livello delle conoscenze degli studenti del triennio, ora semplificandolo ora aggiungendo alcuni elementi; in particolare:

– si è introdotto il deponente *profectus est* e si è reso il gerundio finale *ad vendendum* con la piú frequente costruzione *ut* + congiuntivo;

– si è sostituito *tabernarius* a *commerciarius* e si è semplificato il riferimento al balzello con un generico *pro compensatione*;

– si è posta in forma diretta la consegna del problema e si è utilizzato un aggettivo pronominale piú frequente;

– il testo di partenza è lo stesso proposto alle classi terze/quarte ma per la classe terminale è stata mantenuta la parte iniziale del testo latino, mentre il problema è stato riformulato, con un testo scritto *ex novo* che comprendesse anche una subordinata finale (*ut lucrum sit eqs.*).

Osservazioni su contenuti matematici: la prima parte del quesito si risolve con un'equazione per cui, per far rientrare anche contenuti piú in linea con il percorso di studi degli studenti, abbiamo aggiunto alcune domande piú tecniche in italiano, prestando attenzione comunque a non sbilanciare la prova. A titolo di esempio si è riportato quanto proposto alle classi quinte con la definizione di una funzione e alcune richieste su di essa.

III. Le prove dell'a.s. 2022-2023

Nell'anno scolastico 2022-2023 i problemi sono stati tratti dalle *Propositiones ad acuendos iuvenes* di Alcuino di York, contenuti nella raccolta a cura di Raffaella Franci. Se ne presenta anche in questo caso il testo originale, l'eventuale adattamento, la sua traduzione in italiano e l'analisi matematica dei quesiti. Alle classi del biennio sono stati somministrati gli stessi due brevi problemi, con diversi adattamenti linguistici; alle classi del triennio è stato proposto un problema di Alcuino con un'integrazione diversificata per anno di corso.

III 1. Classi prime/seconde (Alcuino)

Testo originale (prop. 8 e 31, ed. Franci 2016, pp. 40 e 82):

Est cupa una, quae C metretis impletur capientibus singulis modia tria habens fistulas III. Ex numero modiorum tertia pars et sexta per unam fistulam currit, per alterum tertia pars sola, per tertium sexta tantum. Dicat, qui vult, quot sextarii per unamquamque fistulam cucurrissent. …

Est canava, quae habet in longitudine pedes C et in latitudine pedes LXIV. Dicat, qui potest, quot cupas capere debet, ita tamen ut unaquaeque cupa habeat in longitudine pedes VII et in lato, hoc est in medio, pedes IV, et pervius unus habeat pedes IV.

Testo adattato:

Problema primum. In culīna est cūpa. Cūpa potest C metrētās* vīnī continēre et III fistulās habet. Cocus cupit cūpam vīnī complēre. Tertia et sexta pars vīnī fluit per ūnam fistulam, per alteram tertia pars vīnī, per tertiam fistulam sōlum sexta pars vīnī fluit. Quot sextāriī vīnī fluunt per quamque fistulam?

Problema secundum. In vīllā est cella vīnāria, quae longa est metra C et lāta metra LXIV. Cocus cupit illīc pōnere multās cūpās. Quaeque cūpa est longa VII et lāta IV metra sed in cellā necesse est habēre ūnum quoque pervium lātum metra IV et longum metra C: ā perviō cellā dīviditur in duās aequās partēs. Quot cūpās potest tōta cella continēre?

* ūna metrēta = LXXII sextarii

Traduzione del testo adattato e consegna:

Primo problema. In una cucina c'è una botte. La botte può contenere C metrete* di vino ed ha tre cannucce. Il cuoco vuole riempire di vino la botte. 1/3 ed 1/6 di vino scorre per una cannuccia, per l'altra 1/3 di vino, per la terza cannuccia solo 1/6 del vino. Quanti sestari di vino scorrono per ogni cannuccia?

Secondo problema. In una villa c'è una cantina per il vino, che è lunga C metri e larga 64 metri. Il cuoco vuole metterci molte botti. Ogni botte è lunga 7 metri e larga 4 metri, ma nella cantina è necessario avere anche un corridoio, largo 4 metri e lungo 100: dal corridoio la cantina è divisa in due parti uguali. Quante botti può contenere l'intera cantina?

* una metreta = 72 sestari

Osservazioni sul testo latino: l'indefinito *quaeque* era illustrato in nota, in quanto non affrontato dagli studenti; per facilitare la comprensione, l'ablativo di causa efficiente è stato comunque costruito con preposizione (*a pervio*). Il testo del primo problema proposto alle classi seconde introduceva una relativa e un infinito passivo (*III fistulas habet per quas vinum in cupam potest fundi*). Il testo del secondo problema proposto alle classi seconde era piú vicino all'originale per quanto riguarda l'espressione delle misure (*in longitudine pedes C et in latitudine pedes LXIV habet*); introduceva inoltre una subordinata causale (*quia cella frigida est et bene vinum servat*).

Osservazioni sui contenuti matematici: Alcuino opera molto prima di Fibonacci e i quesiti che propone sono per certi versi piú semplici ma in alcuni casi possono richiedere una maggiore creatività nella soluzione, come si vede dalla prova qui presentata. Il primo problema richiede solo la conoscenza di proporzioni e frazioni e appartiene infatti alla categoria dei problemi di aritmetica elementare, la seconda invece implica un ragionamento e una certa dose di immaginazione e appartiene ai quesiti della cosiddetta geometria pratica. Il testo originale presenta un'ambiguità sulla posizione del passaggio tra le botti che abbiamo sciolto fornendo un'indicazione precisa per permettere agli studenti di arrivare a una soluzione univoca.

III 2. Classi quinte (Alcuino)

Testo originale (prop. 28, ed. Franci 2016, p. 74):

Est civitas triangula, quae habet in uno latere pedes C, et in alio latere, pedes C, et in fronte pedes XC. Volo enim ibidem aedificia domorum construere, sic tamen, ut unaquaeque domus habeat in longitudine pedes XX et in latitudine pedes X. Dicat, qui potest, quot domos capi debent.

Testo adattato:

Problema primum. In Asiā est urbs triangula, quae habet in ūnō latere pedēs C et in aliō latere pedēs C et in bāsī pedēs XC. Rēx pecūniōsus vult ibīdem domōs aedificāre, ita ut quaeque domus habeat in longitūdine pedēs XX et in lātitūdine pedēs X. Dicat, quī potest, utrum XX domūs hōc modō aedificātae (habentēs ūnum lātum parallēlum bāsī triangulī) possint in illā urbe continērī.

Problema secundum. Prope eandem urbem, rēx fontem marmoream fōrmam rontundam habentem aedificāre vult, sitam intrā ligneum triangulum (quod angulum rēctum habeat et cuius latera circumferentiam tangant). Mēnsūra alterīus cathetī ignōta est, altera IV pedēs in longitūdinem habet. Sī illa incognita mēnsūra ad īnfīnītum pertinet, cui terminō pertinet circumferentiae radium?

Traduzione del testo adattato e consegna:

Primo problema. In Asia c'è una città triangolare, che misura in un lato C piedi, nell'altro lato C piedi e nella base XC piedi. Un ricco re vuole costruire lí delle case, in maniera tale che ogni casa abbia XX piedi in lunghezza e X piedi in larghezza. Dica, chi ci riesce, se XX case costruite in questo modo (aventi un lato parallelo alla base del triangolo) possano essere contenute o non in quella città.

Secondo problema. Presso la stessa città, il re vuole costruire una fontana di marmo di fonte rotonda, collocata all'interno di un triangolo di legno (che abbia un angolo retto ed i cui lati tocchino la circonferenza). La misura di uno dei due cateti è ignota, l'altra è di 4 piedi in lunghezza. Se la misura ignota tende all'infinito, a quale termine pertiene il raggio della circonferenza?

Osservazioni sul testo latino: il testo originale è stato ampliato con l'inserto narrativo del sovrano in modo da risultare di lunghezza consona al livello degli studenti; è stata naturalmente mantenuta la subordinata consecutiva ed è stato riformulato il quesito, in quanto la soluzione proposta da Fibonacci risultava, come si vedrà, problematica. Il secondo problema, che riproduce un classico quesito di matematica, è stato redatto da noi direttamente in latino, utilizzando laddove possibile il lessico dell'autore.

Osservazioni sui contenuti matematici: il primo problema è di nuovo afferente alla geometria pratica, ovvero quella geometria che probabilmente deriva dall'agrimensura e che si basa sull'equivalenza tra le aree e su semplici formule per il calcolo di queste. Per risolverlo Alcuino si limita a dividere l'area del triangolo, determinata tramite l'equivalenza con un rettangolo, per l'area di ciascuna casa; questa operazione, scelta anche da molti studenti, evidentemente non tiene conto delle forme degli oggetti trattati e dello spazio che necessariamente resterà vuoto. Il testo è stato modificato perché una risposta precisa sul numero di abitazioni implicherebbe un procedimento lungo e complesso. Si è scelto quindi in un certo senso di invertirlo, richiedendo agli studenti di verificare se la soluzione di Alcuino (20 case) fosse accettabile. Nella valutazione un peso significativo è stato dato all'argomentazione e al procedimento seguito. Un gruppo, ad esempio, dopo aver verificato che il rapporto tra le aree era 20, ha sommato via via le superfici delle parti di città lasciate non edificate e, una volta arrivato all'area di una casa, ha tratto con successo le dovute conclusioni.

Il secondo quesito era tratto da esercizi classici adatti a ciascuna classe, come il quesito con i limiti proposto alle quinte che qui abbiamo riportato.

IV. Le prove dell'a.s. 2023-2024

Nell'anno scolastico 2023-2024 abbiamo voluto ampliare alla fisica il *certamen* e abbiamo proposto agli studenti del triennio testi tratti dai *Principia mathematica* di Newton (terza ed. 1726, ristampata a Glasgow nel 1871) che, per vincoli di spazio, non possiamo riportare.

V. Conclusioni

Gli studenti hanno accettato con entusiasmo la sfida, vedendo sia la traduzione sia lo svolgimento del procedimento matematico non come un mero esercizio di applicazione di competenze linguistiche o scientifiche ma come strumento necessario per la comprensione del problema e la sua eventuale soluzione; l'ambientazione 'medievale' dei problemi di Fibonacci e Alcuino (dai nomi delle principali città richiamate dai testi, come Alessandria o Costantinopoli, alle ramificazioni del sistema fiscale con il *curiae dirictum*, dalle merci al contesto mercantile) ha permesso per cosí dire di 'toccare con mano' quanto affrontato nel programma di storia. Mentre il latino medievale, certamente piú semplice sia dal punto di vista sintattico sia dal punto di vista lessicale, non ha presentato molti problemi nella traduzione e comprensione del testo, il testo di Newton, il cui latino richiama piú da vicino la sintassi classica e nello stesso tempo adatta il lessico classico a una nuova semantica scientifica, è risultato piú complesso. Anche i procedimenti di matematica non richiedevano conoscenze tecniche approfondite ma la vera sfida è stata quella di coniugare i due linguaggi.

Dal punto di vista della didattica è interessante riflettere sul fatto che un approccio per problemi alle equazioni e alla matematica in generale, può risultare stimolante ed efficace. I 'problemi di realtà', che spesso risultano per gli studenti piuttosto ostici, proposti in maniera ricreativa, sull'esempio di Alcuino e Fibonacci, sono in effetti accattivanti e accessibili e favoriscono il ragionamento anche astratto.

Una prova di questo tipo, inoltre, induce senz'altro alla cura dell'argomentazione dello svolgimento. Il testo narrativo di per sé porta gli alunni a rispondere spontaneamente alternando spiegazioni e calcoli matematici; nella terza edizione un gruppo ha addirittura fornito la risposta in latino, senza che questo fosse stato richiesto nella consegna.

Importante anche sottolineare la prospettiva storica. Presentare, ad esempio, problemi di matematica medievale posti il piú possibile nella loro forma autentica, permette di modificare il punto di vista sulla disciplina stessa, troppo spesso vista come fissa e immutabile, cosí come leggere Newton in lingua originale permette di seguirne e apprezzarne il ragionamento. Ovviamente per approfondire questo aspetto sarebbe necessario un lavoro successivo in classe.

Analogo discorso vale per l'approccio al latino come lingua della scienza nei suoi mutamenti cronologici, dall'uso dei numeri romani o arabi, alla riscoperta del latino 'aureo' in Newton.

L'attività proposta ha avuto infine una buona ricaduta sulla didattica curricolare, in quanto diversi colleghi hanno ripreso i testi proposti e li hanno inseriti nella loro programmazione, contribuendo alla disseminazione degli spunti offerti dal nostro *certamen mathematicum*.

ANDREA BASINI
Liceo Virgilio, Roma

SILVIA BORGOGNONI
Liceo Louis Pasteur, Roma

*

Negli ultimi tre anni presso il Liceo Scientifico Statale Louis Pasteur di Roma, in sinergia con altre iniziative come la Settimana della Scienza, abbiamo organizzato un *Certamen mathematicum* in cui coppie di studenti di tutti gli anni di corso (liceo scientifico tradizionale) si sono cimentate in una gara di traduzione di un testo scientifico latino (Fibonacci, Alcuino di York, Newton) e nello svolgimento di un problema contenuto nel testo o da esso ispirato. Si presenta qui una selezione dei testi proposti, accompagnata da alcune riflessioni sui contenuti linguistici/scientifici degli estratti e si conclude con gli stimoli interdisciplinari che l'iniziativa può suscitare.

Over the past three years, at the Louis Pasteur High School in Rome, in synergy with other initiatives such as Science Week, a Certamen Mathematicum *has been organized, in which pairs of students from all grades of the traditional scientific high school participated in a competition. This involved translating Latin scientific texts (by authors such as Fibonacci, Alcuin of York, and Newton) and solving a problem contained in or inspired by the text. This paper presents a selection of the proposed texts, accompanied by reflections on the linguistic and scientific content of the excerpts, and concludes with a discussion on the interdisciplinary stimuli that this initiative can provoke.*

RITORNO AD ALCUINO DI YORK: RESOCONTO DI UN PROGETTO DIDATTICO INTERDISCIPLINARE SULLE *PROPOSITIONES AD ACUENDOS IUVENES**

Il presente contributo rende conto di un'unità di apprendimento (da ora in poi, UdA) su Alcuino di York svolta nella classe II sez. D del Liceo scientifico S. Cannizzaro di Palermo. L'UdA ha interessato il secondo periodo dell'a.s. 2018-2019, da gennaio a maggio, coinvolgendo principalmente i proff. Erasmo Modica e Pietro Li Causi, coordinatori del progetto e docenti rispettivamente di matematica e latino[1].

I lavori realizzati dagli alunni nell'ambito dell'UdA sono stati le traduzioni cooperative in italiano e nel linguaggio formale dell'algebra moderna dei problemi 2, 3, 4, 7, 36, 37, 40, 44, 45 e 48 delle *Propositiones ad acuendos iuvenes* di Alcuino. I testi tradotti, corredati da apposite sezioni dedicate alla storia dell'algebra e della matematica ricreativa, e al metodo della falsa posizione, sono stati pubblicati su un'apposita pagina web[2].

L'idea che ha guidato la progettazione è stata quella di utilizzare le materie oggetto di insegnamento e le singole attività cooperative previste all'interno della programmazione curriculare come palestra per avviare gli studenti non solo all'interdisciplinarità ma anche, in maniera diretta, alla cittadinanza attiva e, di conseguenza, allo sviluppo di tutto quell'asse trasversale di abilità e competenze indicate dal Miur in proposito[3].

I. La fase preparatoria del progetto

L'attività degli studenti è stata preceduta da due lezioni preliminari tenute rispettivamente dal docente di matematica e dal docente di latino.

* P. Li Causi è autore delle sezioni I 1 sg., II 1 sg., III 1 e IV; E. Modica è autore delle sezioni I 3, II 3 e III 2 sg.

1. Per prendere visione dell'UdA nel suo insieme cfr. http://bit.ly/udalcuino (ultima consultazione di questo e dei siti successivamente citati: 13/06/2024).

2. Cfr. https://sites.google.com/cannizzaro.gov.it/alcuinodiyork.

3. Maggiori dettagli in P. Li Causi-E. Modica, *I problemi del mucchio di Alcuino di York: resoconto di un progetto didattico interdisciplinare*, «ClassicoContemporaneo» 5, 2019, p. 20. Per il riferimento alle competenze in questione, cfr. l'Allegato 2 del D.M. 139 del 22 agosto 2007, scaricabile al seguente indirizzo: http://bit.ly/dm1392007.

1. *L'evoluzione dell'algebra nel mondo antico*. Il docente di matematica, in una lezione di due ore, ha fornito un quadro sull'evoluzione dell'algebra nel mondo antico[4]. In particolare, ha posto l'attenzione su come lo sviluppo dell'algebra sia stato molto piú lento rispetto a quello della geometria, in quanto i risvolti di natura pratica di quest'ultima hanno reso indispensabile per i popoli antichi il suo studio piú sistematico. A tal proposito, ha fatto notare che, secondo Erodoto, la geometria egiziana è nata in seguito alla necessità di ridisegnare i confini dei campi che lo straripamento annuale del Nilo cancellava. Ha inoltre sottolineato come la causa del ritardo sia imputabile anche alla lenta costruzione di un linguaggio simbolico che consentisse di esprimere agevolmente i concetti algebrici. In questa prima sezione dell'UdA, è stata presentata la classificazione proposta nel 1842 dallo studioso G.H. Nesselman[5].

2. *Il primo incontro con Alcuino*. A seguire rispetto alla lezione preliminare di matematica, il docente di latino ha tenuto, nel corso delle ore curriculari, una lezione frontale di 30 minuti su Alcuino di York e sull'importanza delle *Propositiones ad acuendos iuvenes* nel quadro della Rinascita carolingia[6]. Quindi, ha fatto leggere in classe la *propositio* 2, scelta come testo di apertura, in lingua originale:

Propositio de viro ambulante in via. Quidam vir ambulans per viam vidit sibi alios homines obviantes et dixit eis: Volebam, ut fuissetis alii tantum, quanti estis, et medietas medietatis, et rursus de medietate medietas; tunc una mecum C fuissetis. Dicat, qui vult, quot fuerint, qui in primis ab illo visi sunt.

Solutio. Qui imprimis ab illo visi sunt, fuerunt XXXVI. Alii tantum fiunt LXXII, medietas medietatis sunt XVIII et huius numeri medietas sunt VIIII. Dic ergo sic: LXXII et XVII fiunt XC. Adde VIIII, fiunt XCVIIII. Adde loquentem, et habebis C

(Problema su un uomo che camminava per strada. Un tale vide, camminando per la strada, altri uomini che si avvicinavano a lui, e disse loro: «avrei voluto che voi foste tanti quanti siete adesso piú la metà della metà, piú ancora metà della metà; allora insieme a me sareste stati 100». Dica, chi vuole, quanti uomini vide inizialmente quel tale.

Soluzione. Gli uomini che quel tale vide all'inizio erano 36, il cui doppio è 72. La

4. Per il *powerpoint* della lezione, cfr. http://bit.ly/algebraevoluzione.

5. Cf. Herodot. III 109, 3, e M. Kline, *Storia del pensiero matematico*, I. *Dall'antichità al Settecento*, Torino 1991, pp. 26 sgg.

6. Per il *powerpoint* della lezione, cfr. http://bit.ly/pptalcuino.

metà della metà di 72 è 18, e la metà di 18 è 9. In conclusione: 72 e 18 fanno 90. Aggiungi 9 e fa 99. Aggiungi il tale che parla e avrai 100)[7].

Al termine della lettura, gli studenti sono stati invitati a proporre, a gara, le proprie traduzioni. Lo studente che ha fornito nel tempo piú breve un testo privo di errori di grammatica (non esente da qualche imperfezione stilistica) è stato premiato con un 8 sul registro elettronico.

Si potrebbe naturalmente riflettere sulla funzione e sull'utilità delle valutazioni numeriche. In effetti, qualche anno dopo l'esperienza dell'UdA in oggetto, il Liceo S. Cannizzaro di Palermo ha avviato la sperimentazione della 'classe senza voti', il cui fine, come la stessa dirigente scolastica ha dichiarato, sarebbe quello di diminuire l'ansia di prestazione e «garantire una maggiore serenità degli studenti nella vita scolastica»[8].

Non è questa la sede per una riflessione docimologica, ed è forse ancora troppo presto per valutare gli esiti dell'esperimento in questione. Dal punto di vista di chi scrive in questo momento, tuttavia, si ha l'impressione che a generare ansia negli studenti spesso non sia tanto l'idea del voto in sé, quanto piuttosto la paura di ottenere una valutazione negativa. Nello specifico, la logica premiale ha invece avuto un impatto positivo sull'avvio dei lavori dell'UdA: l'idea che fosse possibile conquistare una valutazione positiva senza che eventuali errori venissero sanzionati con un voto negativo ha funzionato sicuramente da spinta per tutti gli studenti della classe, che si sono giocosamente impegnati a tradurre al meglio il brano di apertura proposto.

3. *Il metodo della falsa posizione.* Come terzo e ultimo *step* della fase preliminare, il docente di matematica, dopo un *excursus* sui metodi di risoluzione delle equazioni nel Medioevo, ha dedicato una delle sue ore curricolari alla spiegazione del metodo della semplice falsa posizione da utilizzare per risolvere i cosiddetti 'problemi del mucchio'. Si è mostrato come la risoluzione delle equazioni di primo grado con il detto metodo consistesse nell'attribuire all'incognita un valore arbitrario (posizione 'falsa'), nel risolvere quest'equazione con il valore attribuito e nel determinare il risultato corretto utilizzando una proporzione.

Le prime tracce di questo metodo si possono rinvenire nel papiro Rhind,

7. Il testo latino è tratto da R. Franci (ed.), *Alcuino di York. Giochi matematici alla corte di Carlomagno: Problemi per rendere acuta la mente dei giovani*, Pisa 2005. La traduzione è quella realizzata cooperativamente dagli studenti della II D (ora in https://sites.google.com/cannizzaro.gov.it/alcuinodiyork/alcuino-e-le-propositiones/propositio-2).

8. Cf. ad es. https://tinyurl.com/OSclassesenzavoti.

il piú importante testo di matematica egizia oggi noto (ca. 1650 a.C.), in cui si pratica la falsa posizione per la risoluzione di problemi del tipo $x + \left(\frac{1}{n}\right) x = b$ con n e b numeri interi positivi e x appartenente all'insieme E dei numeri utilizzati dagli Egiziani, formato da tutti i numeri naturali non nulli, dalla frazione 2/3 e dalle frazioni del tipo 1/n.

Utilizzando come esempio il problema 24 del papiro Rhind, che chiede quale sia il valore del mucchio se il mucchio e un settimo del mucchio sono uguali a 19, si è discussa in classe la traduzione nel linguaggio simbolico attuale[9]:

$$x + \left(\frac{1}{7}\right) x = 19$$

Si è quindi affrontata la seguente strategia risolutiva adoperata dagli Egiziani:

– si sceglie il 7 come falsa posizione, quindi si ottiene che $7 + \left(\frac{1}{7}\right) \cdot 7 = 7 + 1 = 8$;

– si divide 19 per 8 e il risultato viene moltiplicato per 7, cioè $19 : 8 = x : 7$;

– il risultato sarà quindi $x = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$.

Una volta spiegato questo procedimento, il docente di matematica ha quindi proposto agli alunni di riprendere la *propositio* 2 di Alcuino, precedentemente tradotta dal latino in italiano con il docente di latino, e ha chiesto loro di elaborare una versione algebrica della *solutio*.

II. La palla agli studenti: la seconda fase del progetto

1. *La traduzione cooperativa.* La seconda fase del lavoro si è svolta unicamente nel corso delle ore di latino. Gli studenti hanno dovuto tradurre in classe i problemi 3 e 4, a casa i problemi 40, 44 e 45. Questa volta, però, oltre che tradurre dal latino, si è chiesto loro di utilizzare il metodo della falsa posizione per risolvere i problemi facendo ricorso ai formalismi dell'algebra contemporanea.

I problemi 3 e 4 sono stati tradotti applicando le modalità della gara già sperimentate, come si è visto, per il problema 2; per i problemi svolti a casa, invece, gli studenti sono stati invitati a operare cooperativamente: il docente di latino ha diviso la classe in gruppi che si sono alternati nella traduzione dei problemi loro assegnati. Ogni settimana è stato scelto il gruppo cui asse-

9. R. Franci-L. Toti Rigatelli, *Storia della teoria delle equazioni algebriche*, Milano 1979, pp. 19 sgg.

gnare un singolo problema da tradurre a casa nelle ore non curriculari. Il gruppo di turno era tenuto a condividere, entro un giorno e un'ora stabiliti, la propria traduzione su un foglio di scrittura di *Google Drive*. Condivisa la traduzione su *Drive*, il docente e gli studenti degli altri gruppi potevano visionarla, segnalare eventuali errori, chiedere chiarimenti nella chat dell'applicazione utilizzando i *thread* di commento.

2. *La verifica interdisciplinare e la rifinitura*. Terminata la fase iniziale del percorso cooperativo, è stata fissata per il 30 gennaio 2019 una verifica scritta di natura interdisciplinare, durante la quale la classe è stata divisa in due file. La prima fila ha dovuto tradurre in italiano e in formule algebriche i problemi 7 e 36; la seconda fila ha tradotto i problemi 37 e 48. Il voto finale della verifica è stato determinato dalla media dei due voti assegnati rispettivamente dal docente di latino e dal docente di matematica[10].

Terminato il lavoro di traduzione, si è quindi chiesto agli studenti di dividersi in gruppi e di operare, in vista della pubblicazione sul sito, una revisione finale dei materiali tradotti e discussi in classe. Il lavoro, affidato alle consegne domestiche, è proceduto dalla metà di febbraio fino alla fine di aprile.

3. *La pubblicazione del sito*. Terminato il lavoro di revisione, il docente di matematica ha approntato, su *Google Sites*, un'architettura di base, già dotata di *template*, della pagina *web*, che è poi servita come ambiente di lavoro per gli studenti.

Successivamente, il gruppo classe è stato diviso dal docente di latino in quattro sottogruppi da quattro elementi ciascuno (escluso il quarto sottogruppo, che era formato da cinque ragazzi). Ai gruppi è stata assegnata, come compito da svolgere a casa, la stesura del testo della *home page* e delle sezioni informative del sito e, soprattutto, la messa *on line* (nella sezione denominata 'Alcuino e le *Propositiones*') dei singoli problemi del mucchio, comprensivi di traduzione italiana e resa algebrica.

Dopo che gli alunni hanno preso visione delle correzioni dei docenti, il frutto del loro lavoro è stato pubblicato alla seguente pagina: https://sites.google.com/cannizzaro.gov.it/alcuinodiyork/home. Alcuni dei testi tradotti sono stati poi dotati di un collegamento esterno ad una pagina di *Ugarit* creata appositamente dagli alunni stessi, al fine di rendere piú agevole e interattiva l'esperienza di lettura per mezzo del *Web Alignment*. Per compren-

10. Ai seguenti *link* è possibile prendere visione delle griglie di valutazione utilizzate: http://bit.ly/griglialatino; http://bit.ly/grigliamatematica.

dere al meglio la natura dell'iniziativa, si consiglia l'esperienza diretta al seguente *link*: https://www.ugarit.ialigner.com/text.php?id=26801.

III. Risultati raggiunti

1. *Gli effetti sulle capacità traduttive.* Al termine del progetto, l'impressione complessiva che si era ricavata era stata di un generale miglioramento delle *performance* traduttive degli studenti. Tale impressione derivava dal confronto fra le medie registrate nelle tre verifiche scritte precedenti e la media della prova interdisciplinare sui testi di Alcuino.

Quanto invece agli effetti della cooperazione, si è potuto constatare come, superata una fase iniziale di assestamento, la classe ha dato l'impressione di essere maggiormente coesa e di saper lavorare in gruppo. Bisogna tuttavia rilevare che, in fase di progettazione, non sono stati pensati strumenti *ad hoc* per rilevare il grado di coesione allo stadio iniziale e allo stadio finale. Il che, forse, rappresenta uno dei limiti dell'UdA qui presentata, cui si potrebbe rimediare per una sua successiva riproposizione.

2. *Matematica.* Anche se erano note agli studenti le procedure risolutive dei problemi che hanno come modello equazioni di primo grado, l'esperienza ha permesso loro di consolidare il linguaggio algebrico, lavorando consapevolmente sulla sintassi e sulla semantica dello stesso e favorendo il passaggio da un registro linguistico di tipo naturale a un registro di tipo simbolico.

L'introduzione di alcuni elementi di storia della matematica ha inoltre agevolato il processo di consolidamento del concetto di equazione, grazie a un approfondimento dinamico che sta alla base del passaggio dal pensiero proporzionale a quello algebrico.

Infatti, gli studenti che arrivano al liceo sono abituati a risolvere problemi di tipo diretto, ossia problemi in cui vengono forniti dei dati e la risoluzione è diretta conseguenza dell'applicazione di una 'formula'. I problemi di primo grado, o piú in generale quelli algebrici, sono indiretti, in quanto sono noti soltanto alcuni elementi e una soluzione e viene richiesto agli studenti di determinare alcune quantità incognite che non si ottengono mediante la semplice applicazione di una relazione matematica. L'uso del metodo della falsa posizione ha consentito di comprendere meglio il passaggio dal problema diretto a quello indiretto, consentendo di sviluppare un'intuizione numerica basata sull'idea di avvicinarsi gradualmente alla soluzione attraverso approssimazioni successive. Inoltre, la falsa posizione ha incoraggiato gli studenti a pensare in modo flessibile e adattabile, qualità importanti nella risoluzione dei problemi.

Dall'analisi del test finale emerge un miglioramento delle prestazioni medie degli studenti, soprattutto in relazione alle abilità di decodifica del testo di un problema e della sua traduzione nel linguaggio simbolico. Il metodo della semplice falsa posizione è stato compreso pienamente da tutti gli studenti che, in tono scherzoso, hanno riferito di preferire al classico metodo di risoluzione delle equazioni di primo grado insegnato nel biennio delle scuole secondarie di secondo grado.

Nelle tre verifiche scritte di matematica effettuate nel corso del primo trimestre, i risultati si attestavano su valori medi tra la mediocrità e la sufficienza, con diversi voti insufficienti; nella prova di matematica e latino si è invece registrato un aumento della media di circa un punto e la notevole riduzione delle valutazioni insufficienti. Inoltre, gli allievi che si erano fino ad allora mostrati poco motivati e da sollecitare costantemente, si sono notevolmente interessati alle attività ed è stato possibile registrare un notevole miglioramento del loro rendimento in matematica.

3. *Competenze di cittadinanza.* Il lavoro di gruppo sui problemi del mucchio di Alcuino è servito per attivare, nella classe, un asse di competenze di cittadinanza, che sono state valutate sulla base degli indicatori *ad hoc* fissati in fase di progettazione dell'UdA (alla cui consultazione si rimanda)[11]. Nel complesso i risultati sono stati soddisfacenti, ma non eccellenti[12]. La classe, in generale, si è mostrata curiosa, attenta e disponibile alla discussione; tuttavia, nel reperimento e nell'elaborazione di materiali aggiuntivi rispetto a quelli forniti dai docenti, la maggior parte degli studenti si è spesso mostrata passiva. Comunque, nonostante le difficoltà iniziali, il clima che si è creato in classe è stato sereno e gli alunni si sono incoraggiati fra loro e, nel complesso, hanno adottato atteggiamenti fattivi.

IV. Riflessioni conclusive

Nella precedente versione di questo contributo avevamo proposto alcuni spunti finali di riflessione sulle modalità di utilizzo degli strumenti digitali e sullo stato delle risorse offerte dalla rete per gli antichisti e gli storici

11. http://bit.ly/udalcuino: cf. spec. pp. 14 sgg.

12. Un'analisi dettagliata dei risultati ottenuti per ciascuno degli indicatori è in Li Causi-Modica, *art. cit.*, pp. 36 sgg.

della matematica e della scienza[13]. *Mutatis mutandis* non ci sembra fuori luogo riprendere, in questa sede, alcune delle cose scritte in quell'occasione.

1. *Una terza via.* A due anni appena dall'approvazione della legge 107 (meglio nota come 'La buona scuola'), in un momento in cui infuriava un feroce dibattito fra tecnofili e tecnofobi, uno degli intenti del nostro progetto era anche quello di mostrare la possibilità di una terza via.

Mentre alcuni demonizzavano il processo di digitalizzazione della scuola, e altri invece lo immaginavano, *tout court*, come la panacea di tutti i mali, l'idea che proponevamo consisteva nel pensare alle tecnologie come a meri strumenti e non come a fini in sé. Naturalmente, già allora avevamo ben chiaro che ogni strumento è capace di cambiare le pratiche della quotidianità e il modo stesso di apprendere. Il mezzo, in fondo, è pur sempre 'il messaggio', e il messaggio è anche un 'massaggio' che modella le nostre menti e i nostri modi di agire e pensare, McLuhan *docet*[14]. Misurare se e in che modo l'uso degli ambienti e dei dispositivi digitali ha impattato con le strategie e le modalità di apprendimento dei nostri studenti non era, tuttavia, nei nostri piani, e forse era anche ben al di là della nostra portata[15]. Il nostro scopo era semplicemente quello di stimolare la creatività di un intero gruppo classe.

Nel merito, oggi che l'indigestione di strumenti elettronici causata dalla pandemia ha un po' sgonfiato la retorica della corsa all'informatizzazione, la nostra posizione rimane ancora la stessa. Nei due anni di *lockdown* è aumentato a dismisura l'impiego dei dispositivi; nella maggior parte dei casi, tuttavia, ciò non ha portato a sviluppare davvero competenze complesse o a modificare in maniera sostanziale le pratiche invalse. I computer, i tablet, gli smartphone sono per lo piú stati usati, in quella circostanza, come meri strumenti di trasmissione del sapere o, peggio, come amplificatori della piú vieta didattica frontale[16]. Abbiamo cioè avuto la conferma di qualcosa che già allora avevamo intuito, e cioè che non basta la semplice introduzione degli strumenti digitali nella scuola (o nell'università), ma che è necessario

13. Li Causi-Modica, *art. cit.*, pp. 38 sgg.

14. Cf. M. McLuhan-Q. Fiore, *The Medium is the Massage: An Inventory of Effects*, New York 1967.

15. Sui possibili effetti distrattivi della lettura su supporti digitali sono comunque da tenere in conto le osservazioni di R. Casati, *Contro il colonialismo digitale. Istruzioni per continuare a leggere*, Roma-Bari 2013.

16. Condividiamo una riflessione fatta assieme al collega Paolino O. Monella, al cui manuale per l'uso delle risorse digitali per gli insegnamenti umanistici rimandiamo: P.O. Monella, *Metodi digitali per l'insegnamento classico e umanistico*, Milano 2020.

riflettere sul loro impiego. Dal nostro punto di vista, la rete e i dispositivi digitali sono strumenti interessanti non tanto quando si tratta di 'consumare' dal basso oggetti di insegnamento imposti da enti terzi (grandi gruppi editoriali, *big companies*, consorzi, enti di formazione privati, ecc.), quanto al fine di auto-produrre attivamente materiali che anche altri utenti (insegnanti, studenti, studiosi o semplici curiosi) possono usare con profitto colmando, possibilmente, lacune del *cyberspazio*.

2. *Scenari possibili per uscire dalla frammentazione?* Il fatto che fossimo i primi a pubblicare *on line* una selezione di testi di Alcuno accompagnati da alcune pagine di servizio che aiutassero a comprenderli, ci ha portato, in quell'occasione, a riflettere sullo stato di frammentarietà dei materiali che erano allora disponibili su *internet*. Ancora oggi, benché sempre piú testi siano messi a disposizione sulla rete, siamo ben lontani dall'aver digitalizzato, fra quelle che ci sono state trasmesse e sono state pubblicate, tutte le opere prodotte dall'umanità; pochissimi testi antichi, poi, sono dotati di apparati che contribuiscano a renderli veramente leggibili e fruibili.

Secondo Gino Roncaglia, questo stato di cose non sarebbe un tratto costitutivo del *world wide web*, ma rappresenterebbe un semplice 'stadio evolutivo' che stiamo attraversando e da cui prima o poi siamo destinati ad uscire[17]. In altri termini, il fatto che oggi la rete sia dominata da un pulviscolo di contenuti brevi, semplici e infinitesimamente spezzettabili, spacchettabili e riproducibili non sarebbe una conseguenza della natura della rete stessa, bensí un accidente transitorio. Per rimediare a quella che chiama 'l'età della frammentazione', e per portare la rete a livelli crescenti di complessità, secondo Roncaglia, bisognerebbe cominciare a lavorare alla costruzione di materiali digitali sempre piú complessi e sofisticati che possano, anche, interagire con gli strumenti, già di per sé complessi e 'profondi', della tradizione.

È in fondo in questo spirito che le nostre attività didattiche hanno inteso muoversi, ovvero utilizzando il digitale come canale per veicolare i contenuti di un sapere che deve continuare ad essere compreso, trasmesso, mediato e reso fruibile sia pure all'interno di un nuovo ambiente. In questo senso, tuttavia, siamo consapevoli che la nostra operazione ha avuto un limite. Nel proporre un percorso su Alcuino, noi stessi ci siamo ritrovati a 'spacchettare' il corpo di un suo testo e a fornirne, agli utenti della rete, una singola porzione. Come si è visto, infatti, abbiamo tradotto solo un gruppo

17. Cf. G. Roncaglia, *L'età della frammentazione: cultura del libro e scuola digitale*, Roma-Bari 2018, cap. 7.

di problemi, consapevoli che, se avessimo scelto di lavorare sull'intera raccolta, o non avremmo terminato l'impresa o avremmo finito per trascurare parti fondamentali di programma scolastico.

In questo senso, un limite del nostro progetto è stato quello di non essere stato pensato come 'inter-operabile', di non essere cioè stato aperto alle possibili integrazioni di altre progettualità esterne. Cosa che invece sarebbe stata realizzabile se, anziché optare per la costruzione di una pagina *ad hoc* su *Google Sites*, avessimo scelto di pubblicare le traduzioni dei problemi del mucchio su portali come *Wikisource*, affidando ad altri il compito di aggiungere, in vista di un'edizione completa delle *Propositiones*, anche i problemi da noi non tradotti.

Quanto al bisogno di superare lo stato di frammentazione, naturalmente, immaginiamo che parti sempre piú significative di lavoro sui testi antichi saranno condotte con il sussidio dell'intelligenza artificiale, che, debitamente addestrata, potrebbe contribuire a velocizzare le traduzioni di interi *corpora*, l'eventuale *web alignment* di testi a fronte multi-lingua e persino la marcatura automatica dei metadati[18].

In questo senso, il salto evolutivo auspicato da umanisti digitali come Gino Roncaglia sembra oggi piú vicino di quanto non ci sembrasse allora. Rimane comunque una domanda: una volta che macchine sempre piú intelligenti si saranno sostituite agli studenti (e agli studiosi) nel portare avanti in breve tempo progetti testuali complessi, contribuendo a pubblicare *corpora* sempre piú completi e dotati di strumenti di indagine e di ricerca sempre piú raffinati, chi leggerà i *corpora* stessi? Avranno ancora senso progetti come quelli condotti con la II D?

Pietro Li Causi - Erasmo Modica
Liceo Scientifico S. Cannizzaro, Palermo

*

Il contributo illustra gli esiti di un progetto didattico interdisciplinare che ha coinvolto gli studenti di una classe seconda di un liceo scientifico palermitano. L'at-

18. Soluzioni del genere sono già sperimentate, ad esempio per il *tagging* websemantico del corpus di testi di zoologia antica e medievale su cui lavora il progetto Zoomathia (https://www.cepam.cnrs.fr/sites/zoomathia/), e sono state presentate all'ultimo colloquio del network tenutosi a Montpellier fra 19 e 21 ottobre 2023. Piú in generale, per una recente e acuta riflessione sulle potenzialità e i rischi del crescente impiego della AI, cf. ad es. N. Cristianini, *La scorciatoia. Come le macchine sono diventate intelligenti senza pensare in modo umano*, Bologna 2023.

tività ha interessato il secondo periodo dell'a.s. 2018-2019, coinvolgendo principalmente i docenti di latino (prof. Li Causi) e matematica (prof. Modica), e si è conclusa con la pubblicazione su una pagina web della traduzione cooperativa di un gruppo di problemi tratti dalle *Propositiones ad acuendos iuvenes* di Alcuino da York (735-804 p.C.), filosofo e teologo attivo alla corte di Carlo Magno. L'obiettivo principale è stato quello di affrontare lo studio dei testi scelti dai docenti, analizzando non soltanto il passaggio da una lingua antica (il latino) all'italiano, ma anche il passaggio dal linguaggio naturale a quello simbolico della matematica moderna.

The contribution illustrates the outcomes of an interdisciplinary teaching project that involved students in a second class of a scientific high school in Palermo in s.y. 2018-2019. The activity was coordinated by the teachers of Latin (Prof. Li Causi) and Mathematics (Prof. Modica), and ended with the publication on a web page of the cooperative translation of a group of problems taken from the Propositiones ad acuendos iuvenes *of Alcuin of York (735-804 AD), a philosopher and theologian active at the court of Charlemagne. The main objective was to approach the study of the texts chosen by the teachers, analyzing not only the transition from an ancient language (Latin) to Italian, but also the transition from the natural to the symbolic language of modern mathematics.*

L’EVOLUZIONE DELLA LINGUA ATTRAVERSO LA MATEMATICA

I. Introduzione

Questo percorso didattico è stato progettato per le classi seconda e terza di un liceo matematico. Esso segue l’evoluzione del linguaggio matematico, dal latino al volgare, dall’algebra retorica a quella sincopata e poi alla simbolica e intende accompagnare i ragazzi alla scoperta della nascita del volgare italiano, in terza.

Le prime attività, già realizzate con gli studenti di seconda, prendono il via dalla matematica della *Schola Palatina*, in particolare dall’opera di Alcuino di York *Propositiones ad acuendos iuvenes*, attraverso un laboratorio di matematica e latino su alcuni dei problemi proposti dal monaco irlandese.

Alla fine della classe seconda viene esaminato con i ragazzi il contesto socio-economico nell’area del Mediterraneo nel XII e XIII secolo: lo sviluppo dei commerci, l’introduzione dei numeri indo-arabi, la conseguente nascita delle scuole d’abaco in Toscana, la diffusione dei testi stampati; gli studenti in un altro laboratorio studiano alcuni problemi tratti dal *Liber abbaci*, con particolare attenzione all’evoluzione del linguaggio rispetto a quello di Alcuino. Il percorso proseguirà in terza con testi scritti in un linguaggio via via sempre piú simile a quello moderno.

II. Finalità didattiche

Le finalità didattiche disciplinari e trasversali sono le seguenti:

1) sviluppare interesse e curiosità nei confronti delle diverse modalità di apprendimento nella storia;

2) comprendere l’importanza in chiave storica e moderna dell’uso del linguaggio formale;

3) scoprire, dal confronto tra le diverse formalizzazioni nello studio di problemi nel tempo, i vantaggi del linguaggio matematico moderno nella formalizzazione di un problema;

4) imparare a decodificare semplici problemi della matematica medievale scritti in latino o in volgare;

5) capire l’importanza di fornire istruzioni non ambigue e facilmente comprensibili e quindi di utilizzare un linguaggio specifico in ambito scientifico, diverso da quello comune.

Attraverso la lettura in latino di problemi della matematica medievale gli studenti potranno:

a) acquisire consapevolezza della funzione della lingua latina in ambiti diversi da quello letterario o storico;

b) sviluppare le capacità di analisi e comprensione di un testo, di formalizzazione e ricerca di strategie risolutive;

c) comprendere che il linguaggio matematico è una vera e propria lingua, con le sue regole e la sua sintassi.

III. Metodologia

Il tema viene affrontato riflettendo sulle caratteristiche della lingua matematica moderna a confronto col linguaggio narrativo con cui erano presentate le questioni matematiche nel passato: si parte da un latino lessicalmente semplificato, quello di Alcuino, ma con le strutture morfosintattiche classiche ancora tutte presenti, per arrivare a una lingua già pienamente volgare come quella di Fibonacci. Quest'ultimo aspetto del percorso potrà essere svolto tra la fine della classe seconda e la terza, in modo che la riflessione sulla nascita dell'italiano sia accompagnata anche dallo studio di testi matematici, insieme ai tradizionali testi duecenteschi. È frequente infatti che nelle classi si cristallizzi l'idea che il volgare sia nato dalla poesia, in particolare dalla poesia religiosa, essendo assai limitato l'accenno ai primi documenti di ambito giuridico o popolare, che spesso le antologie riportano ormai assai brevemente. Come se il volgare non avesse coinvolto tutta la società, attraverso un *continuum* di mutamenti, come sempre avviene nell'evoluzione linguistica.

Lo studio di questi testi favorirà quindi l'allargamento della riflessione storico-linguistica e la comprensione dell'importanza che, anche in ambiente commerciale, il volgare ha avuto nel fare matematica, oltre che nell'insegnare a ragionare di matematica e con la matematica.

Il percorso che proponiamo si sviluppa utilizzando un metodo di tipo induttivo che parte da una 'situazione-problema', da una sfida cognitiva, da uno stimolo iniziale che viene sottoposto alla riflessione e discussione degli studenti. Attraverso una serie di attività guidate e supervisionate dalle docenti gli studenti formulano ipotesi per arrivare a indurre stralci di conoscenza che vengono poi discussi e mediati dal confronto tra classe e docente.

IV. Fasi

Sintesi della parte di percorso già svolta

Fase 1. Dal linguaggio simbolico al linguaggio comune: inventare un problema.

Fase 2. Dal latino alla formalizzazione: a partire da una questione scritta in latino medievale, la prop. 2 di Alcuino, tradurre e risolvere il problema utilizzando il linguaggio simbolico.

Fase 3. Dal latino alla formalizzazione e viceversa: soluzioni a confronto. Riflessioni sulla soluzione fornita da Alcuino e confronto con quella trovata.

Descrizione dettagliata

Fase 1. Dal linguaggio simbolico al linguaggio comune: la docente di lettere, in compresenza con quella di matematica, spiega in sintesi il lavoro che i ragazzi e le ragazze andranno a svolgere precisando le motivazioni del laboratorio. Si introduce storicamente il percorso, soffermandosi in particolare sul sistema scolastico alla corte di Carlo Magno, la *Schola Palatina* e la figura di Alcuino di York.

Attività 1. *Fac fabulam!*, lavoro di gruppo: esaminare l'equazione seguente e, rispettando le operazioni indicate in essa, scrivere un testo originale che descriva una situazione problematica di cui l'equazione data possa fornire la soluzione (non risolvere l'equazione!):

$$2x + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (2x)\right] + \frac{1}{2} \cdot \left\{\frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (2x)\right]\right\} + 1 = 100$$

Un esempio di racconto degli studenti: «Cesare, per attaccare la Gallia Cisalpina, ha bisogno di altri 100 soldati per il suo esercito. Inizia assoldando due gruppi di mercenari con lo stesso numero di soldati (x). Poi si offrono volontari un gruppo di contadini di numero pari alla metà della metà di quello dei due gruppi di mercenari. Al calar del sole, all'accampamento di Cesare, giunge un gruppo di plebei di numero pari alla metà del numero dei contadini. Dopo la partenza, una volta giunti al confine, si aggiunge anche Lucio Cesare (+ 1), di ritorno a Roma dopo una sconfitta in Gallia. Cosí Cesare riesce a raggiungere il numero di soldati di cui aveva bisogno. Indichiamo con x il numero di soldati di un gruppo».

Attività 2. *Fac fabulam!*, in plenaria: 1) verifica della correttezza delle descrizioni e della coerenza della storia rispetto all'espressione algebrica fornita; 2) analisi e confronto dei racconti prodotti dai diversi gruppi; 3) riflessione sulla varietà di racconti collegati ad un'unica espressione algebrica e sulla difficoltà di esprimere nel linguaggio comune alcuni concetti in modo univoco.

Fase 2. Dal latino alla formalizzazione e viceversa: viene proposto agli studenti il testo in latino della prop. 2 *ad acuendos iuvenes* di Alcuino di York, gli studenti devono analizzare e tradurre il problema e infine formalizzarlo con un'equazione risolvente, di cui dovranno trovare la soluzione.

Attività 3. *Propositio II*, analisi e traduzione, lavoro di gruppo: analizzare e tradurre il seguente testo di Alcuino:

II. Propositio de viro ambulante in via

Quidam vir ambulans per viam vidit sibi alios homines obviantes, et dixit eis: volebam, ut fuissetis[1] alii tantum[2], quanti estis; et medietas medietatis; et hujus numeri medietas [et rursus de medietate medietas]; tunc una mecum C [centum] fuissetis. Dicat, qui velit, quanti fuerunt, qui in primis ab illo visi sunt?

1. *ut fuissetis*: se voi foste stati 2. *alii tantum*: per capire il significato pensa all'espressione *una tantum*

Attività 4. Analisi delle strategie adottate, in plenaria: analisi delle strategie adottate per superare le difficoltà, soprattutto lessicali, dovute al tardo latino.

Osservazioni delle docenti: 1) l'attività di traduzione è stata molto facilitata dal fatto che gli studenti avessero già lavorato sull'equazione risolutiva: il testo è apparso per questo piú semplice, inoltre il lavoro di gruppo ha consentito di risolvere i dubbi e le difficoltà individuali nella traduzione; 2) alcuni punti del testo sono apparsi piú difficili: i ragazzi avevano consapevolezza di trovarsi di fronte a una lingua diversa da quella che si studia a lezione, ovvero quella dell'età classica; 3) gli studenti sono stati in grado di tradurre un latino medioevale, in cui comparivano anche concetti da loro non ancora esplorati (il *qui* relativo, il congiuntivo che la docente di latino ha suggerito esplicitamente), ma che lasciano trasparire una certa somiglianza con la sintassi del volgare.

Alcune osservazioni degli studenti:

Siamo stati soddisfatti una volta conclusa la versione poiché, man mano che traducevamo il testo, abbiamo visto ricomporsi l'equazione analizzata nella lezione precedente. È stato quindi molto stimolante tradurre poiché eravamo curiosi di sapere in che modo Alcuino aveva descritto alcuni simboli nel suo problema. L'unica difficoltà è stata che, dato che la versione non era in latino dell'età romana, bensí in latino medievale, alcune parole non erano presenti nel dizionario latino. (Gruppo 2)

Io ed il mio gruppo ci eravamo bloccati sull'espressione *alii tantum, quanti estis* a causa della punteggiatura, con l'aiuto dell'attività 1, però, siamo riusciti a tradurre quel pezzo ricollegandoci all'equazione iniziale. Dopo aver scoperto la possibilità di sfruttare questo collegamento ne abbiamo quasi abusato, traducendo il resto rapidamente. (Gruppo 1)

Abbiamo avuto delle soddisfazioni soprattutto quando vedevamo che traducendo tornava il senso dell'equazione analizzata la volta prima. Abbiamo tradotto molto facilmente l'espressione *una mecum* (insieme a me) perché ci ricordavamo del + 1 posto nell'equazione prima dell'uguale. (Gruppo 4)

Siamo riusciti a tradurre *in primis* come «all'inizio», e lo abbiamo capito perché lo scopo dell'equazione era quello di trovare l'incognita *x*, ovvero il numero di uomini presenti all'inizio. (Gruppo 6)

Fase 3. Soluzioni a confronto: viene proposto agli studenti il testo in latino della soluzione della prop. 2 *ad acuendos iuvenes* di Alcuino di York, gli studenti devono analizzarla, tradurla e confrontarla con quella da essi trovata in precedenza.

Attività 5. *Propositio II*, lavoro di gruppo: analizzare e tradurre il testo della *solutio* proposta da Alcuino; confrontare poi la traduzione ottenuta con la propria soluzione, riflettendo sulla differenza tra i due linguaggi adottati:

Solutio de eadem propositione. Qui imprimis ab illo visi sunt, fuerunt XXXVI. Alii tantum LXXII. Medietas medietatis XVIII. Et hujus numeri medietas sunt VIIII. Dic ergo sic: LXXII et XVIII fiunt XC. Adde VIIII fiunt XCVIIII. Adde loquentem, et habebis C.

Riflessioni e conclusioni degli studenti sul percorso svolto:

I punti di maggiore difficoltà che abbiamo incontrato durante questo percorso sono stati riuscire a creare un testo sensato, in italiano corretto e facile da comprendere, per l'attività 1 e poi anche riuscire a capire come dovesse funzionare il testo interpretando i dati necessari dall'equazione. La soddisfazione è stata l'essere riusciti a capire il problema e a inventarne uno che rispettasse coerentemente la consegna. (Elena)

Particolarmente interessante e curioso è stato scoprire l'incredibile somiglianza tra tardo latino ed italiano, talmente grande che perfino nell'individuazione dell'incognita non è stato necessario consultare il vocabolario. Riguardo all'attività 2 è stato affascinante ascoltare le innumerevoli idee di fantasia derivate da una semplice equazione e notare, in ognuna di essa, una grande diversità dalle altre. (Federico)

La matematica e l'aver lavorato in precedenza sull'equazione risolutiva del problema ci ha molto aiutati, perché a mano a mano che traducevamo il testo, cercavamo di trovare il senso delle parole latine che non riuscivamo a trovare sul vocabolario, attraverso l'equazione. (Serena)

Riguardo all'attività 1, abbiamo avuto inizialmente qualche difficoltà poiché dovevamo essere noi a dare un senso, ed un contesto alle operazioni contenute nell'equazione; e ciò ci rendeva sia piú liberi che piú esposti ad errori. (Stefano)

VALENTINA FIRENZUOLI - LUCIA SERENA SPIEZIA
I.I.S. Anna Maria Enriques Agnoletti, Sesto Fiorentino

⋆

Questo percorso didattico, progettato per le classi seconda e terza di un liceo matematico, segue l'evoluzione del linguaggio matematico dall'algebra retorica a quella sincopata e alla simbolica, accompagnando gli studenti alla scoperta della nascita del volgare italiano. Le attività prendono il via dalle *Propositiones ad acuendos iuvenes* di Alcuino di York attraverso un laboratorio di matematica e latino.

This teaching unit, designed for the second and third-year classes of a mathematical high school curriculum ('liceo matematico'), follows the evolution of mathematical language from rhetorical algebra to syncopated algebra and symbolic algebra. It guides students in discovering the emergence of the Italian volgare. *The activities begin with Alcuin of York's* Propositiones ad acuendos iuvenes, *through a practical workshop in both Latin and mathematics.*

L'EVOLUZIONE DELLA LINGUA LATINA NELLA MATEMATICA DEL *LIBER ABBACI*

I. Introduzione

Ho sempre nutrito un forte interesse nei confronti della storia delle matematiche e del suo utilizzo nella didattica. Questo mio interesse mi ha avvicinata alla lettura del *Liber abbaci* grazie alla collaborazione con il Progetto Fibonacci, di cui sono fondatori, insieme ad altri studiosi, il prof. Franco Ghione e la prof.ssa Laura Catastini: lo scopo del gruppo di ricerca era quello di tradurre per la prima volta in italiano il *Liber abbaci* di Leonardo Pisano, obiettivo raggiunto nel 2022, che ha permesso di fare profonde riflessioni sul testo del matematico. Il mio ruolo come collaboratrice consisteva nella lettura della traduzione, nello studio del testo dal punto di vista matematico e nell'ideare delle attività didattiche da portare nella scuola del terzo millennio, dopo un attento studio epistemologico, oltre che storico.

L'utilizzo della fonte storica assume un ruolo fondamentale in classe in quanto permette quello che la Montessori definisce come ritorno all'"origine delle cose', ritorno suggerito da diversi matematici della fine del 1800 e inizi del 1900, come Betti, Brioschi e Peano. Diversi sono gli studiosi che usano nella didattica la storia delle matematiche: essa causa un disorientamento delle conoscenze pregresse e permette quindi di riflettere e di metterle in discussione. La storia delle matematiche può essere usata per l'acquisizione di un senso civico, per un arricchimento culturale e per fare analogie tra le diverse fasi dell'evoluzione della matematica. L'utilizzo della storia agevola anche l'interdisciplinarità e facilita l'oggettivazione delle informazioni trovate, trasformandole in conoscenze. In questo contesto, è fondamentale la riflessione sull'evoluzione della matematica, che va di pari passo a quella della lingua: l'analisi del testo in lingua latina permette la comprensione del significato matematico originale, oltre a trasmettere informazioni sulla realtà del tempo.

II. Il Latino come lingua della scienza: significato matematico di termini della vita quotidiana e nuovi vocaboli ad uso matematico.

Nel quinto capitolo del *Liber abbaci* Leonardo Pisano tratta la divisione e i numeri rotti come il risultato di un quoziente non svolto. È interessante notare come, contrariamente a quanto viene affermato altrove[1], già nel 1202 fossero noti i concetti di numeratore e denominatore e della simbologia usata per indicare la frazione, oltre all'aritmetica del numero razionale stesso; una prima indagine su testi precedenti al *Liber abbaci*, invece, conferma al momento l'assenza di questi temi riportati invece da Fibonacci.

Questa constatazione mi ha spinto a effettuare uno studio del lessico di Leonardo Pisano alla luce della nuova semantica in campo matematico, condotto con la supervisione della prof.ssa Silvia Nocentini[2]. Ho considerato lemmi specialistici e li ho comparati al lessico attualmente impiegato ai medesimi fini, valutandone le potenzialità didattiche.

Utilizzando la prima edizione a stampa in assoluto del *Liber abbaci*, realizzata da Baldassarre Boncompagni nel 1857 nel periodo di riscoperta delle opere di Leonardo Pisano, e la prima edizione critica realizzata da Enrico Giusti e Paolo d'Alessandro del 2020, ho cominciato lo studio di cui parlerò parzialmente in questo articolo, contando sulle mie competenze da matematica e sull'interesse per il latino, che amavo studiare alle scuole superiori. Ho cominciato prendendo in considerazione i paragrafi V 1 e 9 (= V 1 e 31 Giusti-d'Alessandro)[3] in cui si parla di numeri interi, rotti o minuti o fratti, e si mostra come avviene una moltiplicazione: si nota il carattere pratico-didattico dell'opera. Si rileva in questi passi, inoltre, come in tutto il *Liber*, una peculiarità della struttura sintattica del calcolo, che prevede l'imperativo dell'operazione e il futuro del risultato.

V 1. Incipit capitulum quintum de divisionibus integrorum numerorum.

Volentibus scire dividere quoslibet numeros per quoslibet numeros, necessarium est eis ut addiscant prius dividere omnes numeros per numeros qui sunt a binario usque in decenarium; et cum hoc scire non possint, donec quasdam introductiones divisionum quorumdam numerorum per ipsos cordetenus, sciant quorum divisiones in sequentibus paginis in tabulis declarantur. Sed et doceatur primum qualiter cuncta minuta numerorum perfecte scribantur.

V 9 Nam rupti vel fracti semper ponendi sunt post integra, quamvis prius integra

1. N. Ambrosetti, *L'eredità arabo-islamica nelle scienze e nelle arti del calcolo dell'Europa medievale*, Milano 2008, p. 242: «In questo quadro si colloca l'*Algorismus de minutiis* (circa 1340) di Johannes de Lineriis, [...] il quale ideò la notazione frazionaria come oggi è conosciuta, coniando anche i termini 'numeratore' e 'denominatore', introducendo l'uso di una lineetta (*virgula*) per indicare la separazione fra unità e frazioni ed elaborando procedure per il calcolo frazionario».

2. Professoressa associata presso il Dipartimento di studi letterari, filosofici e di storia dell'arte dell'Università degli studi di Roma Tor Vergata.

3. Tutti i passi riportati sono fruibili dal sito www.progettofibonacci.it (ultima consultazione di questo e dei siti successivamente citati: 13/06/2024).

quam rupti pronuntiari debeant. Et notandum rursus, quia quando aliquis numerus divisus est per aliquem numerum, tunc ex multiplicatione divisoris in exeuntem provenit divisus numerus. Ut si 40. dividantur per 4., veniunt 10. Quare si multiplicamus 4. per 10 quadraginta, scilicet divisum numerum faciunt. Similiter si multiplicabunt 182 per 2, scilicet exeuntem numerum per divisorem, provenient 365, scilicet numerus divisus.

Ruptus, *-a*, *-um* è il participio passato del verbo *rumpo*, *-is*, *rupi*, *ruptum*, *rumpere*, 'rompere'. Indica un numero ottenuto rompendo l'intero, sinonimo di *minutus*.

Minutus, *-a*, *-um*, participio passato di *minuo*, *-is*, *minui*, *minutum*, *minuere*, 'rendere piccolo', 'diminuire', 'dividere in piccoli pezzi', a volte, come aggettivo, può assumere il significato di 'trascurabile', 'insignificante', 'misero'. In questo contesto, l'aggettivo si riferisce al numero: i numeri minuti sono dei numeri che si ottengono dividendo in piccoli pezzi, quindi numeri piú piccoli dell'intero, aventi un valore molto piccolo. Emerge il concetto di numero frazionario.

Fractus, *-a*, *-um* è il participio passato del verbo *frango*, *-is*, *fregi*, *fractum*, *frangere*, 'frazionare', 'rompere'. Anche questa parola indica un nuovo tipo di numero da considerare in matematica.

Un numero piccolo che si ottiene da un intero fa attribuire ora al termine *integrum* un nuovo significato matematico.

Integer, *integra*, *integrum*, sta per 'intatto', 'invariato', 'illeso', 'completo'. Riferito al numero, un numero 'integro' è un numero intero, che non è stato rotto in pezzi minuti. Fondamentale questa distinzione dal punto di vista matematico e importante anche l'uso matematico della parola, che sancisce la considerazione di numeri diversi da quelli interi.

Interessante anche quanto si legge nelle prime righe del paragrafo V 2 (= V 2-5 G.-d'A.), in cui Leonardo Pisano descrive un 'numero rotto':

Cum super quemlibet numerum quedam virgula protracta fuerit, et super ipsam quilibet alius numerus descriptus fuerit, superior numerus partem vel partes inferioris numeri affirmat; nam inferior denominatus, et superior denominans appellatur. Ut si super binarium protracta fuerit virgula, et super ipsam unitas descripta sit ipsa unitas unam partem de duabus partibus unius integri affirmat, hoc est medietatem sic $\frac{1}{2}$ et super ternarium ipsa unitas posita fuerit sic $\frac{1}{3}$, denotat tertium: et si super septenarium sic $\frac{1}{7}$ septimam; et si super 10 decimam; et si super 19, nonamdecimam partem unius integri affirmat, et sic deinceps. Item si binarius super ternarium extiterit sic $\frac{2}{3}$, duas partes de tribus partibus unius integri affirmat, hoc est duas tertias. Et si super 7 duas septimas sic $\frac{2}{7}$ et si super 23 duas vigesimas tertias denotabunt, et sic deinceps. Item si septenarius super novenarium positus fuerit sic $\frac{7}{9}$ septem, novenas unius integri affirmant; et si 7 super 97, septem nonagesimas septimas denotabunt. Item 13 posita super 29, tredecim vigesimas nonas affirmant. Et si 13 sunt super 347, tredecim trecentesimas quadragesimas septimas indicabunt, et sic de reliquis numeris est intelligendum.

Sopra una linea c'è un numero che indica il numero di parti che si considerano di quelle scritte sotto la linea stessa; si specifica che questo numero superiore è il denominante, mentre quello inferiore il denominato. La linea è indicata con la *virgula*.

Virgula, *-ae* indica un piccolo ramoscello o una piccola bacchetta. In tale contesto è tradotta con il termine 'linea', come se fosse una bacchetta che separa la scrittura tra due numeri. Il termine ricorda anche il segno di interpunzione che oggi chiamiamo virgola, segno che suggerisce una piccola pausa nella lettura, come un piccolo ramoscello a terra può far deviare o interrompere di poco una direzione; come simbolo matematico, costituisce un elemento di separazione tra la parte intera di un numero e quella decimale. Nel testo si alterna l'uso del termine *virgula* con quello di *virga* (*virga*, *-ae*: 'sottile ramo verde', 'asta').

Denominatum: tale termine è utilizzato come sostantivo, derivante dal participio passato del verbo *denomino*, *-as*, *-avi*, *-atum*, *-are*, 'nominare', 'designare in maniera specifica'. Non si trovano tracce dell'utilizzo di tale termine nei tempi precedenti al testo di Fibonacci, e si traduce con 'denominato', che nel linguaggio matematico indica il denominatore di un numero razionale.

Denominans: participio presente del medesimo verbo, si traduce come 'denominante', l'elemento che dà il nome, quello che oggi chiamiamo numeratore di una frazione per indicare la funzione di numerare le parti da considerare del numero sottostante la linea. Anche questo termine non compare mai prima di Fibonacci.

Il *Liber abbaci*, oltre a introdurre l'aritmetica delle frazioni nel mondo greco-romano, ha avuto il ruolo di far conoscere un sistema di numerazione molto piú vantaggioso di quello romano: il sistema decimale posizionale in uso ancora oggi. Nell'*incipit* dell'opera sono descritti i simboli di tale sistema (I 5 = I 13 sg. G.-d'A.):

Incipit primum capitulum. Novem figure indorum he sunt: 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

Cum his itaque novem figuris, et cum hoc signo 0, quod arabice zephirum appellatur, scribitur quilibet numerus, ut inferius demonstratur. Nam numerus est unitatum per fusa collectio sive congregatio unitatum, que per suos in infinitum ascendit gradus.

È curioso il fatto che si parli di *figurae* (*figura, -ae* sta per 'forma', 'cifra', 'simbolo') per i numeri da 9 a 1, e di *signum* (*signum, -i*, 'segno') a proposito dello 0. Ho dato una mia interpretazione di tale uso, che scaturisce da una riflessione di tipo matematico: ciascuno dei nove simboli indica una quantità numerabile che esiste, mentre lo zero, invece, è l'unico privo di significato da solo, indica il niente e del resto si chiama *zephirum* perché *nihil est*, ma ha la grande potenzialità di far passare al *gradus* successivo qualora venga usato dopo la figura.

Gradus, dal verbo *gradior*, 'cammino', vuol dire 'passo'. Nel *Liber abbaci* indica due cose: 1) il valore di una cifra nel blocco numerico (unità, decina, centinaia…); 2) la posizione di una cifra nel blocco numerico (prima posizione, seconda posizione, terza posizione…).

Per noi oggi le precedenti precisazioni hanno lo stesso significato, ma non cosí ai tempi di Fibonacci, in quanto erano riferite sia ai numeri interi che alle frazioni del tipo descritte nel quinto capitolo[4]. Numeri interi e frazioni, peraltro, sono entrambi dotati di gradi che si leggono da destra verso sinistra: nei numeri interi, man mano che si procede verso sinistra, il *gradus* aumenta sia di posizione che di valore (cioè il terzo grado, che corrisponde alle centinaia, è piú grande del primo grado, che corrisponde alle unità); nelle frazioni, invece, man mano che si procede la 'posizione' aumenta (prima posizione, seconda posizione, terza posizione), ma il valore diminuisce (nelle frazioni, ad esempio, la cifra che occupa il terzo grado indica un valore piú piccolo della cifra che occupa il primo grado).

Relativamente al significato attribuito al termine *figura* nel *Liber abbaci*, come un termine a cui attribuire un significato simbolico, è interessante osservare le occorrenze nel prologo (I 2 = I 3-6 G.-d'A.):

Et que arismetrica et geometria scientia sunt connexe, et suffragatorie sibi ad invi-

4. Questa particolare tipologia di frazione di cui parla il matematico pisano veniva scritta con piú numeratori e denominatori ed era molto usata nel *Liber abbaci* in quanto costituiva uno strumento utile ai commerci del suo tempo. Mi sono occupata di un suo possibile uso didattico in S. Cerasaro, *Le fractiones in gradibus in classe nel terzo millennio: le frazioni dinamiche delle scuole d'abaco del XIII secolo*, «Periodico di matematica per l'insegnamento secondario» 38 (s. IV 5), fasc. 3, supplemento settembre 2023 (*Atti del III Convegno 'Matematica Natura e Scienze dell'Alta Costiera Amalfitana'*, I), pp. 159-78.

cem, non potest de numero plena tradi doctrina, nisi intersecantur geometrica quedam, vel ad geometriam spectantia, que hic tantum iuxta modum numeri operantur; qui modus est sumptus ex multis probationibus et demostrationibus, que figuris geometricis fiunt. Verum in alio libro, quem de Practica geometrie composui, ea que ad geometriam pertinent et alia plura copiosis explicavi, singula subiectis approbationibus geometricis demonstrando. Sane hic liber magis ad theoricam spectat quam ad praticam. Unde qui per eum huius scientie practicam bene scire voluerint, oportet eos continue usu et exercitio diuturno in eius praticis perstudere: quod scientia per practicam versa in habitum, memoria et intellectus adeo concordent cum manibus et figuris, quod quasi uno impulsu et anelitu in uno et eodem instanti circa idem per omnia naturaliter consonent: et tunc cum fuerit discipulus habitudinem consecutus, gradatim poterit ad perfectionem huius facile pervenire. Et ut facilior pateret doctrina, hunc librum per XV distinxi capitula: ut quicquid de his lector voluerit, possit levius invenire. Porro si in hoc opere reperitur insufficientia vel defectus, illud emendationi vestre subicio.

Leonardo Pisano descrive il suo modo di intendere l'aritmetica come una disciplina a cui avvicinarsi dopo lo studio della geometria (in continuità con quanto riporta Euclide nei suoi *Elementi*), procedendo dal concreto all'astratto. Egli sembra descrivere le attuali concezioni metodologiche, sostenute anche dalle teorie neuroscientifiche, per apprendere con le mani e poi con i simboli rappresentati nella mente (*cum manibus et figuris*)[5].

Un altro termine che assume un significato matematico è *tabula, -ae*, che significa 'tavola su cui scrivere', 'libro dei conti', in generale 'piano d'appoggio'. Nel testo del *Liber abbaci*, la parola *tabula* si riferisce a tavole numeriche su cui sono riportati risultati da conti e studi già effettuati messi a disposizione per chi deve effettuarne altri in futuro partendo da quelli già suggeriti. In questo senso, il concetto di *tabula* torna a essere quello iniziale, cioè un appoggio su cui poter continuare a lavorare. Si veda per esempio la tavola della somma dei numeri rotti del manoscritto Firenze, Biblioteca Nazionale Centrale, Conv. Soppr. C. I. 2616, ff. 23*r-v*, sul sito del Museo Galileo (https://bibdig.museogalileo.it/tecanew/opera?bid=1072400&seq=51).

Nel paragrafo II 3 Fibonacci invita a usare la *tabula dealbata*, cioè una tavola di legno che veniva sbiancata con calce o gesso, sulla quale si poteva scrivere.

5. «Cosí chi volesse conoscere bene la pratica di questa scienza dovrà applicarsi con uso continuo ed esercizio giornaliero nella pratica di essa, perché se la conoscenza si muta in abitudine attraverso la pratica, la memoria e l'intelligenza concordano a tal punto con le mani e i segni che quasi in un unico impulso e anelito, in uno stesso istante, si accordano naturalmente su tutto» (traduzione presente sul sito www.progettofibonacci.it).

III. Matematica e latino in classe

Avendo ideato un'attività laboratoriale ispirata alle *fractiones … in gradibus* a cui si è accennato prima, la matematica e il latino sono stati presentati insieme in una classe prima del liceo matematico dell'I.I.S. Marconi di Colleferro (Rm).

Sfogliare la versione digitale del codice del *Liber abbaci* presente sul sito del Museo Galileo di Firenze ha destato stupore negli studenti che spontaneamente si sono cimentati nella lettura, ipotizzando che fosse scritto in latino e mostrando ovvie difficoltà di comprensione, causate anche dalla grafia. I ragazzi sono rimasti colpiti dal valore estetico del libro, in cui sono presenti i capilettera e le decorazioni floreali impreziosiscono le pagine catturando l'attenzione. Solo dopo aver stimolato la loro curiosità nei confronti dei contenuti del libro è stata mostrata l'edizione cartacea del *Liber abbaci* a cura di Enrico Giusti: gli studenti hanno compreso che avevano tra le mani un testo matematico, alquanto differente dal proprio manuale scolastico sotto tanti punti di vista. Ciò che li ha incuriositi maggiormente è stato constatare che non ci fossero formule, ma solo numeri e parole; a partire da questa osservazione, è stato loro spiegato come gli strumenti a disposizione non siano sempre stati uguali, e che alcuni di essi siano al contrario il frutto di una conquista. Gli studenti hanno cosí potuto comprendere che il formalismo algebrico è molto recente nella storia della matematica. Contando sulla preziosa collaborazione dell'insegnante di latino, hanno compreso che alcuni termini matematici sono stati introdotti nel XIII secolo e che alcuni erano ispirati alla vita quotidiana. Trattandosi di una classe prima, il lavoro sul latino si è limitato allo studio del lessico e all'individuazione delle declinazioni. Le attività proposte, a cui gli studenti hanno risposto positivamente, da una parte hanno riguardato i contenuti e dall'altra hanno condotto a riflessioni sull'uso della lingua della matematica.

Da un'intervista somministrata in forma anonima a tutti gli studenti alla domanda «Hai mai riflettuto sull'evoluzione della lingua, e in particolare della lingua usata dalla matematica?» tutti hanno risposto negativamente, come si evince anche da una delle risposte: «Abbiamo riflettuto spesso sulla lingua e il suo sviluppo, ma non troppo sulla lingua usata nella matematica».

Alla domanda «Il *Liber abbaci* è un testo di matematica rivolto a studenti, come te: cosa trovi di diverso rispetto al tuo libro?» sono state date diverse risposte, legate soprattutto ai commenti fatti dopo aver visto il codice in rete. Dopo un'ampia discussione gli studenti hanno interpretato il testo come un manuale di matematica, corredato di spiegazioni, esempi ed esercizi, con alcune differenze legate all'uso dei nuovi termini che avevano analizzato e alle modalità di linguaggio usate: «Rispetto al mio libro non mi sembra di trovare molto di diverso in questo. In entrambi sono presenti spiegazioni ed esercizi. La differenza sta nel fatto che nel *Liber abbaci* vi è l'introduzione a termini nuovi per la matematica e aventi originariamente un altro significato»; «Principalmente la lingua, i modi di esporre e i termini usati».

La risposta piú breve e, mio avviso, piú significativa è stata la seguente: «il modo di spiegare le cose». Durante la discussione che seguiva la lettura delle differenti risposte, ho chiesto agli studenti di aiutarmi a commentare proprio questa breve risposta, riportata da diversi di loro.

Particolarmente efficace è risultato il ricorso all'esempio concreto del concetto di 'frazione propria' da parte di uno dei ragazzi, il quale ha affermato che «l'espressione 'frazione propria' non mi fa capire subito a cosa mi riferisco». Continuando le sue argomentazioni ha sostenuto che parlare prima di 'numeri rotti', chiamati anche 'minuti' per il loro piccolo valore numerico, e solo dopo di numeri 'fratti' (intesi come 'tagliati') oppure di 'frazioni' permetteva invece di accostare al significato matematico il linguaggio naturale e che questo favoriva l'apprendimento.

Lo studente si riferiva intuitivamente all'utilità dello studio etimologico della parola per la comprensione del senso matematico.

IV. Conclusioni

Dal mio piccolo studio sulla semantica dei termini usati dal punto di vista matematico nel *Liber abbaci* sono emersi aspetti storici, culturali e linguistici che mi hanno permesso di guardare la matematica del tempo in un'altra ottica. Questo ha confermato le mie convinzioni in merito allo studio della matematica precedente all'introduzione del simbolismo algebrico, ovvero che non occorre abusare nelle interpretazioni sovrapponendo i concetti a quelli in uso oggi, ma occorre considerarla per quello che è, tenendo conto di tutto il contesto storico-filosofico e linguistico del periodo in cui è inserita.

Grazie ad attività come quella qui proposta, che valorizza l'idea di progresso, gli studenti diventano consapevoli del fatto che le nozioni e gli strumenti di cui disponiamo oggi non sono sempre esistiti e sono al contrario il risultato di evoluzioni realizzatesi del corso del tempo. Lo studio congiunto della matematica e del latino, in particolare, permette di far comprendere che la matematica non è un qualcosa di statico, un prodotto finito, ma che è un processo intellettuale in continuo divenire; il medesimo dinamismo, peraltro, si mette in luce anche a proposito della lingua. Scienza e lingua risultano da sempre legate: lo sviluppo dell'una è la metamorfosi dell'altra.

Silvia Cerasaro
Università di Roma Tor Vergata

*

In questo articolo si racconta di uno studio semantico su alcuni vocaboli presenti nel *Liber abbaci* di Leonardo Pisano Fibonacci, alla luce del significato matematico assunto nel contesto culturale in cui il testo è inserito, contestualizzato alla sua valenza didattica. Tale studio è parte integrante di un percorso nel quale si usa la storia della matematica per fare didattica, anche a favore dell'interdisciplinarità. In particolare, si sottolinea come lo studio del latino permetta di comprendere l'evoluzione sia della lingua che della matematica stessa, auspicando la consapevolezza del rapporto di circolarità tra l'evoluzione della scienza e della lingua.

This article presents a semantic study of several terms found in Leonardo Pisano Fibonacci's Liber abbaci*, analysed in light of the mathematical meaning they assumed within the cultural context of the text, with particular emphasis on its didactic value. This study is an integral part of a teaching path in which the history of mathematics is employed as an educational tool, fostering interdisciplinarity. In particular, it underscores how the study of Latin facilitates an understanding of the evolution of both the language and mathematics, advocating for an awareness of the circular relationship between the evolution of science and language.*

L'INCONTRO DELL'OCCIDENTE LATINO E DELL'ORIENTE ARABO: LE ORIGINI MEDIEVALI DELLA SCIENZA MODERNA ESPRESSE CON IL LINGUAGGIO DI LEONARDO PISANO

I. La matematica umanistica

Il presente studio si inserisce nel quadro teorico della storia integrata nella didattica della matematica secondo il quale «la storia della matematica diventa una componente necessaria del vitale progetto educativo volto a comprendere la nostra natura umana come essenzialmente storica e culturale, e a comprendere che anche le nostre azioni piú creative sono possibili solo se ci basiamo su sistemi di pensiero storico-culturali. Proprio come non abbiamo inventato le lingue che siamo arrivati a parlare, non inventiamo (o reinventiamo) la matematica. Incontriamo la matematica, che non ci impedisce di apportare nuovi contributi ad essa. Incontrando la matematica, ci impegniamo in essa, ci divertiamo, assumiamo una posizione critica nei suoi confronti e possiamo espanderla e trasformarla»[1]. Fondamentalmente l'approccio storico pone in relazione lo sviluppo del pensiero matematico degli studenti con lo sviluppo storico concettuale[2]. In realtà l'idea di integrare la storia nella didattica della matematica è in corso da molto tempo, come è testimoniato da una frase pronunciata da Maria Montessori in una conferenza del maggio 1931: «come ripeto sempre, il discente deve avere l'origine delle cose perché l'origine è piú chiara e piú naturale per la sua mente. Noi dobbiamo solo trovare un materiale che renda l'origine accessibile». Un punto fondamentale di questo metodo è la scelta dell'origine e quindi della storia da portare nella didattica.

II. La scelta dell'origine: le giustificazioni matematiche

L'origine che prendiamo in considerazione è il XIII secolo a Pisa, quando la rivoluzione commerciale impone la risoluzione di molteplici problemi di

1. Trad. it. da L. Radford-G. Santi, *Learning as a Critical Encounter with the Other: Prospective Teachers Conversing with the History of Mathematics*, «ZDM - Mathematics Education» 54, 2022, pp. 1479-92: 1482.

2. Vd. F. Furinghetti-L. Radford, *Contrasts and Oblique Connections between Historical Conceptual Developments and Classroom Learning in Mathematics*, in L.D. English (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*, Second Edition, New York and London 2008, pp. 625-55, in partic. 644-48. Cf. anche L. Radford, *On the Development of Early Algebraic Thinking*, «PNA» 6, 2012, pp. 117-33.

proporzionalità, in quanto il cambiamento della natura del commercio portava in campo un'enorme quantità di misure e sottomisure generalmente diverse da una località a un'altra, e anche, nella stessa località, diverse da merce a merce. Inoltre, il contatto con il mondo arabo portava all'introduzione, almeno nella matematica empirica, dei rapporti tra grandezze non omogenee, non contemplate nella teoria euclidea dei rapporti ed importanti nella definizione delle grandezze derivate. Tutto ciò è perfettamente in linea con il pensiero di studiosi che considerano il Medioevo un terreno fertile in cui riconducono le radici della modernità, 'un nuovo inizio' dove intravedere le origini della scienza moderna.

L'impossibilità di eseguire divisioni esatte, cosa indispensabile, ad esempio, nella divisione degli utili tra diversi soci o nel calcolo di un'eredità, importantissimi fatti nella nuova economia, portava all'esigenza dell'introduzione nell'Occidente latino dei numeri razionali, importandoli dal mondo arabo. Tutto questo è chiaramente documentato nel *Liber abbaci*, opera di Leonardo Pisano detto Fibonacci, risalente al 1202: è spesso indicato come 'primo libro d'abaco', un testo necessario per la formazione dello strato culturale intermedio, quello dei mercanti, che conosceva il latino ma aveva capacità di leggere e scrivere in volgare. Sarebbe però riduttivo considerare il *Liber abbaci* solo un testo didattico poiché esso è un trattato di aritmetica, fondato sulla matematica euclidea.

III. Leonardo maestro: *arismetrica et geometrica scientia*

Nel prologo del *Liber abbaci* Fibonacci esplicita i suoi principi di didattica e pedagogia (I 2 = I 3 e 5 Giusti-d'Alessandro):

Et quia arismetrica et geometrica scientia sunt connexe et suffragatorie sibi ad invicem, non potest de numero plena tradi doctrina nisi interserantur geometrica quedam vel ad geometriam spectantia, que hic tantum iuxta modum numeri operantur; qui modus est sumptus ex multis probationibus et demonstrationibus que figuris geometricis fiunt. …

Unde qui per eum huius scientie praticam bene scire voluerint, oportet eos continuo usu et exercitio diuturno in eius praticis perstudere; quod scientia per praticam versa in habitum, memoria et intellectus adeo concordent cum manibus et figuris, quod quasi uno impulsu et anelitu in uno et eodem instanti circa idem per omnia naturaliter consonent; et tunc cum fuerit discipulus habitudinem consecutus, gradatim poterit ad perfectionem huius facile pervenire[3].

3. «E poiché la scienza aritmetica e quella geometrica sono connesse, e si sostengono vicendevolmente, non si può trasmettere una piena dottrina del numero se non la si interseca con

Questi principi didattici generali sono declinati nel *Liber* in una miriade di problemi, che potremmo definire 'compiti di realtà storica'. Fibonacci sceglie oggetti (*tinea/tina*), animali (*equi*, *coniculi*), azioni e situazioni (*baractum*) della vita quotidiana che fanno parte dell'immaginario comune, in modo che i suoi esempi siano comprensibili a Pisa come a Bugia o in qualsiasi altro luogo del mondo allora conosciuto. Tali esempi sono volti a fissare la mente su un tipo di problema matematico o su una procedura oppure a raccontare una realtà importante per i risultati numerici che produce. Tutti questi problemi, astratti o concreti, cominciano col formare il corpo della nuova matematica, nata con l'introduzione dei numeri razionali e dei relativi algoritmi e costituiscono dei brevi racconti che permettono di enunciare verbalmente una sorta di proto-algebra nella quale le incognite sono indicate con una locuzione, che ricorre nei diversi passaggi algebrici, al posto di una lettera che la rappresenti simbolicamente.

IV. La matematica umanistica

Le metodologie risolutive esposte da Leonardo Pisano attraverso diagrammi e spiegazioni sono fonte di ispirazione per attività didattiche atte a formare un pensiero algebrico vivo e consapevole; esse possono essere rivolte a studenti del primo e secondo biennio del liceo classico, nella fattispecie classi seconde e terze.

Viene presentata una 'matematica umanistica', che si serve della lingua originale in cui è espressa, come traccia per comprendere la complessità culturale esistente nel Medioevo e come strumento per illustrare la ricchezza dell'incontro tra culture, ove si fondano i presupposti per la nascita della scienza moderna. Nel presente studio si formula una proposta didattica la cui sperimentazione potrebbe rispondere alla domanda se questa algebra retorica, come viene chiamata, non possa essere didatticamente un passo preliminare rispetto all'algebra simbolica vera e propria, come è avvenuto storicamente.

alcuni principi di geometria, o pertinenti alla geometria, e ugualmente in essa si opera con i numeri in un modo talmente valido, che [tale] modo è assunto in molte argomentazioni e dimostrazioni che si fanno con le figure geometriche. [...] Cosí coloro che, attraverso questo libro, volessero conoscere bene la pratica di questa scienza, è opportuno che si appassionino, con applicazione costante ed esercizio incessante, alle pratiche di essa: poiché/siccome la conoscenza muta in abitudine attraverso la pratica, la memoria e l'intelligenza dovrebbero concordare a tal punto con le mani e con le figure, che quasi in un unico impulso e anelito, [e] in un unico e medesimo istante, naturalmente convengano sulla stessa soluzione in ogni occasione [= convengano su tutto]; e allora quando il discepolo avrà raggiunto tale forma mentale, poco a poco potrà pervenire facilmente a questa perfezione». Traduzione dal latino a cura di C. Bajo.

V. Forma e materia del libro manoscritto

Quella proposta nell'ambito del presente studio è un'attività pensata in piú fasi laboratoriali. La prima prevede una lezione propedeutica su elementi di paleografia latina e nozioni di anatomia del libro con particolare attenzione a forma e dimensioni del libro manoscritto; struttura e fascicolazione; supporti scrittori; *scriptoria* e copisti; evoluzione delle tipologie di scrittura e miniature; grafia dei numeri; particolarismo grafico medievale.

Queste conoscenze sono funzionali al lavoro proposto sul manoscritto Conventi Soppressi C. I. 2616, conservato presso la Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze e noto come testimone F nella tradizione del *Liber abbaci*.

L'applicazione pratica prevede una prova di lettura e trascrizione dei passaggi utili da manoscritto: IX 1, 3 (IX 7-11 G.-d'A), sulla *regula universalis in baractis*, e IX 3, 1 (IX 127 sg. G.-d'A.), il problema *De equi qui comedunt ordeum in propositis diebus*, sulla sua applicazione. A supporto una tavola delle abbreviazioni, una sul particolarismo grafico dei numeri, e l'*editio princeps* di Baldassarre Boncompagni condotta proprio sul Conventi Soppressi C. I. 2616, codice membranaceo del XIV secolo. In esso al copista principale si alterna una seconda mano che, oltre a rubricare titoli, sottotitoli e numeri, rivede il testo sull'antigrafo, correggendolo e integrandolo. Si procede infine alla traduzione delle righe in cui è esposto il quesito.

VI. Fonti e risorse digitali

Biblioteche digitali, teche e archivi digitali rendono fruibili le fonti di Fibonacci e le carte dei testimoni principali del *Liber abbaci*: un patrimonio librario altrimenti difficile da raggiungere. È dunque fondamentale introdurre gli studenti ad un utilizzo consapevole delle risorse digitali: per il manoscritto Conv. Soppr. C. I. 2616, la biblioteca digitale del Museo Galileo che pubblica collezioni digitali tematiche di interesse storico scientifico; *The Internet Archive* sia per il ms. Firenze, Bibl. Naz. Centrale, Magliabecchiano XI. 21, il testimone G, sia per un'edizione in latino delle *Sphaerica* di Menelao; la teca digitale della Biblioteca Medicea Laurenziana per il codice S. Marco 184, che tramanda l'*Epistola Ameti de proportione et proportionalitate*. Infine il *Progetto Fibonacci*, il prodotto di un lavoro collettivo e interdisciplinare che ha reso accessibile a tutti il *Liber abbaci*: in quattro anni, attraverso quella che Franco Ghione definisce una libera attività di volontariato intellettuale, ha tradotto in italiano la principale opera di Leonardo Pisano. La traduzione è la prima in lingua italiana. Sono disponibili anche schede rivolte agli insegnanti della scuola secondaria di primo e secondo grado e si incoraggiano gli insegnanti a dare conto delle esperienze nelle aule.

VII. Problemi di ecdotica: critica del testo

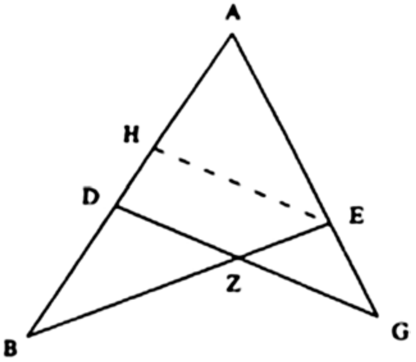
Nel ms. Conv. Soppr. C. I. 2616 il paragrafo IX 1, 3 è riportato al f. 49*r*. In questo punto del testo, ad eccezione dei numeri in rosso, l'inchiostro si è distaccato quasi del tutto e si intuiscono solo alcune parole. Questo caso ci permette di introdurre un intervento su problemi di ecdotica con particolare attenzione a: *stemma codicum*, testimoni del *Liber abbaci*, collazione, lezioni, varianti ed errori, apparato critico, edizione critica.

Per quanto concerne questo codice, risulta chiaro come la collazione con gli altri testimoni della tradizione abbia permesso di ricostruirne il testo. Per averne riscontro, tra gli altri, scegliamo di prendere in esame il testimone G, il Magliabechiano XI 21, codice membranaceo del secolo XIV, conservato a Firenze presso la Biblioteca Nazionale Centrale. Un'unica mano provvede alla trascrizione del testo e alla rubricatura di titoli, sottotitoli e numeri. Reca due numerazioni, una antica a penna in alto a destra talvolta tagliata dal legatore e una ottocentesca a matita in alto al centro. Mancano il capitolo X e la parte finale del capitolo IX. L'epistola dedicatoria è aggiunta a margine.

VIII. La *figura cata*

Si prende come paradigma didattico quanto proposto da Leonardo Pisano nel capitolo IX ai paragrafi 1, 3 e 3, 1 del *Liber abbaci*, ove viene esposta la 'regola universale nel baratto'.

Come si nota dalle seguenti figure, della regola viene data una giustificazione teorica facendo riferimento alla fonte di *Ametus*, probabilmente Ahmad Ibn Yusuf, autore dell'*Epistola Ameti de proportione et proportionalitate*. Riferendosi per i dettagli alla traduzione in italiano, dal punto di vista didattico è importante il diagramma relativo alle 'regole del baratto', in maniera molto illuminante applicato al 'problema dell'orzo e dei cavalli', spiegato attraverso il riferimento al 'Teorema di Menelao piano' riportato nell'*Almagesto* di Tolomeo, nella famosa proposizione del capitolo 11 (*Preliminari per le dimostrazioni sferiche*) del libro I della *Composizione matematica* dell'*Almagesto*, in cui Tolomeo enuncia un risultato relativo a quella che i matematici arabi e poi latini chiameranno la 'figura secante' (*shakl al-qatta*, *figura sector*): «se da due linee AB e AG conducono altre due linee BE e GD, che si intersecano nel punto Z, dico che il rapporto tra GA ad AE è composto dal rapporto tra GD e ZD e da quello tra ZB e BE».



1. La *figura cata* nel teorema.

Della versione nota a Fibonacci il nome di *figura cata* sottolinea la provenienza araba: lo studioso Roshdi Rashed colloca l'origine di questo termine in un testo arabo delle *Coniche* di Apollonio. Di seguito vengono riportati i passi del *Liber* in cui Fibonacci spiega la regola universale del baratto (IX 1, 3), descrivendo la legge matematica da usare, ossia il rapporto composto, e il diagramma per sintetizzare e visualizzare la legge stessa:

Procedit enim hic modus ex proportione quam habet prima mercium ad aliam, quam ostendam esse compositam ex duabus proportionibus, scilicet ex proportione quam habet numerus venditionis prime mercis ad numerum sui pretii et ex proportione quam habet numerus pretii alterius mercis ad numerum venditionis sue mercis. …

Est enim hec talis compositio proportionum ea que ostenditur in figura cata, scilicet sectoris, per quam Tholomeus docuit in Almagesti reperire demonstrationes circulorum a circulo recto et multa alia; et Ametus filius [Yoseph] posuit decem et octo combinationes ex ea in libro quem de proportionibus composuit[4].

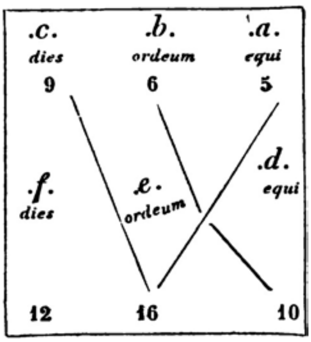
4. «Questo procedimento ha origine infatti dalla proporzione che c'è tra la prima merce e l'altra; che mostrerò essere composta di due proporzioni, cioè dalla proporzione che c'è tra la quantità alienata della prima merce e la quantità del suo prezzo; e dalla proporzione che c'è tra la quantità del prezzo dell'altra merce e la quantità alienata di questa stessa merce. […] tale composizione delle proporzioni infatti è quella che viene mostrata/presentata nella figura cata, cioè quella della secante, con la quale Tolomeo nell'Almagesto ha insegnato a formulare la dimostrazione degli archi pertinenti al *circulo recto*, e molte altre cose; e Ameto figlio [di Yoseph] definí diciotto combinazioni sulla base di essa nel libro che scrisse sulle proporzioni». Traduzione dal latino a cura di C. Bajo.

In Euclide, dati due rapporti A : B e C : D, il rapporto composto è il rapporto A´ : D´ dove A : B = A´ : B´ e C : D = B´ : D´. Nel passo riportato 100 braccia di panno valgono quindici lire (20 : 3 = 100 : 15); con quindici lire si comprano 126 rotoli (5 : 42 = 15 : 126). Quindi si può dire che il rapporto braccia : rotoli è il rapporto composto di 20 : 3 con 5 : 42. Ossia si può scrivere che braccia: rotoli = 100 : 126.

Alla fine del passo Fibonacci spiega quali siano le sue fonti relative alla *figura cata*: Tolomeo che nell'*Almagesto* la utilizza per fornire dimostrazione circa gli archi pertinenti al *circulo recto*; e *Ametus*, che nella sua opera riporta 18 combinazioni di proporzioni.

Nel passo del capitolo IX 3, 1 viene riportato un problema paradigmatico di applicazione della regola esposta nei paragrafi precedenti, quello 'dei cavalli che mangiano orzo':

Explicit pars secunda noni capituli. Incipit tertia de equis qui comedunt ordeum in propositis diebus. Quinque equi comedunt sextaria 6 ordei in diebus 9; queritur in quot diebus eadem ratione decem equi comedent sextaria 16[5].

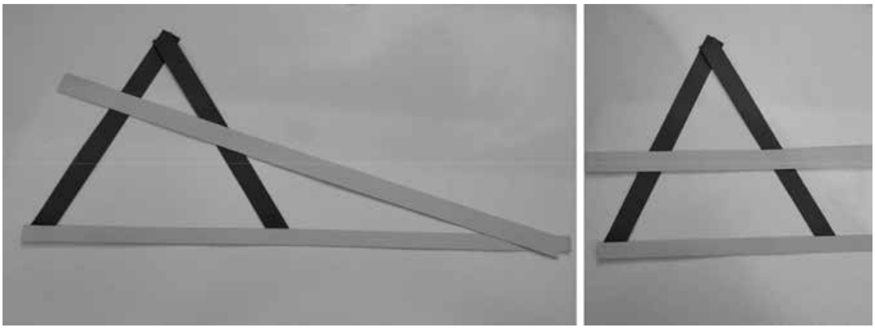


2. Diagramma della 'regola del cinque' (da B. Boncompagni [ed.], *Scritti di Leonardo Pisano*, I, Roma 1857, p. 132).

Si propone il problema dell'orzo e dei cavalli agli studenti: li si indirizza alla comprensione e dimostrazione della motivazione matematica del diagramma, noto anche come regola 'del cinque o del tre composto'. A questo scopo può essere utile la consultazione della *Practica geometriae*, altra opera di Fibonacci nella quale vengono riportate le 18 combinazioni possibili di segmenti derivanti dall'intersezione tra una retta e i lati di un triangolo. Dal punto

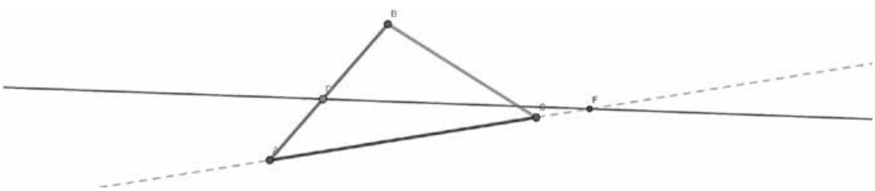
5. «Finisce la parte seconda del nono capitolo. Inizia la terza sui cavalli che mangiano orzo in [un numero di] giorni definiti. Cinque cavalli mangiano 6 sestari di orzo in 9 giorni; ci si chiede in quanti giorni, con lo stesso criterio, dieci cavalli mangeranno 16 sestari». Traduzione dal latino a cura di C. Bajo.

di vista strettamente operativo, la didattica può prendere in considerazione un modello materiale della *figura cata* fatto di listelli di carta, come riportato in figg. 3 sg. Questa attività dà conto dell'espressione *figura sectoris* usata per tradurre *figura cata*: dati 4 listelli si possono considerare delle posizioni reciproche, due delle quali sono molto interessanti perché permettono di formulare dei teoremi che ci definiscono i rapporti tra i segmenti che si ottengono dalla *sectio*.



3-4. Modello materiale della *figura cata s*ulla sinistra e del caso particolare di essa, il teorema di Talete.

Con l'uso del *software* di geometria dinamica *GeoGebra* si può illustrare come il teorema di Menelao sia un caso piú generale del teorema di Talete e come quest'ultimo sia un modello geometrico per la soluzione di problemi lineari, mentre il primo sia utile per la soluzione di problemi bilineari.



5. Modello dinamico della *figura cata*, ossia del teorema di Menelao.

Il teorema di Menelao, alla base della *figura cata*, può essere dimostrato attraverso l'uso di metodi basati sui diagrammi e coerenti con il contenuto degli *Elementi* di Euclide.

IX. Conclusioni

Le attività proposte legano indissolubilmente le fonti, il testo latino, il contenuto matematico con lo scopo di veicolare una 'matematica umanistica' e quanto piú possibile immersa nel contesto storico. Ogni fase laboratoriale è ispirata al tema 'nuove e diverse opportunità di apprendimento', in accordo con l'obiettivo 4 dell'*Agenda 2030 per lo Sviluppo sostenibile*. È in corso la sperimentazione in aula.

Chiara Bajo - Laura Tomassi
Università di Roma Tor Vergata

⋆

Oggetto di questa proposta didattica è la produzione di Leonardo Pisano, analizzata in chiave interdisciplinare dal punto di vista matematico, storico, filologico e linguistico. Si prendono in esame in particolare il *Liber abbaci* e la *Practica geometriae*, in cui sono esposte diverse *regulae*, tra le quali la *regula universalis in baractis* o *regula equorum hordeum comedentium*. Nel presentare i problemi commerciali, risolti dalle *regulae*, Fibonacci cita le sue fonti greche e arabe, Euclide e Tolomeo, nella traduzione di *Ametus*, dal quale si sarebbe istruito circa la *figura cata*. Le metodologie risolutive esposte da Leonardo Pisano attraverso diagrammi e spiegazioni sono fonte di ispirazione per attività didattiche volte a formare un pensiero algebrico vivo e consapevole. Viene presentata una 'matematica umanistica', che si serve della lingua originale in cui è espressa come traccia per comprendere la complessità culturale esistente nel Medioevo e come strumento per illustrare la ricchezza dell'incontro tra culture, ove si fondano i presupposti per la nascita della scienza moderna.

The focus of this teaching proposal is the analysis of Leonardo Pisano's works, examined through an interdisciplinary approach that encompasses mathematical, historical, philological, and linguistic perspectives. In particular, the Liber abbaci *and the* Practica geometriae *are considered, in which several* regulae *are presented, including the* regula universalis in baractis *and the* regula equorum hordeum comedentium. *In presenting business-related problems solved by these* regulae, *Fibonacci cites his Greek and Arabic sources, notably Euclid and Ptolemy, through the translation of* Ametus, *from whom he is believed to have been instructed in the concept of* figura cata. *The problem-solving methodologies expounded by Leonardo Pisano, through diagrams and explanations, serve as an inspiration for teaching activities aimed at fostering a dynamic and conscious algebraic mindset. This proposal introduces a 'humanistic mathematics', utilizing the original language in which the work is expressed as a key to understanding the cultural complexity of the Middle Ages and as a tool to highlight the richness of the cultural exchange that laid the groundwork for the birth of modern science.*

TARTAGLIA CONTRO CARDANO

I. Motivazione didattica

In questo articolo verrà mostrato un percorso di didattica interdisciplinare svolto in un liceo scientifico e che abbraccia le discipline di latino, matematica, italiano e storia.

Lo studio del latino al liceo scientifico è accompagnato in modo sistematico e trasversale dalla domanda che tutti gli insegnanti della disciplina si sentono porre: «Ho scelto il liceo scientifico, perché devo studiare latino?». Il problema della motivazione allo studio della lingua antica in un contesto 'scientifico', trasversale a tutta la popolazione studentesca e non necessariamente correlata alla valutazione, non deve essere derubricata a questione di second'ordine. Si tratta di un'istanza reale e anche ben fondata e deve essere continuamente ravvivata dall'insegnante stesso: «Perché si studia latino al liceo scientifico».

In questo articolo vogliamo dare una risposta 'operativa' alla questione e mostrare come l'intreccio tra latino e materie scientifiche non solo non sia pretestuoso, ma storicamente fondato, convincente e facile da tradurre in attività scolastica.

Il percorso che proponiamo si impernia sulla storia della risoluzione delle equazioni di terzo grado. Gli avvenimenti che vengono raccontati agli studenti appassionano i ragazzi al punto da generare partigianerie per l'uno o l'altro dei protagonisti. Il racconto costituisce quindi l'intelaiatura interdisciplinare dell'unità didattica e merita di essere riassunto qui. Come vedremo, il culmine degli accadimenti risiede in una lettera scritta in latino.

II. Premessa storica

La storia della risoluzione delle equazioni di terzo grado è il racconto di una ricerca intellettuale dalle radici molto antiche. Noi sceglieremo di iniziare questo racconto a pochi decenni dal suo epilogo, a cavallo tra Quattrocento e Cinquecento. In questo periodo, la carriera accademica di un matematico dipende dal prestigio che sa conquistarsi (e mantenere) sfidando in pubblica piazza altri matematici su questioni di aritmetica e geometria. A riprova di quanto questa prassi sia consolidata, l'Università di Bologna nel 1474 fa espresso ordine ai propri lettori di esercitarsi vicendevolmente in dispute in piazza[1]. Queste contese matematiche possono anche svolgersi 'a distanza', in pubblici duelli epistolari costituiti da cartelli di sfida. Vige l'elementare regola di non poter proporre problemi che non si sia in grado di risolvere per le vie piú generali.

È bene sottolineare che la prassi delle disfide spinge i matematici a nascondere le proprie invenzioni: la divulgazione delle scoperte priverebbe infatti lo scopritore del vantaggio competitivo di conoscere una 'tecnica segreta'. Per capire quali possano essere considerate delle novità matematiche nel Cinquecento, conviene considerare che le equazioni di primo e secondo grado non costituiscono piú un ostacolo da svariati secoli, mentre quelle di terzo grado restano uno scoglio inattaccabile, come testimonia Luca Pacioli nel 1494, nel suo celebre manuale *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (massimo testo di riferimento degli abacisti italiani):

[Delle equazioni di terzo grado] non se possuto finora troppo bene trovar regole generali [...] se non ale volte a tastoni in qualche caso particulare [...] larte ancora a tal caso non a dato modo si commo ancora non e dato modo al quadrare del cerchio.

I due personaggi principali che animano la storia che stiamo per raccontare sono Tartaglia e Cardano. Il primo è un matematico bresciano (poi trasferitosi a Venezia), che deve il suo soprannome alla balbuzie. Tartaglia vive in una situazione finanziaria precaria[2] e i suoi introiti sono legati alle sue attività di maestro d'abaco e soprattutto alla pubblicazione dei suoi trattati. Il secondo, Cardano, è l'incarnazione dello spirito rinascimentale: medico, astrologo, inventore e matematico. Il seguente passaggio dell'autobiografia di Cardano tratteggia bene il suo carattere[3]:

illud inter vitia mea singulare et magnum agnosco et sequor, ut libentius nil dicam quam quod audientibus displiceat, atque in hoc sciens ac volens perservero, neque ignoro quantum mihi inimicorum vel hoc solum conciliet

(Il difetto piú grande e singolare che mi conosco, e non l'ho ancora perso, è questo: non c'è niente di cui parli con piú gusto che delle cose sgradevoli per chi mi ascolta; e lo faccio apposta, e insisto, benché sappia benissimo quanti nemici mi procura).

1. F. Toscano, *La formula segreta*, Milano 2009, p. 31.

2. *Ibid.*, p. 27 n. 49.

3. Cardano, *De vita propria*, cap. 13, in *Hieronymi Cardani Mediolanensis* [...] *Opera omnia* [...] cura C. Sponii, I, Lugduuni, sumptibus I.A. Huguetan et M.A. Rauaud, MDCLXIII, pp. 10 sg.; trad. it. *Girolamo Cardano. Il libro della mia vita*, Traduzione di S. Balduzzi, Milano 2020, p. 50.

Nell'economia della storia, è bene sapere che Cardano, nel periodo in cui si svolgono i fatti, sta raccogliendo idee per scrivere il suo capolavoro, un manuale di matematica che possa soppiantare Pacioli e tutto quanto sia stato pubblicato sulla materia.

III. La storia

«Ve rispondo che doveresti arrossire a proponere da rissolvere ad altri quello che voi medesimo non sapeti rissolvere», scrive nel 1530 Tartaglia a un tale, Zuanne Tonini da Coi. Zuanne è un matematico di second'ordine, uso a sfidare i colleghi piú celebri con problemi che egli stesso non saprebbe risolvere, quasi sempre afferenti alle equazioni di terzo grado. Come vedremo, Zuanne gioca un ruolo inaspettatamente importante in questa storia, innescandone i principali avvenimenti. Nel 1535 Antonio Maria Fior, matematico bolognese, sfida Tartaglia nuovamente sulle equazioni di terzo grado. Nei cinque anni passati dalla sfida di Zuanne, Tartaglia deve aver riflettuto sulla questione, perché questa volta accetta il duello e risponde ai 30 rompicapi di Fior con altrettanti quesiti suoi. Il risultato non lascia dubbi: Tartaglia vince per 30 a 0, dando prova di padroneggiare l'argomento.

Grazie a Zuanne, che giunge a Milano a importunarlo con i suoi soliti quesiti, Cardano scopre che a Venezia si aggira un matematico capace di risolvere le equazioni di terzo grado. È una notizia che non par vera, una gemma da incastonare nel suo trattato per battere Pacioli laddove questi s'era arreso. Cardano scrive dunque a Tartaglia per farsi spiegare il metodo, affinché venga pubblicato nel suo manuale. Tartaglia non ne vuole sapere («quando vorrò publicar tal mia inventione la vorrò publicar in opere mie et non in opere de altri»[4]), ma alla fine cede alle lusinghe e alle promesse dell'altro, che gli giura solennemente d'aver rinunciato all'idea di pubblicare la nuova formula: la questione è ormai diventata una semplice curiosità intellettuale, un tarlo dal quale liberarsi.

Tartaglia, che teme il raggiro, si rifugia in una scelta di compromesso: fornire a Cardano la spiegazione del metodo per iscritto, ma enunciata in una forma sibillina e di difficile decifrazione, composta in endecasillabi rac-

4. Il passo è citato in V. Gavagna, *La soluzione per radicali delle equazioni di terzo e quarto grado e la nascita dei numeri complessi: Del Ferro, Tartaglia, Cardano, Ferrari, Bombelli* (2012), https://web.math.unifi.it/archimede/note_storia/gavagna-complessi.pdf (consultato 4/06/2024), p. 3.

colti in terzine[5]. Nel tentativo di decodificare le terzine, Cardano si fa assistere da un suo giovane e geniale allievo, Ludovico Ferrari. Quando infine vengono a capo del metodo, i due capiscono che c'è qualcosa che non va: il sistema di Tartaglia non funziona, quantomeno non funziona sempre. Mentre Ferrari si mette all'opera per capire il problema, bussa alla porta l'immarcescibile Zuanne. Questi, sempre ben informato, sa che Cardano e Ferrari stanno lavorando al metodo di Tartaglia e quindi lancia al giovane matematico una sfida inedita, sempre piú scorretta: un problema legato ad un'equazione non di terzo, ma addirittura di quarto grado! Succede qui un fatto incredibile, se non altro dal punto di vista della storia della matematica: ispirato da Zuanne, che comunque viene liquidato malamente, Ferrari capisce come ricondurre le equazioni di quarto grado a quelle di terzo e quindi come risolverle. Nel giro di pochi anni assistiamo infine alla caduta di due problemi storici che avevano assillato generazioni di matematici.

Cardano freme: è ora di pubblicare la sua opera, un libro che potrà vantare ormai due risultati importanti e soprattutto inediti, con buona pace di Pacioli. Il giuramento fatto a Tartaglia è un impiccio: è necessario trovare qualcun altro che possa rivendicare la paternità dell'invenzione. Cardano e Ferrari si rivolgono quindi ad Antonio Maria Fior, il primo vero competitore di Tartaglia. Giunti a Bologna, Cardano e Ferrari vengono messi a parte di un segreto, comprovato da appunti manoscritti: Maria Fior aveva appreso il metodo dal suo maestro, Scipione Dal Ferro, sul letto di morte. Il tutto era avvenuto nel 1526, ben prima che Tartaglia si fosse occupato della questione.

Cardano si sente ormai svincolato dal giuramento e nel 1545 dà alle stampe il suo capolavoro, l'*Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus*, noto ai piú come *Ars magna*. L'anno successivo Tartaglia pubblica un suo testo, i *Quesiti et inventioni diverse*: tra una digressione matematica e l'altra, l'autore si lancia in giudizi poco lusinghieri sul celebre collega. Al di là del rancore che Tartaglia ormai prova per Cardano, è probabile che voglia provocare l'altro a sfidarlo in un duello matematico. Cardano è però ormai troppo famoso e importante (e anche troppo accorto) per battersi con l'avversario. A prenderne le difese si fa invece avanti Ferrari[6]:

> messer Tartaglia, m'è pervenuto alle mani un vostro libro [...] voi non vi vergognate a dir che egli [Cardano] è ignorante nelle mathmatice, huomo molto tondo, degno che gli fosse anteposto messer Zuanne, et lo chiamate poverello, huomo che

5. Vd. *ibid.*, pp. 4 sg.
6. L. Ferrari, *I sei cartelli di matematica disfida* [...], raccolti, autografati e pubblicati da E. Giordani, Milano, 1876, cartello 1 p. 1.

tiene poco sugo, et di poco discorso, con altre simili parole ingiuriose, le quali per tedio lascio da parte. [...] Per tanto io, non solamente per difender la verità, ma anchor perché questo tocca a me principalmente, che son creato suo [di Cardano], [...] ho deliberato far pubblicamente conoscere [...] la vostra malignità.

Tra il 1547 e il 1548 Ferrari e Tartaglia si spediscono complessivamente 12 cartelli, 6 a testa, il primo a cercare di provocare Tartaglia con accuse di empietà e commenti sprezzanti, il secondo a invocare inutilmente il duello con Cardano. Le missive vengono regolarmente mandate in copia agli intellettuali piú illustri dell'epoca, e a scorrere la lista si capisce che già nel Cinquecento esiste un'idea di Italia, se non altro come comunità culturale[7]:

mandata la copia in Roma [seguono 8 nomi], in Venetia [9 nomi], in Melano [10], in Firenze [4], in Ferrara [2], in Bologna [4], in Salerno [1], in Padova [3], in Pavia [3], in Pisa [4], in Verona [1].

La situazione diventa pubblicamente insostenibile per Tartaglia, che si trova costretto ad accettare la sfida alle condizioni di Ferrari: la contesa sarà quindi orale (punto a sfavore di un balbuziente) e svolta in piazza a Milano (Tartaglia gioca fuori casa). L'esito del duello è controverso; fatto sta che Tartaglia lascia Milano il secondo giorno della disfida, lanciando accuse di slealtà ai meneghini e dando l'impressione d'aver perso la contesa. L'abbandono e la sconfitta pubblica costituiscono un duro colpo al prestigio di Tartaglia e segnano l'epilogo di questa storia. Ultima annotazione amara: ancora oggi l'invenzione di Tartaglia è comunemente nota come 'formula di Cardano'.

A dimostrazione della propria levatura, Ferrari verga il suo secondo cartello di sfida in latino (resterà l'unico). Nella missiva Ferrari muove a Tartaglia un'accusa fondata e feroce e che, in parte, giustifica l'attribuzione della formula non già al suo inventore (che sia Tartaglia o Scipione Dal Ferro), ma al suo divulgatore (Cardano). Le accuse possono essere riassunte nelle seguenti domande: Perché ti sei opposto alla pubblicazione della tua scoperta? Perché non l'hai pubblicata tu stesso? A cosa servono le scoperte se gli autori le tengono per loro?

L'accusa che Ferrari muove a Tartaglia è fondata ma ingiusta se rivolta al singolo, dal momento che il sistema stesso delle disfide incoraggia alla segretezza. Puntando il dito contro il bresciano, Ferrari mette a nudo l'insensatezza di tutto il sistema che produce una comunità matematica destinata

7. Ferrari, *op. cit.*, cartello 1 pp. 5-8.

a dimenticare le proprie scoperte per poi reinventarle daccapo o, nei casi piú fortunati, a tramandarle dal letto di morte. L'attribuzione della scoperta a chi l'ha pubblicata segna quindi una svolta non solo di questo racconto, ma nella storia della matematica.

IV. Il percorso didattico

Una volta che gli alunni hanno familiarizzato con i protagonisti della storia, vengono invitati ad immergersi nel carteggio e a individuare alcuni passi salienti della discussione che è stata loro presentata. Copia anastatica delle dodici cartelle del documento viene fornita agli studenti divisi in gruppi e viene chiesto loro di scovare il passo in cui Ferrari muove a Tartaglia l'accusa di non voler pubblicare le sue invenzioni.

L'incontro con un testo autentico in lingua latina, per lo piú vergato in caratteri tipografici antichi, suscita negli alunni una curiosità che difficilmente si riscontra nell'approccio con i documenti della didattica quotidiana.

Alla curiosità segue lo sconforto, per la difficoltà nella comprensione di una lingua, quella del latino rinascimentale, che si discosta spesso dal fluire ordinato dei passi scelti nelle grammatiche, tratti dagli autori del cosiddetto 'latino classico'.

Ecco che allora le regole grammaticali finalmente non sono piú nemiche, ma alleate della indagine conoscitiva: l'insegnante fornisce un indizio e suggerisce di cercare un passo in cui la proposizione causale sia espressa con il congiuntivo. È l'occasione per indurre gli studenti a recuperare le conoscenze grammaticali e per ripassare insieme a loro i diversi costrutti possibili:

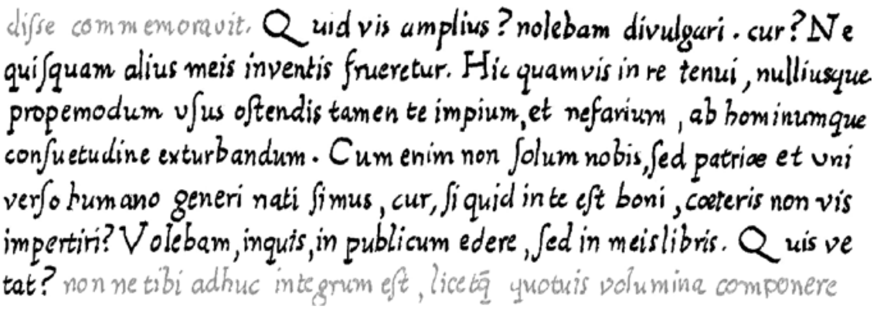
Causale al congiuntivo:

- *cum* e congiuntivo
- *quod* e congiuntivo (causale obliqua)
- *qui*, *quae*, *quod* e congiuntivo (relativa impropria)

In alternativa e in relazione all'argomento di morfologia e sintassi che si sta affrontando in quel momento, si può proporre la ricerca dei diversi tipi di pronomi oppure dei *verba voluntatis* di cui il passo presenta molti esempi.

Inizia a questo punto una vera e propria 'caccia al tesoro' e i diversi gruppi gareggiano per individuare per primi il passo indicato, scorrendo l'intero testo alla ricerca di un congiuntivo che sia per loro un indizio guida.

Il momento che segue è didatticamente molto proficuo, perché gli alunni vengono stimolati a esercitare una competenza spesso trascurata nella pratica quotidiana della traduzione, la 'comprensione previsionale', per cui non è ancora necessario sciogliere tutti i nodi sintattici e grammaticali, ma si deve cogliere il significato globale del testo, alla ricerca del passo in cui Ferrari muove a Tartaglia le accuse prima riassunte. Si arriva alla individuazione del passo (cartello 2 p. 4):


disse commemoravit. Quid vis amplius? nolebam divulgari . cur? Ne
quisquam alius meis inventis frueretur. Hic quamvis in re tenui, nulliusque
propemodum usus ostendis tamen te impium, et nefarium, ab hominumque
consuetudine exturbandum. Cum enim non solum nobis, sed patriae et uni
verso humano generi nati simus, cur, si quid in te est boni, caeteris non vis
impertiri? Volebam, inquis, in publicum edere, sed in meis libris. Quis ve
tat? non ne tibi adhuc integrum est, licetq; quotuis volumina componere

Un altro passaggio stimolante è quello della lettura: la scrittura dell'epoca si presta ad una facile comprensione e a turno gli alunni sono chiamati a decifrare il testo. L'insegnante comunque alla fine fornisce la trascrizione del passo individuato:

Quid vis amplius? Nolebam divulgari. Cur? Ne quisquam alius meis inventis frueretur. Hic quamvis in re tenui, nulliusque propemodum usus ostendis tamen te impium et nefarium, ab hominumque consuetudine exturbandum. Cum enim non solum nobis, sed patriae et universo humano generi nati simus, cur, si quid in te est boni, caeteris non vis impertiri? Volebam, inquis, in publicum edere, sed in meis libris. Quis vetat?

Per una classe di secondo liceo scientifico il testo è di ardua comprensione in quanto presenta delle strutture morfosintattiche che non sono state ancora affrontate. Pertanto viene proposto un esercizio di traduzione facilitato[8]:

Quid vis amplius?	Che cosa vuoi? … *amplius*: avv.
Nolebam divulgari.	
Cur?	
Ne quisquam alius meis inventis frueretur.	Nessun altro … si avvalesse (regge ablativo)

8. Nella tavola seguente il carattere spaziato sostituisce i diversi colori utilizzati nella pratica didattica.

Hic quamvis in re tenui, nulliusque propemodum usus ostendis tamen te impium et nefarium, ab hominumque	… in una situazione da nulla …
consuetudine exturbandum.	da essere allontanato (regge *ab* + ablativo)
Cum enim non solum nobis, sed patriae et universo humano generi nati simus,	*cum* + congiuntivo …
cur, si quid in te est boni, caeteris non vis impertiri?	se … qualcosa di buono, … vuoi …
Volebam, inquis, in publicum edere, sed in meis libris.	
Quis vetat?	Chi [lo] …?

I gruppi si cimentano con il lavoro e, dopo un confronto delle diverse proposte, si stende una traduzione condivisa:

Che cosa vuoi di piú? «Non volevo che fosse divulgato». Perché? «Affinché nessun altro si avvalesse delle mie invenzioni». Qui, benché in una cosa da nulla, praticamente di nessuna utilità, tuttavia ti dimostri empio e scellerato, da essere allontanato dalla frequentazione degli uomini. Infatti, dal momento che non solo per noi, ma per la patria e l'intera stirpe umana siamo nati, perché, se c'è qualcosa di buono in te, non vuoi renderne partecipi gli altri uomini? «Volevo», dici, «presentarlo in pubblico, ma nei miei libri». Chi lo vieta?

Il passo finalmente tradotto e reso comprensibile dà il via alla riflessione che è il perno dell'intera attività: il principio fondamentale secondo il quale una nuova conoscenza debba essere appannaggio dell'intera comunità intellettuale e non tenuta segreta a vantaggio del solo inventore, al solo scopo di vincere piú duelli matematici.

V. Altri possibili sviluppi didattici

1. *Seneca, Epistole a Lucilio.* La riflessione può essere ulteriormente arricchita grazie al confronto con il mondo antico. Infatti già Seneca nel I sec. d.C. aveva scritto nelle sue *Epistulae ad Lucilium* (6, 4):

Ego vero omnia in te cupio transfundere, et in hoc aliquid gaudeo discere, ut doceam nec me ulla res delectabit, licet sit eximia et salutaris, quam mihi uni sciturus sum. Si cum hac exceptione detur sapientia, ut illam inclusam teneam nec enuntiem, reiciam: nullius boni sine socio iucunda possessio est

(In verità desidero trasfondere in te tutto il mio sapere e sono lieto di imparare qualcosa appunto per insegnarla. Nessuna conoscenza mi darà mai gioia, per quanto straordinaria e utile che sia, se dovrò conoscerla io solo. Se mi fosse concessa la sapienza a condizione di tenerla chiusa in me, senza trasmetterla ad altri, rifiuterei: non dà gioia il possesso di nessun bene, se non puoi condividerlo).

La lettura del passo delle Lettere a Lucilio di Seneca permette di proporre agli studenti la considerazione su quanto il pensiero del Rinascimento debba al mondo latino e quale sia l'apporto della riscoperta dei testi antichi nella riformulazione del pensiero occidentale moderno.

2. *Analisi metrica degli endecasillabi*. Come si ricorderà, la spiegazione del metodo che Tartaglia spedisce a Cardano è composta in terzine[9]. Dal punto di vista scolastico, si apre quindi la possibilità di svolgere un'analisi metrica in classe con gli studenti: si tratta di un'attività effettivamente proposta in una classe seconda, dalla quale è emerso come i primi endecasillabi siano corretti dal punto di vista metrico, mentre allo scorrere delle terzine, sembra che Tartaglia si perda in una costruzione del verso piú faticosa e meno armonica.

3. *Laboratorio di poesia*. Dopo aver spiegato la struttura e le caratteristiche dell'endecasillabo, si propone agli studenti di inventare terzine su un tema dato, sulla scorta dell'esempio dei versi di Tartaglia.

4. *Sceneggiatura dello scontro tra Cardano e Tartaglia*. Gli alunni devono scrivere una sceneggiatura sullo scontro tra i due matematici e realizzare un video oppure mettere in scena una rappresentazione teatrale.

VI. Percorso Matematico

Dal punto di vista matematico il percorso prelude ad almeno due filoni tematici: la discussione e l'utilizzo delle equazioni di terzo e quarto grado, anche al fine di gettare le basi per la 'prossima storia' (Abel e Galois sulla non risolubilità per radicali delle equazioni di grado superiore) e l'introduzione cronologicamente corretta dei numeri complessi[10].

VII. Conclusioni

Le attività proposte permettono agli studenti di confrontarsi con diversi utilizzi del latino: nell'*Ars magna* questa lingua viene adottata da Cardano a scopo comunicativo, a misura delle sue ambizioni europee, da Ferrari a scopo meta-comunicativo, in questo caso a mostrare la sua levatura rispetto

9. Vd *supra*, pp. 205 sg e n. 5.
10. Gavagna, *art. cit.*, pp. 9-19.

a Tartaglia. Inoltre va sottolineato che Cardano sceglie di scrivere in latino a riprova di modernità rispetto al volgare di Pacioli. Nell'analisi del secondo cartello la lingua viene usata dagli studenti stessi come strumento di indagine e scoperta. Questi diversi 'colori' che il latino assume rendono giustizia ad una disciplina che non si esaurisce ontologicamente e storicamente nell'essere lo studio di una lingua morta.

Il percorso proposto ha potuto giovarsi di una storia coinvolgente e a tratti comica. A nostro giudizio, si possono costruire attività simili anche in assenza di questi elementi di colore, per esempio nello studio dei testi e della storia di Fibonacci, eventualmente inserita in un percorso interdisciplinare di crittografia. In conclusione, il percorso *Tartaglia contro Cardano* mostra come la didattica tradizionale possa essere affiancata da strategie interdisciplinari efficaci, avvincenti e soprattutto convincenti.

Stefania Paoluzi - Alexander Saltuari
Liceo Scientifico-Matematico Majorana, Roma

⋆

L'articolo presenta un percorso di didattica interdisciplinare che dimostra come lo studio del latino, contrariamente alle ricorrenti polemiche sulla sua utilità, possa essere proposto al liceo in modo avvincente ed efficace. Viene raccontata la disputa tra due grandi matematici cinquecenteschi, Tartaglia e Cardano, alla ricerca della risoluzione delle equazioni di terzo grado. La storia raggiunge il culmine in una missiva vergata in latino nella quale viene lanciata un'accusa che influenzerà profondamente il progresso della ricerca matematica nei secoli successivi. L'attività didattica prevede il coinvolgimento degli alunni nella ricerca di alcuni passi significativi del carteggio, con un lavoro di analisi e comprensione, affiancato dal rinforzo delle strutture morfosintattiche.

This paper presents an interdisciplinary teaching approach that demonstrates how the study of Latin, contrary to frequent debates about its usefulness, can be effectively and engagingly integrated into high school curricula. The focus of the teaching path is a captivating historical narrative: the dispute between two prominent 16th-century mathematicians, Tartaglia and Cardano, in their efforts to resolve cubic equations. The story culminates in a letter written in Latin, in which an accusation is made that will significantly influence the development of mathematical research in the following centuries. The teaching activity involves students in the search and analysis of key passages from the correspondence, accompanied by comprehension and interpretative work, aimed at reinforcing morphosyntactic structures.

MATEMATICA E LATINO NEL LICEO SCIENTIFICO: UNA PROPOSTA DIDATTICA INTERDISCIPLINARE

Il cervello non distingue tra cultura umanistica e scientifica
Semir Zeki

Abbiamo sciaguratamente diviso il sapere scientifico dal sapere umanistico, fino a codificare 'le due culture' (dal titolo del saggio di Charles P. Snow del 1959), ignorando che i linguaggi sono molteplici ma la cultura è una. La separazione tra cultura umanistica e cultura tecnico-scientifica è novità recente
Ivano Dionigi

I. Introduzione

Il punto di contatto tra matematica e latino consiste nel ruolo della traduzione intesa come conversione da un registro semiotico ad un altro per la matematica, da una lingua ad un'altra per il latino. In particolare lo studente non si limita solo alla semplice elencazione dei vocaboli tradotti, ma li struttura in maniera tale da dare alla traduzione un senso compiuto, tenendo conto anche di aspetti legati al contesto storico-culturale di produzione dell'opera latina. Si parte da ipotesi, cioè i vocaboli tradotti e le loro relazioni sintattiche; si utilizzano, contestualmente, le regole grammaticali, il lessico familiare agli studenti, e la conoscenza della cultura antica per avere come parte finale la traduzione del brano, in una dimostrazione di scomposizione iniziale e ricomposizione del testo nella lingua italiana. Si tratta dello stesso procedimento che ha luogo nella risoluzione di un problema di matematica dove da alcune ipotesi si passa alla dimostrazione della tesi attraverso quelle operazioni che caratterizzano il cosiddetto *problem solving*.

Riguardo alla programmazione, la proposta didattica viene inserita dopo lo studio della trigonometria piana. A scuola, solitamente, il nome di Nepero viene associato a un numero trascendente d'importanza pari al piú antico π (pi greco) e ai logaritmi naturali, che godono di una indiscussa supremazia nell'analisi, ma non viene mai approfondito e sottolineato quanto lo studioso abbia dedicato all'intero argomento. Nepero presenta l'antica visione di un oggetto a noi familiare, ma all'epoca non ancora scientificamente sedimentato. Ci si propone quindi di far conoscere un intellettuale che ha lavorato per venti anni alla sua proposta concernente i logaritmi, giungendo alla loro definizione attraverso concetti matematici che nello studio attuale della disciplina sembrano completamente separati fra loro. Si mostrerà, attraverso la traduzione, uno dei metodi descritti da Nepero per il calcolo dei logaritmi e la notazione usata, nel primo Seicento, per la scrittura dei numeri decimali. Infine si farà osservare come i teoremi di trigonometria piana si estendono alla trigonometria sferica: un'occasione per introdurre, in modo elementare, la geometria non euclidea, importante per lo sviluppo della teoria della relatività generale. Lo studio della geometria non euclidea, generalmente, viene affrontato in quinta superiore, ma effettivamente potrebbe essere utile iniziare l'argomento nella classe quarta, in una ipotesi di sperimentazione didattica e metodologica, proprio in vista di un sapere che si costruisce sulla base di conoscenze già acquisite (le conoscenze vanno via via riprese e 'ristrutturate' a un livello superiore).

La seguente proposta nasce proprio con l'intento di mostrare percorsi alternativi all'insegnamento tradizionale, prevedendo la partecipazione diretta e centrale dello studente, valorizzando il ruolo del linguaggio matematico per apprezzare la disciplina in modo diverso e non come un addestramento tecnico. Il ragionamento in matematica e in latino richiede un'attenzione logica al linguaggio; entrambe le discipline hanno come fine formativo quello di indurre lo studente a ragionare in maniera logica e affrontare problemi di varia natura attraverso linguaggi diversi ma complementari. Nel mostrare dunque come argomenti già noti in matematica possano essere utili nello studio della struttura di frasi latine, si cercherà di far capire una delle importanti creazioni dei traduttori: il lessico matematico latino.

II. La proposta didattica: fasi operative

Trattandosi di un percorso trasversale, il lavoro sarà articolato in quattro fasi. La prima fase consiste in una riflessione sulla possibilità che le abilità di risolvere problemi matematici siano collegate a quelle traduttive da un registro linguistico all'altro; i docenti lavoreranno in compresenza, presentando l'unità didattica e concentrandosi sulle competenze logiche-verbali esistenti tra le due discipline.

La seconda fase consiste nella presentazione dell'opera di Nepero da parte del docente di lingua latina: si partirà dalla lettura del testo, sollecitando gli alunni a fare ipotesi di comprensione del lessico utilizzato e invitandoli a cogliere le differenze tra il latino del Seicento e il latino dei classici sui quali viene strutturata, di norma, la programmazione annuale; si procederà con lo studio morfologico e sintattico dei passi scelti sui quali il docente di matematica lavorerà con gli studenti, come descritto; infine il docente di lingua latina guiderà gli studenti in un percorso storico-linguistico sull'evoluzione della lingua latina dall'età classica ai successivi sviluppi nell'età moderna, il cosiddetto 'Umanesimo matematico'. Sono i traduttori del Cinquecento a costituire un lessico matematico latino ricco e privo di ambiguità, fornendo ai secoli successivi la lingua comune europea della materia scientifica, che sarà poi arricchita dai matematici con i neologismi necessari per denominare i concetti nuovi via via che saranno creati. Dal momento che il latino è stata la lingua ufficiale della scienza per molti secoli, questo ci consente di prendere in considerazione la possibilità di coinvolgere gli studenti, nella terza fase, in una ricerca di classici scientifici in lingua latina, con lo scopo di realizzare un'antologia digitale di testi latini da tradurre, utili per un'indagine epistemologica di concetti matematici e fisici trascurata durante le ore scolastiche. Gli alunni saranno anche invitati a riflettere sul fatto che la lingua latina, usata nella scienza, è stata sostituita nell'epoca attuale dalla lingua inglese. Come produzione finale, i ragazzi elaboreranno brevi problemi matematici in lingua latina.

III. Il latino di Nepero

Si partirà dunque dalla lettura del frontespizio originale dell'opera (*Mirifici logarithmorum canonis constructio et eorum ad naturales ipsorum numero habitudines* […], auctore et inventore Iohanne Nepero, […] Edinburgi, excudebat Andreas Hart, Anno Domin 1619[1]), che fornisce molti ed interessanti spunti di analisi:

1) individuare caratteri tipografici insoliti: ad es. la congiunzione *et* scritta &, la s alta (ſ), il grafema V per U, ecc.;

2) notare che Nepero viene detto 'autore' e 'inventore', constatando che egli è stato inventore del calcolo del logaritmo e della stessa parola logaritmo (λόγος + ἀριθμός).

Seguirà la lettura ragionata della prima pagina (la lettera del figlio di Nepero al lettore), stimolando i discenti ad una prima comprensione tramite l'individuazione di termini a loro già noti per poi sollecitarli a fare ipotesi di comprensione del lessico utilizzato, riflettendo sui termini latini e sugli eventuali termini greci corrispondenti (*philomathes* dal greco φιλομαθής, cf.

1. Cf. *Giovanni Nepero. Costruzione della meravigliosa tavola dei logaritmi*, a cura di M. Bernabei, Roma 2019.

μάθησις; *canone* dal greco κανών, *tecmeriis* dal greco τεκμήρον; *logarithmorum* da λόγος e ἀριθμός; *sparta* latinizzazione del termine greco σπάρτον):

Robertus Neperus auctoris filius lectori matheseos studioso s.

Ante aliquot annos, Lector philomathes, mirifici logarithmorum canonis usum memoriae semper colendae parens publici iuris fecerat; eius vero syntaxin ac creandi methodum, ut ipse monuit pag. 7 et ultima *Logarithmorum*[2], certo consilio typis committere noluit, donec quodnam esset eorum qui in hoc doctrina genere versati sunt de hoc canone iudicium ac censura exploratum habuisset. Mihi vero post ipsius ex hac vita commigrationem certis tecmeriis constat mathematicorum peritissimos nouum hoc inuentum plurimi facere et nihil iis gratius accidere posse, quam si mirifici huius canonis constructio, aut ea saltem quae ipsi aliquid lucis afferre possint, publicae utilitatis gratia in lucem prodeant. Quamuis igitur mihi probe perspectum sit ipsum authorem huic opusculo extremam manum non imposuisse, feci tamen quantum in me fuit ut horum honestissimo desiderio satisfieret eorumque studiis praesertim qui imbecilliores sunt et in ipso limine haerere solent hac in parte consuleretur. Nec dubito quin hoc opus posthumum multo perfectius ac elimatius in lucem prodiisset, si ipsi authori patri charissimo – in quo ex optimorum hominum sententia inter alia praeclara hoc eximii eminebat: res difficillimas methodo certa et facili quam paucissimis expedire – Deus longiorem vitae usuram concessisset.

Habes igitur, Lector benevole, in hoc libello doctrinam constructionis logarithmorum (quos hic numeros artificiales appellat: hunc enim tractatum ante inventam logarithmorum vocem apud se per aliquot annos conscriptum habuerat) copiosissime explicatam, in qua eorum natura, symptomata ac variae ad naturales eorum numeros habitudines perspicue demonstrantur. Visum est etiam ipsi syntaxi subnectere appendicem quandam de alia logarithmorum specie multo praestantiore condenda, cuius ipse inuentor in epistola *Rabdologiae* sua praefixa meminit et in qua logarithmus unitatis est 0. Hanc loco ultimo ultimus eius labor excipit ad ulteriorem trigonometriae suae logarithmicae perfectionem spectans: nempe propositiones quaedam eminentissimae in triangulis sphaericis non quadrantalibus resoluendis absque eorum in quadrantalia aut rectangula diuisione et absque casuum obseruatione; quas quidem propositiones in ordinem redigere et ordine demonstrare statuerat, nisi nobis morte praepropera praereptus fuisset. Lucubrationes etiam aliquot mathematici excellentissimi D. Henrici Briggii, publici apud Londinenses professoris, in memoratas propositiones et novam hanc logarithmorum speciem typis mandari curavimus, qui noui huius canonis supputandi laborem gravissimum, pro singulari amicitia quam illi cum patre meo L. M. intercessit, animo libentissimo in se suscepit, creandi methodo et usuum explanatione inuentori relictis. Nunc autem

2. Vd. *Logarithmorum canonis descriptio eiusque usus in utraque trigonometria ut etiam in omni logistica mathematica amplissimi, facillimi et expeditissimi explicatio*, authore ac inventore I. Nepero, Edinburgi, ex officina Andreae Hart, MDCXIV, pp. 7 e 57.

ipso ex hac vita evocato, totius negotii onus doctissimi Briggii humeris incumbere et sparta haec ornanda illi sorte quadam obtigisse videtur. Hisce interim, Lector, laboribus quibuscunque fruere et pro humanitate tua boni consulito.

Vale.

La prima pagina costituisce un esempio di testo programmatico, in cui sono presenti le tecniche e le strutture narratologiche: destinatario (*Lector philomathes*), contenuto (*doctrinam constructionis logarithmorum*), finalità (*publicae utilitatis gratia*), appello al lettore (*Lector benevole*). Ritroviamo ancora nel testo formule di saluto dallo stile epistolare romano (*s.*, *Vale*) nonché esempi di strutture grammaticali e sintattiche particolari (*multo praestantiore*, *plurimi facere*), proposizioni dubitative (*dubito quin*), *videor* impersonale, *fruor* con ablativo. Sarà inoltre opportuno soffermarsi sul vocabolo *humanitas*, ricco di spunti di riflessione in ambito filosofico e letterario.

Dopo il lavoro di scomposizione si procederà con il lavoro di ricomposizione/traduzione dei passi scelti sui quali il docente di matematica lavorerà con gli studenti.

IV. Esplorando l'opera con gli occhi della matematica

Attraverso la traduzione della prima proposizione dell'opera si mostrerà come, alcune volte, le informazioni presenti in rete sono errate: in qualche sito si legge che Nepero giunse al suo sistema di logaritmi attraverso la determinazione dell'interesse composto continuo, ma già dalle prime righe del libro è evidente l'intenzione dell'autore a semplificare e svolgere calcoli astronomici:

Mirifici logarrithmorum canonis constructio (qui et tabula artificialis ab authore deinceps appellatur) corumque ad naturales ipforum numeros habitudines

Positio prima

Tabula artificialis est minima tabula cuius opera facillimo computu omnium geometricarum dimensionum motuumque sublimium habetur notitia.

Haec merite minima dicitur, quia tabulam sinuum volumine non exsuperat; facillima, quia per eam omnes multiiplicationes, divisiones extractionesque radicum graviores evitantur: solis enim et perpaucis facillimisque additionibus, substractionibus et bipartitionibus omnes generaliter figuras motusque metitur.

Haec e numeris proportione continua progredientibus excerpitur

(Costruzione della meravigliosa tavola dei logaritmi, ovvero della tavola artificiale, come l'autore la chiama qui di seguito, e loro relazioni con i corrispondenti numeri naturali

Proposizione prima

Tavola artificiale è la designazione di una tavola molto piccola che permette di ottenere, mediante calcoli semplicissimi, la conoscenza di tutte le grandezze geometriche e moti nello spazio celeste[3].

Si può ritenere a ragione molto piccola perché non supera la dimensione di una tavola dei seni, molto conveniente per semplificare i calcoli in quanto permette di evitare le moltiplicazioni, le divisioni e le piú difficili estrazioni di radice. Infatti, con solo pochissime e facilissime addizioni, sottrazioni e divisioni per due si possono calcolare le grandezze geometriche ed i moti.

Essa si ottiene da numeri in progressione ed aventi fra loro sempre la stessa ragione).

Subito dopo l'autore descrive le progressioni aritmetiche e illustra il metodo impiegato nel calcolo dei logaritmi per la compilazione delle tavole. Nelle proposizioni successive espone un nuovo modo di produrre i logaritmi dei numeri composti a partire da quelli dei loro fattori primi, utilizzando le proprietà secondo la moderna definizione, ma senza i concetti di base ed esponente come viene studiato attualmente. Quello che piú stupirà è che Nepero si limita a raccontare, in lingua latina, i passaggi, senza un formalismo rigoroso algebrico.

Inizialmente ci si occuperà di argomenti di matematica già noti ai ragazzi, per renderli consapevoli del fatto che, tale disciplina, non è sempre stata studiata come lo facciamo oggi. Il linguaggio matematico non è semplicemente un modo per comunicare certe idee, ma è esso stesso il luogo in cui risiedono determinate idee. Il linguaggio incorpora in sé progressi, idee, giudizi, astrazioni frutto di una lunga storia. Ad esempio, quando certi problemi formulati nel linguaggio quotidiano vengono formalizzati con una semplice equazione, ci appaiono banali, mostrano da sé la strada per la propria soluzione. In realtà il problema non può essere considerato banale di per sé; piuttosto, si può dire che in quel caso il linguaggio si sia fatto carico della maggior parte del lavoro necessario a risolvere il problema. È uno dei frutti di 2500 anni di storia e di tradizione matematica. Il linguaggio ricapitola i progressi concettuali di tutta una storia, e ci fa vedere le cose 'dalle spalle dei giganti'.

Durante la traduzione gli alunni scopriranno nuove notazioni per i numeri decimali e riusciranno a determinare il valore dei logaritmi senza l'u-

3. Chiara allusione ai logaritmi delle funzioni trigonometriche, atti a rendere piú spediti i calcoli dell'astronomia.

tilizzo diretto della calcolatrice, ma attraverso successioni di medie geometriche e aritmetiche. In questo modo avremo un primo approccio interdisciplinare nel quale sarà evidente come argomenti affrontati in matematica possano essere applicati nello studio della struttura di parole latine al fine di ottenere una comprensione del testo che dia un senso immediato e comprensibile del brano in esame.

Appendix

Alias modus facile creandi logarithmos numerorum compositorum ex datis logarithmis suorum primorum

Si duo numeri datorum logarithmorum invicem multiplicati componunt tertium, eorum logarithmorum aggregatum erit tertii logarithmus.

Item si numerus per numerum divisus producit tertium, e primi logarithmo secundi subtractus relinquit tertii logarithmum.

Si ex numero in se quadrate, cubice, supersolide, etc. ducto producitur alter quivis, ex primi logarithmo duplato, triplato aut quintuplato producitur illius alterius logarithmus.

Item si ex dato per extractionem quadratam, cubicam, supersolidam, etc. extrahatur radix datique logarithmus bisecetur, trisecetur aut per quinque secetur, producetur logarithmus eiusdem radicis

(Altra maniera di produrre in modo semplice i logaritmi dei numeri composti dai logaritmi dati dei loro fattori primi

Se due numeri di assegnati logaritmi, moltiplicati fra loro ne danno un terzo, la somma dei loro logaritmi sarà il logaritmo del terzo.

Analogamente, se un numero diviso da un altro numero ne produce un terzo, la sottrazione dal logaritmo del primo di quello del secondo fornisce il logaritmo del terzo.

Se da un numero, moltiplicato per sé stesso, al quadrato, al cubo, alla quinta, ecc. se ne produce un altro qualsiasi, il suo logaritmo si ottiene dal logaritmo del primo duplicato, triplicato o quintuplicato.

Analogamente, se di un dato numero si estrae la radice quadrata, cubica, quinta, ecc., si avrà il logaritmo di questa radice dividendo il logaritmo del dato numero per due, per tre o per cinque).

$$\log a + \log b = \log (a \cdot b)$$
$$\log a - \mathrm{lob}\, b = \log (a/b)$$
$$c \cdot \log b = \log b^c$$
$$\log \sqrt[n]{b} = \frac{\log b}{n}$$

Denique quicunqne numerus vulgaris ex vulgaribus componitur per multiplicationem, divisionem aut extractionem, eius logarithmus componitur respective per additionem, subtractionem, duplationem seu triplationem, etc. suorum logarithmorum. Unde sola difficultas est in numerorum primorum logarithmis inveniendis qui hac fequenti arte generali inueniuntur. Ad omnes logarithmos inueniendos oportet duorum aliquorum vulgarium numerorum logarithmos dari, aut saltem assumi pro fundamento operis, ut in superiore prima constructione, 0 seu cyphra asumebatur pro logarithmo vulgaris unitatis et 10000000000 pro logarithmo denarii seu 10. His itaque datis, queratur quinarii, qui primus numerus est, logarithmus hoc modo

(Ora, qualunque numero comune può derivare da altri numeri comuni composti mediante moltiplicazione, divisione o estrazione di radice; il suo logaritmo è composto rispettivamente mediante addizione, sottrazione, duplicazione o triplicazione dei logaritmi degli operandi. Ne segue che la difficoltà di ottenerli consiste unicamente nella determinazione dei logaritmi di due qualunque numeri comuni, assumendo magari a fondamento del sistema, come avvenuto nel precedente paragrafo, 0 cioè lo zero come logaritmo dell'unità comune, e 10 come logaritmo di 10000000000. Stabiliti questi, si cerchi il logaritmo di cinque, primo numero, come segue).

Assume le seguenti:

1) $\log 1 = 0$
2) $\log 10000000000 = 10$

che permettono di arrivare alla moderna definizione di logaritmo.

Inter 10 et 1 quaeratur medium proportionale, quod est $\frac{316227766017}{100000000000}$. Sic inter 10000000000 et 0 quaeratur medium arithmeticum, quod est 5000000000. Deinde inter 10 et $\frac{316227766017}{100000000000}$ capiatur medium geometricum, quod est $\frac{562341325191}{100000000000}$. Et similiter inter 5000000000 et 0 capiatur medium arithmeticum, quod est 7500000000

(Fra 10 e 1 si cerchi il medio proporzionale che è $\frac{316227766017}{100000000000}$[4]. Cosí, fra 10000000000 e 0 si cerchi il medio aritmetico che è 5000000000. Successivamente fra 10 e $\frac{316227766017}{100000000000}$ si prenda il medio geometrico che è $\frac{562341325191}{100000000000}$ e, analogamente, tra 10000000000 e 5000000000 si prenda il medio aritmetico che è 7500000000).

4. Utilizzo di frazioni decimali. L'invenzione del punto decimale viene spesso attribuita a Nepero.

Dalla proporzione continua: $10 : x = x : 1$ troviamo il medio proporzionale: $x = 3.16227766017$. Il calcolo viene effettuato secondo la notazione attuale.

Cerchiamo poi la media aritmetica tra 0 e 1 che è 0.5 e geometrica tra 10 e $\sqrt{10}$, che è 5.62341325191.

Infine con il calcolo della media aritmetica tra 0.5 e 1 otteniamo 0.75 che è il valore del log 5.62341325191.

L'autore qui si ferma, ma possiamo procedere secondo lo stesso metodo. Si trova il medio proporzionale di 5.62341325191 e poi la media geometrica tra il valore e il suo medio proporzionale che è 8.659643234. Si fa la media aritmetica al modo seguente:

$$\frac{(0.75 + 1)}{2} = 0.875$$

$$\frac{(0.85 + 1)}{2} = 0.9375$$

che corrisponde a *log* 8.659643234. In questo modo si arriva fino al medio geometrico di 5, cui corrisponde il valore 0.6989700043 che è il logaritmo cercato.

L'intento e dunque arrivare al logaritmo di 10 usando la proprietà della somma di logaritmi:

$$\log 5 + \log 2 = \log 10$$

Il calcolo del logaritmo di 2 sarà mostrato allo stesso modo con cui è stato effettuato quello per il 5.

Infine l'attività di risoluzione di problemi – non solo matematici – verrà affrontata con l'analisi di alcune proposizioni e sarà di particolare importanza perché direttamente legata allo sviluppo di una pluralità di processi cognitivi. Secondo Mayer la risoluzione dei problemi prevede due fasi: a) codifica del problema, con la traduzione e comprensione; b) ricerca della soluzione, con pianificazione e calcolo. Ciascuna di queste fasi coinvolge numerosi processi cognitivi. Nella fase di traduzione questi coinvolgono una conoscenza di tipo linguistico e semantico, la quale consente di attribuire il giusto significato prima alle singole parole e poi alle singole frasi. Nella comprensione viene coinvolta una conoscenza di tipo schematico, che consente di integrare in maniera coerente le singole informazioni acquisite nella fase precedente. Nella pianificazione viene coinvolta una conoscenza di tipo strategico, allo scopo di stabilire un piano di soluzione e monitorarne l'applicazione. Infine nel calcolo viene utilizzata una conoscenza di tipo algoritmico, che consente di applicare procedure opportune per giungere alla soluzione.

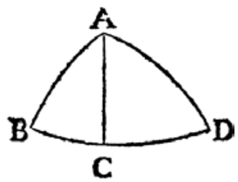
Lo scopo è quello di orientare gli allievi verso una lettura selettiva del testo alla ricerca di dati numerici e di parole chiave o espressioni verbali che suggeriscano come combinarli alle conoscenze pregresse per costruire i nuovi concetti. Occorre stimolare la capacità di formulare, impiegare e interpretare la matematica in una varietà di contesti, formulare ragionamenti matematici con l'utilizzo di concetti, procedure, fatti e strumenti per descrivere, spiegare e prevedere i fenomeni. Tutto questo aiuterà gli alunni a sviluppare un pensiero critico che permetterà loro di prendere decisioni necessarie a cittadini costruttivi, impegnati e riflessivi.

Propositiones quaedam eminentissimae
ad triangula sphaerica mira facilitate resolvenda

Proposizione 3

Datis latere AB et angulis D et B, latus AB investigare.

Duc sinum AD in sinum D, productum divide per sinum B e proveniet sinus AB.

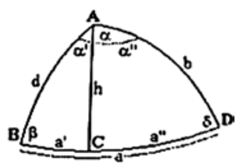


(Dati il lato AD e gli angoli D e B, cercare il lato AB.

Moltiplica il seno di AD per il seno di D, dividi il prodotto per il seno di B e ne deriverà il seno di AB).

Formalizzazione matematica

Per comprendere il significato utilizziamo il triangolo sferico, in fig. 1, estratto dalla sfera goniometrica. Usiamo le notazioni: $\overset{\frown}{BD} = a$, $\overset{\frown}{AD} = b$, $\overset{\frown}{AB} = d$, $\overset{\frown}{AC} = h$, $\overset{\frown}{BC} = a'$, $\overset{\frown}{CD} = a''$, $B\hat{A}D = \alpha$, $A\hat{B}D = \beta$, $A\hat{D}B = \delta$, $B\hat{A}C = \alpha'$, $C\hat{A}D = \alpha''$.



1. Triangolo sferico

$$\sin d = \frac{\sin b}{\sin \beta} \cdot \sin \delta$$

Commenti

La soluzione della prop. 3 è diretta conseguenza del teorema dei seni per triangoli sferici. È attraverso la traduzione che gli alunni scopriranno il nuovo enunciato, in analogia con quanto è già noto nella trigonometria piana. Dopo aver effettuato la dimostrazione, si passa ad enunciare il teorema del coseno facendo sempre il paragone con il teorema di Carnot per la trigonometria piana.

Proposizione 4

Datis latere AD et angulis D et B, latis BD acquirere.

Duc sinum totum in sunum complementi D et divide per tangentem complementi AD et fiet tangens CD arcus; deinde duc sinum CD per tangentem D et divide productum per tangentem anguli B et fit sinus BC; adde aut substrahe BC et CD et fit BD

(Dati il lato AD e gli angoli D e B, acquisire il lato BD.

Moltiplica il seno massimo per il coseno di D e dividi per la cotangente di AD, ottenendo la tangente dell'arco CD. Moltiplica poi il seno di CD per la tangente di D e dividi il prodotto per la tangente dell'angolo B, ottenendo il seno di BC. Somma o sottrai BC e CD per avere infine BD).

Formalizzazione matematica

Prendendo in considerazione il triangolo sferico rettangolo ACD (fig. 1), attraverso la regola dei tre elementi di Nepero (fig. 2) otteniamo:

$$\cos \delta = \cot b \cdot \cot (90° - a'')$$

ovvero:

$$\cos \delta = \cot b \cdot \tan a'',$$

da cui segue:

$$\tan a'' = \frac{\cos \delta}{\cot b}.$$

Successivamente prendiamo in considerazione il triangolo rettangolo ACB. Ricaviamo tan *h* sia dal triangolo ACD che dal triangolo ACB:

$$\cos (90° - a'') = \cot \delta \cdot \tan h,$$

da cui segue:

$$(1)\ \tan h = \frac{\sin a''}{\cot \delta}.$$

Allo stesso modo, dal triangolo ACB:

$$(2)\ \cos (90° - a') = \cot (90° - h) \cot (\beta),$$
$$\sin a' = \tan h \cdot \cot \beta.$$

Mettendo insieme la (1) e la (2) otteniamo:

$$\sin a' = \frac{\sin a'' \cdot \cot \beta}{\cot \delta}$$

ovvero:

$$\sin \alpha' = \frac{\sin a'' \cdot \tan \delta}{\tan \beta}.$$

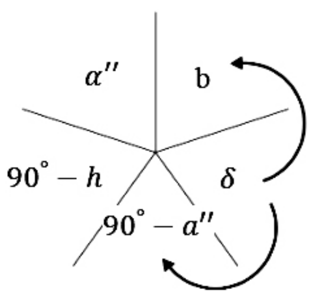
Infine basta sommare per trovare il lato BD.

Commenti

La risoluzione di un triangolo sferico rettangolo è basata su alcuni teoremi riguardanti un tale triangolo.

La regola che li sintetizza tutti è nota come regola di Nepero, che prevede la costruzione di cinque settori a stella (fig. 2) all'interno dei quali si dispongono in senso orario o antiorario gli elementi del triangolo rettangolo, escludendo l'angolo di 90°. In figura 2 sono stati posti in senso orario. Bisogna però mettere al posto dei cateti i loro complementi.

La regola è la seguente: *il coseno di uno dei cinque elementi è uguale al prodotto delle cotangenti degli elementi adiacenti oppure al prodotto dei seni degli elementi piú lontani.*



2. Regola di Nepero

Proposizione 5

Datis latere AD et angulis D et B, angulum A invenire.

Duc sinum totum in sinum complementi AD et divide per tangentem complementi D anguli et proveniet tangens complementi CAD et sic habetur ipse CAD angulus. Similiter duc sinum complementi B anguli per sinum CAD et divide per sinum complementi D et sic fit sinus anguli BAC; quo addito vel substracto ex CAD proveniet BAD quaesitus

(Dati il lato AD e gli angoli D e B, trovare l'angolo A.

Moltiplica il seno massimo per il coseno di AD, dividi per la cotangente dell'angolo D e ne deriverà la cotangente di CAD, ottenendo quindi cosí l'angolo CAD. Analogamente, moltiplica il coseno dell'angolo B per il seno di CAD e dividi per il coseno di D, ottenendo il seno dell'angolo BAC che, aggiunto o sottratto da CAD, fornisce l'angolo BAD cercato).

Formalizzazione matematica

Usando la regola per il triangolo CAD:

$$\cos b = \cot \delta \cdot \cot a'',$$

segue:

$$\cot \alpha'' = \frac{\cos b}{\cot \delta}.$$

Cosí è noto l'angolo a''. Ricaviamo poi dai due triangoli cos h

$$\cos \delta = \sin a'' \cdot \text{ain}\,(90° - h),$$

da cui:

$$(3)\quad \cos \delta = \sin a'' \cdot \cos h,$$
$$\cos \beta = \sin\,(90° - h) \cdot \sin a',$$

da cui:

$$(4)\quad \cos \beta = \cos h \cdot \sin a'.$$

Unendo (3) con (4):

$$\sin \alpha' = \frac{\cos \beta}{\cot \delta} \cdot \sin \alpha''.$$

Sommando a´´ ad a´ otteniamo l'angolo a.

Commenti

Nella prop. 5 si procede sempre con la regola dei tre elementi spiegata precedentemente.

Proposizione 8

Datis AD et anfulo D et latere AB, angulum B invenire.

Duc sinum AD in sinum D et productum divide per sinum AB et producitur sinus anguli B

(Dati AD con l'angolo D ed il lato AB, trovare l'angolo B.

Moltiplica il seno di AD per il seno di D e dividi il prodotto per il seno di AB, cosí generando il seno dell'angolo B).

Formalizzazione matematica:

$$\sin \beta = \frac{b \cdot \sin \delta}{d}.$$

Commenti

Applicazione del teorema del seno.

V. Conclusioni

Il lavoro descritto invita a porre l'attenzione su alcuni punti fermi. Anzitutto una buona formazione al *problem solving* non può che essere interdisciplinare: un lavoro sulla comprensione del testo matematico non può prescindere da un lavoro piú ampio sulla comprensione del testo in generale, da svolgere con i colleghi di altre discipline, e con benefici e ricadute su tutte le discipline. L'obiettivo finale deve essere quello di sviluppare un *habitus* di lettura approfondita e non superficiale dei problemi con cui gli allievi si confrontano, in ambito scolastico ed extra-scolastico. Sia per il latino che per la matematica, una buona comprensione è il prerequisito per una buona rappresentazione. Alla comprensione segue la capacità di combinare i diversi concetti studiati con opportune strategie. Infine occorre saper spiegare a sé e agli altri il concetto costruito e la strategia seguita, occorre saper far uso sapiente delle trasformazioni semiotiche che permettono di passare da una rappresentazione all'altra. Dunque si cerca di sviluppare negli allievi l'utilizzo di strategie metacognitive per la comprensione dei testi, che li rendano via via piú autonomi nell'affrontare i problemi che la vita, non solo la scuola, pone loro. Un intervento efficace passa attraverso la costruzione di sinergie tra tutti gli attori coinvolti (dirigenti scolastici, insegnanti di tutte le discipline, allievi, genitori) e la volontà di procedere tutti nella stessa direzione, senza farsi abbagliare da soluzioni facili quanto effimere. In proposito risulta significativo un passo di Leonardo Sciascia (*La scomparsa di Majorana*):

C'è poi da combattere in questo senso, un alibi o una cretineria venuta fuori nei nostri anni: quella delle due culture. Il dramma delle due culture separate, della due culture da unificare: la cultura umanistica e la cultura scientifica. La scienza si è arrogantemente separata dall'umanesimo, dall'umanità, dalla vita morale: questo sí.

Ma appunto in ciò si è negata come cultura. Esiste una sola cultura: ed è quella che ama l'uomo.

Luciana Sanguigni - Antonella Raso
Liceo Leonardo da Vinci, Terracina

*

La proposta didattica prende avvio dalla lettura, analisi e traduzione della *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, un'opera scritta da Nepero e pubblicata postuma nel 1619, che, insieme alla *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, ha assicurato allo studioso un posto di prima grandezza nella storia della matematica. Il lavoro si articola in una unità di apprendimento laboratoriale interdisciplinare di matematica e latino indirizzata ad una classe quarta di un liceo scientifico con lo scopo di destare *in primis* la *curiositas* negli alunni attraverso la scoperta inaspettata del legame tra le due discipline.

The didactic proposal begins with the reading, analysis, and translation of Mirifici logarithmorum canonis constructio*, a work written by Napier and posthumously published in 1619, which, together with* Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, secured the author a prominent place in the history of mathematics. The approach unfolds within an interdisciplinary laboratory learning unit combining mathematics and Latin, aimed at a fourth-year class of a scientific high school, primarily seeking to spark curiosity in students through the unexpected discovery of the connection between the two disciplines.*

GALILEO E IL LATINO: ESEMPI RETORICI E LESSICALI DAL *SIDEREUS NUNCIUS**

Il presente intervento vuole offrire qualche spunto di interesse per il rinnovamento del curricolo di italiano e latino nel quarto anno dei licei: il *Sidereus nuncius* (1610)[1], la prima opera importante di Galileo e la sua unica di rilievo scritta in latino, presenta infatti molti elementi affascinanti, sia dal punto di vista linguistico che da quello dell'efficacia comunicativa. Leggendone e analizzandone alcune parti, gli studenti potranno entrare nel vivo di una vicenda che ha segnato la storia della scienza[2].

Nel 1604 appare nella costellazione del Serpentario una nuova stella, una supernova alla fine della sua esistenza: tale improvvisa apparizione, visibilissima a occhio nudo, rende evidente a tutti che lo spazio siderale non è immutabile ma soggetto ad alterazioni, al contrario di quanto sosteneva Aristotele. I piú importanti scienziati europei si mobilitano: Johannes Keplero, da poco (1601) successore di Tycho Brahe nella cattedra di matematico imperiale a Praga, pubblica nel 1606 un libro di osservazioni (*De stella nova in pede serpentarii*).

A fine settembre 1608 Hans Lipperhey, fabbricante di occhiali olandese, si reca all'Aia a presentare al conte Maurizio di Nassau uno strumento da lui costruito, che serve a vedere lontano. Francesco Castrino, ugonotto france-

* Dedico questo lavoro, con riconoscenza, a mio padre Franco, che mi ha insegnato la grandezza di Galileo scienziato e umanista.

1. L'edizione nazionale delle *Opere* di Galileo, a cura di Antonio Favaro (20 voll, Firenze 1890-1909), da cui si cita, è disponibile in rete nella ristampa 1929-1939: https://galileoteca.museogalileo.it/GTConsult/index.xhtml (ultimo accesso 4/06/2024). Il *Sidereus nuncius*, con il facsimile degli appunti di Galileo e le opere scritte da ammiratori e detrattori, si trova nei voll. III 1 e 2; rilevanti anche i voll. X e XI con il carteggio coevo. Commento di riferimento è quello di Andrea Battistini (*G. Galilei. Sidereus nuncius*, a cura di A. Battistini, traduzione di M. Timpanaro Cardini, Venezia 1993); importante *Galilée. Le messager celeste*, Texte, traduction et notes établis par I. Pantin, Paris 1992; utili anche *G. Galilei. Sidereus nuncius*, a cura di F. Marcacci, traduzione di P.A. Giustini, Città del Vaticano 2009; *G. Galilei. Sidereus nuncius*, a cura di P.A. Rossi, Milano 2020.

2. Per un quadro generale dell'epoca e della vicenda di Galileo, essenziali sono V. Ronchi, *Il cannocchiale di Galileo e la scienza del Seicento*, Torino 1958^2; L. Geymonat, *Galileo Galilei*, Torino 1969^2; M. Camerota, *Cronologia galileiana 1564-1642*, Firenze 2003; Id., *Galileo Galilei e la cultura scientifica nell'età della Controriforma*, Roma 2004; E. Festa, *Galileo. La lotta per la scienza*, Bari 2007; M. Bucciantini, *Galileo e Keplero*, Torino 2003; M. Bucciantini-M. Camerota-F. Giudice, *Il telescopio di Galileo. Una storia europea*, Torino 2012.

se, ne informa subito Paolo Sarpi[3], con cui è in corrispondenza, ma Sarpi gli risponde di averlo già saputo un mese prima[4]. Le voci corrono.

La scoperta di un occhiale che ingrandisce gli oggetti lontani mette in fibrillazione l'Europa: sia le corti (che pensano a uno strumento utile per la guerra) sia gli scienziati. Da Roma, Federico Cesi, fondatore dell'Accademia dei Lincei, scrive a Napoli a Giovan Battista Della Porta[5], ma la risposta (28 agosto 1609) è quasi indifferente: «Del secreto dell'occhiale l'ho visto, et è una coglionaria, et è presa dal mio libro 9 *De refractione*»[6].

Galileo è il primo a comprendere quali conseguenze potrà avere il nuovo strumento per l'astronomia, e, approfittando delle competenze tecniche dell'Arsenale e delle vetrerie della Serenissima, costruisce 'occhiali' sempre piú perfezionati: nell'agosto 1609 dispone di uno strumento che arriva a 9 ingrandimenti[7]; il 7 gennaio 1610 arriva a 20[8], ed è fiducioso di poter facilmente arrivare a 30 ingrandimenti, anzi, lo afferma decisamente[9], anche se la questione è controversa[10].

Le osservazioni del cielo notturno compiute per quasi due mesi assumono una rilevanza enorme a partire dal 7 gennaio 1610, quando Galileo afferma di avere visto la luna «aspra et ineguale» e «tre stelle fisse, totalmente invisibili per la lor picciolezza» vicino a Giove[11]; l'11 gennaio si convince che

3. L'importanza per Galileo dell'amicizia con Paolo Sarpi, e l'irreparabilità della rottura tra i due dopo il trasferimento a Firenze dello scienziato, meriterebbero ben altra trattazione. Per una sintesi chiara e appassionata G. Cozzi, *Paolo Sarpi tra Venezia e l'Europa*, Torino 1979, pp. 135-234.

4. Paolo Sarpi, *Lettere ai protestanti*, Prima edizione critica a cura di M.D. Busnelli, II, Bari 1931, p. 15 (9 dicembre 1608).

5. Della Porta nel *De refractione optices* del 1593 aveva proposto la costruzione di una 'camera oscura', che combinava una lente convessa e uno specchio concavo, e che permetteva di proiettare immagini dritte e ingrandite, ma non aveva mai pensato a uno strumento per vedere oggetti lontani.

6. Galilei, *Opere*, X, p. 252.

7. Galileo lo presenta il 21 agosto in una pubblica dimostrazione al Doge e ai suoi dignitari dal campanile di san Marco; poco dopo gli viene offerta la cattedra di matematico a vita presso lo Studio di Padova con lo stipendio raddoppiato (Pantin, *Le messager celeste* cit., p. xx).

8. Cf. Galilei, *Opere*, X, pp. 273-78: 273, nella lettera ad Antonio de' Medici che costituisce una specie di anticipazione, in italiano, del contenuto del *Sidereus nuncius*; cf. F.R. Berno, *Appunti sul latino di Galileo Galilei*, «Atti e mem. Accademia Galileiana» mem. cl. scienze mor. lett. arti 119, 2006-2007, pp. 15-37, spec. 34 e 36 sg.

9. Galilei, *Opere*, III 1, p. 59, 17-19, cit. *infra*, p. 233 sg., testo 2.

10. Cf. Battistini, *Sidereus nuncius* cit., p. 188 n. 61; Pantin, *Le messager celeste* cit., p. 57 n. 6.

11. Dalla lettera cit., *Opere*, X, pp. 273 e 277; la quarta stella appare il 13 gennaio (cf. *Opere*, III 2, p. 427: si tratta del facsimile degli appunti presi in diretta dallo scienziato). La questione del motivo per cui eventuali nuove stelle fisse, scoperte con il telescopio, fossero prima invi-

si tratta di satelliti (per la prima volta oltre il sistema Terra-Luna)[12], e quindi di una prima prova tangibile del sistema copernicano[13].

Nel giro di poche notti, a gennaio, non solo aumentano le scoperte, ma avviene qualcosa di molto interessante: se dal 7 al 15 tutti gli appunti che Galileo prende sono in lingua volgare, dalla sera del 15 passano al latino[14]. È come se lo scienziato avesse già in mente il libro che di lí a poco avrebbe scritto di getto. Nella nostra riflessione si tratta di un punto nodale: una volta compreso il peso straordinario delle sue scoperte, Galileo vuole diffonderle e renderle note nella lingua scientifica dell'Europa.

Il 13 febbraio Galileo scrive a Belisario Vinta, Segretario di Stato del Granducato mediceo, esprimendogli la sua intenzione di dedicare al Granduca Cosimo II i satelliti di Giove, con il nome di *Cosmica* o *Medicea sidera*[15]. Galileo medita infatti di trasferirsi dalla Repubblica di Venezia a Firenze, e questo provoca dispiaceri e malumori negli ambienti che da sempre lo hanno sostenuto e protetto: di qui il raffreddamento dell'amicizia con Paolo Sarpi; di qui la bellissima preoccupata lettera di Gian Francesco Sagredo, futuro protagonista del *Dialogo*[16]. Perché lasciare la libertà garantitagli dalla Serenissima? In realtà Venezia, poco dopo l'Interdetto (1606-1607), è una 'sorvegliata speciale', e Galileo è ambizioso, vuole dominare la scienza europea comunicando alla pari con tutti gli interlocutori piú importanti nel campo della matematica e dell'astronomia (*in primis* Keplero): e grazie alla protezione del cattolicissimo Granduca potrà puntare a Roma (di questo periodo infatti è l'intensificazione dei contatti epistolari con Cristoforo Clavio, capo dei matematici del Collegio Romano)[17] e all'Europa intera.

Il 13 marzo 1610 esce in 550 copie a Venezia, presso il tipografo Tommaso Baglioni, il *Sidereus nuncius*. Pochi giorni dopo, e lo ripeterà piú volte anche

sibili a occhio nudo (cioè per la loro piccolezza o per la loro distanza) apre un complesso ordine di problemi: cf. O. Longo, *Scritti su Galileo e il suo tempo*, Padova 2004, pp. 17-33.

12. Galilei, *Opere*, III 2, p. 427: «dal che appare intorno a Giove esser 3 altre stelle erranti invisibili ad ogn'uno sino a questo tempo».

13. Il *De revolutionibus orbium coelestium* di Copernico aveva aperto la strada, nel 1543, alla lenta affermazione di un nuovo modello di scienza, ma era rimasto un modello matematico astratto, non dimostrato per via sperimentale.

14. Galilei, *Opere*, III 2, pp. 428 sgg.

15. *Ibid.*, X, pp. 282-84; già il 30 gennaio (*ibid.*, X, pp. 280 sg.) aveva annunciato il libro allo stesso Vinta, che, nella risposta del 20 febbraio (*ibid.*, X, pp. 284 sg.), orienterà Galileo su *Medicea sidera* per rendere piú esplicito l'omaggio alla famiglia granducale.

16. *Ibid.* XI, pp. 170-72.

17. Sull'eco suscitata nel Collegio Romano dalla pubblicazione del *Sidereus nuncius* cf. I. Pantin, *Galilée, la Lune et les Jesuites*, «Galilaeana» 2, 2005, pp. 19-42; Festa, *op. cit.*, pp. 96-109.

in seguito, Galileo annuncia di volerne fare una nuova edizione in lingua volgare, con l'aggiunta delle altre scoperte che continuerà a fare nel corso dell'anno, ma non manterrà tale promessa[18].

Quattro sono le scoperte annunciate dal *Sidereus nuncius*[19]: sono visibili sulla Luna avvallamenti, alte montagne, crateri; puntando alla zona delle stelle fisse appaiono moltissimi corpi celesti mai individuati prima; galassie e nebulose sono agglomerati di stelle; intorno a Giove orbitano quattro pianetini, che riproducono il sistema Terra-Luna.

Non è questa la sede per esaminare l'eco straordinaria che la pubblicazione del *Sidereus nuncius* ha suscitato in Europa, e non solo da parte di ammiratori[20]. Già ad aprile, infatti, Galileo è avvisato che qualcuno dice e scrive in giro che le sue scoperte sono una truffa, e quello che lui ha creduto di vedere è frutto di impurità della lente. Due attacchi si segnalano per veemenza e assurdità: la *Brevissima peregrinatio contra Nuncium sidereum* di Martin Horky (1610), un oscuro avventuriero che cercava il favore di Keplero (ma ne suscitò invece la collera)[21], e la *Dianoia astronomica* di Francesco Sizzi (1611).

Finalmente Keplero, il cui parere Galileo attende con ansia, pubblica a Praga, all'inizio di maggio, la *Dissertatio cum Nuncio sidereo* e poi, nell'ottobre dello stesso 1610, esponendo le sue esplorazioni celesti, la *Narratio de observatis a se quattuor Iovis satellitibus*[22]. Il matematico imperiale difende con curio-

18. A Belisario Vinta il 19 marzo 1610: «Questa [*scil.* la nuova edizione] credo che bisognerà farla toscana» (*Opere*, X, p. 299). Vincenzo Viviani abbozzerà una traduzione italiana, mai pubblicata; nel 1681 esce la prima traduzione moderna, in francese, a opera di Alexandre Tinelis. La prima traduzione italiana completa si deve a Maria Timpanaro Cardini (1948!).

19. Il titolo, ambiguo, non deve essere tradotto 'messaggero', bensí 'annuncio, avviso'; cf. la lettera di Galileo al granduca Cosimo del 19 marzo 1610 (X, p. 297): «Mando all'Altezza Vostra Ser.ma il mio Avviso Astronomico»; sul problema del titolo cf. Pantin, *Le messager celeste* cit., pp. XXXII-XXXVII.

20. Che lo stesso Galileo si augura; cf. lettera del 19 marzo a Vinta, *Opere*, X, pp. 297-302: «parmi necessario, oltre a le altre circuspezioni, per mantenere et augumentare il grido di questi scoprimenti, il fare che con l'effetto stesso sia veduta et riconosciuta la verità da piú persone che sia possibile» (p. 301). Cf. Bucciantini, *op. cit.*, pp. 163-205; A. Battistini, *La fortuna planetaria di un best seller del Seicento*, «La bibliofilía» 111, 2009, pp. 283-300; Id., *Galileo e i Gesuiti*, Milano 2000, pp. 61-85. Galileo suscita entusiasmi incredibili: è salutato come «nuovo Atlante» e «novello Colombo» in una lettera di Giovanni Battista Manso del 18 marzo 1610 (*Opere*, X, p. 296).

21. Per i rapporti tra Horky e Keplero cf. C. Chevalley, *Kepler et Galilée dans la bataille du Sidereus nuncius (1610-11)*, in *Novità celesti e crisi del sapere. Atti del convegno internazionale di studi galileiani*, a cura di P. Galluzzi, Firenze 1984, pp. 167-75. Horky era anche segretario di Giovanni Antonio Magini, l'astronomo bolognese che aveva mostrato scetticismo per le scoperte di Galileo: cf. Bucciantini-Camerota-Giudice, *op. cit.*, pp. 87-104.

22. È proprio Keplero il primo a chiamare *satellites* i corpi celesti che ruotano intorno a

sità e attenzione le scoperte di Galileo, anche se, a onor del vero, lo rimprovera per l'estrema parsimonia con cui Galileo fa riferimento ad altri studiosi e per l'orgoglio con cui si presenta come scopritore di assolute novità che tali non sempre sono (della natura 'terrestre' della Luna, ricorda Keplero, aveva parlato addirittura Plutarco)[23].

Propongo ora alcuni esempi (quasi tutti tratti dalla parte iniziale del *Sidereus nuncius*) particolarmente adatti a una lettura scolastica dell'operetta. Anche se a prima vista il latino di Galileo appare molto essenziale, quasi spoglio (confrontato sia con la ricchezza, la varietà e l'ironia delle sue opere in italiano sia con la raffinatezza del latino di Keplero), in realtà sono presenti molti elementi degni di nota dal punto di vista lessicale, retorico, della costruzione: la chiarezza cristallina del testo, e la sua leggibilità nel contesto piú ampio possibile degli studiosi e delle persone interessate, sono elementi davvero significativi dell'importanza che per Galileo riveste la costruzione di un sapere condiviso[24].

1 (*Opere*, III 1, p. 59, 7-16)

Magna equidem in hac exigua tractatione singulis de natura speculantibus inspicienda contemplandaque propono. Magna, inquam, tum ob rei ipsius praestantiam, tum ob inauditam per aevum novitatem, tum etiam propter Organum, cuius beneficio eadem sensui nostro obviam sese fecerunt. Magnum sane est, supra numerosam inerrantium Stellarum multitudinem, quae naturali facultate in hunc usque diem conspici potuerunt, alias innumeras superaddere oculisque palam exponere, antehac conspectas nunquam, et quae veteres ac notas plusquam supra decuplam multiplicitatem superent.

Nelle prime parole del trattato (dopo la dedica al Granduca), le grandi (*magna*) scoperte di Galileo sono messe davanti (*propono*) a tutti coloro che os-

Giove, enfatizzando il loro ruolo di 'guardie del corpo' del pianeta: Galileo sembra gradire il suggerimento, perché in una postilla autografa alla *Dianoia* di Francesco Sizzi scrive: «ex quo infertur Iovem necessario satellites habere» (*Opere*, III 1, p. 236). L'ultima opera di Keplero stimolata dal *Sidereus nuncius* sarà, nel 1611, la *Dioptrice*.

23. Galileo in effetti possedeva una copia del *De facie in orbe lunae* di Plutarco nell'edizione latina del 1572: cf. Berno, *art. cit.*, p. 33.

24. Riflessioni sul latino di Galileo in G.B. Pighi, *Il latino di Galileo Galilei*, in *Saggi su Galileo Galilei*, raccolti e pubblicati a cura di C. Maccagni, III 2, Firenze 1972, pp. 541-51; M.L. Altieri Biagi, *Forme dell'ironia e moduli ironici nella scrittura di Galileo*, «Atti e mem. Accad. Galileiana» mem. cl. scienze mor. lett. arti 118, 2005-2006, pp. 3-18; M. Bianchi, *Galileo e il latino. Alcune note*, «Filologie medievali e moderne» 23/19, pp. 49-55.

servano la natura (*singulis de natura speculantibus*) perché sono degne di essere osservate e contemplate (*inspicienda contemplandaque*).

Con il contrasto *magna* [...] *in hac exigua tractatione* l'autore inizia subito a 'giocare' con i suoi lettori, evidenziando l'importanza delle sue scoperte nonostante la brevità e l'agilità del documento che le annuncia. A riprova della cura retorica di Galileo, la prima parola del testo, *magna*, si ripresenta altre due volte all'inizio dei periodi successivi, in anafora con poliptoto.

Speculantibus e *inspicienda*, come piú avanti *conspici*, esprimendo l'entusiasmo dello scopritore, insistono sulla sfera sensoriale della vista (radice *spec-*)[25]; con *contemplanda* si passa dalla visione alla riflessione razionale sull'oggetto della visione, in una prima occorrenza della coppia 'osservazione/riflessione razionale' che tanta importanza riveste per Galileo[26]. *Novitatem* rimarca «la constatazione che quanto si sta per enunciare non è mai stato pronunziato da alcuno, anche perché non proviene dall'*auctoritas* di studiosi precedenti, ma dall'osservazione diretta della natura»[27].

Praestantiam ribadisce il senso 'fisico' dell'importanza di quanto si afferma, già suggerito dall'iniziale *propono*.

Organum è strumento per eccellenza[28], ed è uno dei due modi in cui Galileo, nel testo, chiama il telescopio (per *perspicillum* vd. *infra*, brano 5).

2 (*Opere*, III 1, pp. 59, 17-60, 3)

Pulcherrimum atque visu iucundissimum est, lunare corpus, per sex denas fere terrestres diametros a nobis remotum, tam ex propinquo intueri, ac si per duas tantum easdem dimensiones distaret; adeo ut eiusdem Lunae diameter vicibus quasi terdenis, superficies vero noningentis, solidum autem corpus vicibus proxime viginti septem millibus, maius appareat, quam dum libera tantum oculorum acie spectatur: ex quo deinde sensata certitudine quispiam intelligat, Lunam superficie leni et perpolita nequaquam esse indutam, sed aspera et inaequali; ac, veluti ipsiusmet Telluris facies, ingentibus tumoribus, profundis lacunis atque anfractibus undiquaque confertam existere.

25. Berno, *art. cit.*, pp. 30 sg. n. 50, propone un utilissimo elenco di riferimenti al lessico della visione in tutto il *Sidereus nuncius*. *Speculantibus*: filosofi e matematici (cf. Pantin, *Le messager celeste* cit., p. 49 n. 2). Galileo insiste molto sulla sua natura di filosofo, cosa che ha destato dibattiti vivaci anche nel nostro tempo (si vedano ad es. le varie opere dedicate al pisano da Stillman Drake).

26. Fino alle «sensate esperienze e dimostrazioni necessarie», variamente coniugate nei testi successivi.

27. Battistini, *Sidereus nuncius* cit., p. 186 n. 51.

28. Cf. Plin. *nat.* II 95 (in lode di Ipparco) *adnumerare posteris stellas ac sidera ad nomen expungere, organis excogitatis, per quae singularum loca atque magnitudines signaret.*

Proseguendo nel riassunto delle sue scoperte, Galileo, sempre insistendo sul lessico della visione, innalza il tono: la possibilità di esplorare da vicino il corpo della luna (*lunare corpus*, non attestato, è piú complesso e allusivo del semplice *luna*) è presentata con i due superlativi *pulcherrimum atque visu iucundissimum*: bellissimo e attraente al massimo grado. Pare un lessico amoroso[29].

Attenzione all'ambiguità di *diametros*: *diameter* per Galileo significa indifferentemente 'raggio' (come qui) e 'diametro'[30].

L'amplificazione esponenziale da una misura lineare a un volume (il raggio appare trenta volte piú lungo (*diameter vicibus quasi terdenis*), l'area novecento volte piú ampia (*superficies vero noningentis*), il volume ventisettemila volte piú grande (*solidum autem corpus vicibus proxime viginti septem millibus*), pur ridondante, costituisce una *climax* ascendente che proietta le possibilità offerte dal telescopio verso dimensioni talmente gigantesche da non poter essere neanche immaginate.

3 (*Opere*, III 1, p. 60, 4-9)

Altercationes insuper de Galaxia, seu de Lacteo circulo, substulisse, eiusque essentiam sensui, nedum intellectui, manifestasse, parvi momenti existimandum minime videtur; insuperque substantiam Stellarum, quas Nebulosas hucusque Astronomorum quilibet appellavit, digito demonstrare, longeque aliam esse quam creditum hactenus est, iocundum erit atque perpulcrum.

Il paragrafo successivo passa all'eliminazione delle controversie, rivendicata da Galileo, sulla Galassia o Via lattea. Il linguaggio si carica di energia: da *altercationes*[31] a *essentiam*[32], da *sensui* a *intellectui* quello che leggiamo non è (solo) un elenco di scoperte, ma la rivendicazione orgogliosa di chi sente di essere a un punto di svolta nella storia della scienza, e rivendica per sé quasi il ruolo di pacificatore (*altercationes sustulisse … parvi momenti existimandum minime videtur*) in un universo segnato da scontri ideologici.

29. Forse questo aveva in mente Giovan Battista Marino nel 1623, quando nella celeberrima lode dell'*Adone* (X 42-47) dipinge lo scienziato come il mitico amante della Luna: «Tu solo osservator d'ogni suo moto / e di qualunque ha in lei parte nascosta, / potrai, senza che vel nulla ne chiuda, / novello Endimion, mirarla ignuda» (*Adone* X 43, 5-8).

30. In questo caso seguo la proposta di Battistini, *Sidereus nuncius* cit., p. 187 n. 59; cf. Pantin, *Le messager celeste* cit., pp. 56 sg. n. 5.

31. Nel senso di 'scontro verbale', 'disputa' esempi in Livio (IV 6, 1) e Cicerone (*ad Att.* IV 13, 1).

32. *Essentia* è parola filosofica, antica e medievale: cf. ad es. Seneca, che la propone come termine autorevole per tradurre il greco οὐσία (*res necessaria, natura continens fundamentum omnium*: *epist.* 6, 58).

È importante notare come il ricorso ai fondamentali termini *sensus* e *intellectus* ribadisca il rapporto tra *inspicio* e *contemplo*, tra la percezione sensoriale e il ragionamento.

Il paragrafo scivola verso la conclusione: e lo sguardo si alza dalla Via lattea alle nebulose, per far toccare con mano[33] ai lettori, come un maestro indica ai suoi allievi i punti di una mappa, le nuove straordinarie scoperte che si spalancano alla contemplazione di tutti. Molto interessante retoricamente, nella chiusa del brano, il chiasmo, in variazione, con l'inizio del brano precedente: *Pulcherrimum atque visu iucundissimum … iocundum erit atque perpulcrum*[34].

4 (*Opere*, III 1, p. 60, 10-16)

Verum, quod omnem admirationem longe superat, quodve admonitos faciendos cunctos Astronomos atque Philosophos nos apprime impulit, illud est, quod scilicet quatuor Erraticas Stellas, nemini eorum qui ante nos cognitas aut observatas, adinvenimus, quae circa Stellam quandam insignem e numero cognitarum, instar Veneris atque Mercurii circa Solem, suas habent periodos, eamque modo praeeunt, modo subsequuntur, nunquam extra certos limites ab illa digredientes[35].

Si arriva ora al culmine del *Sidereus nuncius*: la scoperta dei pianeti medicei, cioè i satelliti di Giove. Il linguaggio e le espressioni di Galileo approdano qui, nella giustificazione stessa dell'opera, al piú contagioso entusiasmo, e di necessità il lessico e la retorica salgono di tono: l'anafora di *quod*, il ricorso all'*admiratio*, l'unione in un abbraccio di *Astronomos atque Philosophos*[36], l'orgoglio di chi può affermare che le *quatuor Erraticas Stellas*, da lui scoperte, non sono mai state conosciute né osservate da alcuno (*nemini eorum qui ante nos cognitas aut observatas*)[37]. Interessante l'uso del composto *adinvenimus*, che sembra dilatare *invenio* ed è attestato solo nel latino tardo[38]. L'aggettivo *erraticas*, che designa i quattro satelliti, è un calco semantico dal tema del verbo greco πλανάω, da cui πλανήτης[39]. La meraviglia (*admiratio*), ribadisce Galileo,

33. L'espressione *digito demonstrare* è attestata, con altre simili, nel latino classico.

34. *Perpulcher*, in latino classico, solo in Terenzio, *Eun.* 468 (*perpulchra dona*).

35. Per *digredientes* cf. Pantin, *Le messager celeste* cit., pp. 57 sg. n. 8.

36. Presenti anche nel frontespizio, ma in successione inversa, e mantenuti sempre distinti (come anche nel *Dialogo*).

37. Di nuovo la coppia visione - comprensione razionale, questa volta in posizione inversa rispetto ai brani precedenti.

38. Nel significato di 'scoprire' in Servio e nella Vulgata (come 'invenzioni': *adinventa haereticorum venenorum* in Tertulliano, *scorp.* 1, 9).

39. Vari termini latini nel senso di 'pianeti' dalla radice di *errare*: *erro* per *erratica stella* (Nigi-

è sempre legata alla ricerca scientifica, e quindi appartiene alla sfera della razionalità e della conoscenza[40].

5 (*Opere*, III 1, p. 60, 16-22)

Quae omnia ope Perspicilli a me excogitati, divina prius illuminante gratia, paucis abhinc diebus, reperta atque observata fuerunt. Alia forte praestantiora, vel a me, vel ab aliis, in dies adinvenientur consimilis Organi beneficio; cuius formam et apparatum, necnon illius excogitandi occasionem, prius breviter commemorabo, deinde habitarum a me observationum historiam recensebo.

In questo paragrafo spiccano insieme i due termini con cui Galileo chiama alternativamente lo strumento utilizzato per esplorare il cielo: *perspicillum*[41] e *organum*. Per il nome moderno dello strumento si dovrà attendere l'intervento del matematico greco Giovanni Demisiani, che lo battezzò 'telescopio' durante un banchetto che i Lincei offrirono in onore di Galileo nel 1611[42]. La scoperta avviene sotto gli occhi del lettore: con l'espressione *paucis abhinc diebus reperta atque observata fuerunt* lo scienziato consente a tutti di condividere con lui la contemplazione febbrile delle sue notti insonni. Con l'ablativo assoluto[43] *divina prius illuminante gratia*, Galileo mette in risalto il rapporto diretto tra la visione del suo occhio e l'illuminazione di Dio.

6 (*Opere*, III 1, p. 75, 7-14)

Atque haec pauca de hac re in praesenti loco dicta sufficiant, fusius enim in nostro Systemate Mundi; ubi, complurimis et rationibus et experimentis, validissima Solaris luminis e Terra reflexio ostenditur illis, qui eam a Stellarum corea arcendam esse iactitant, ex eo potissimum quod a motu et a lumine sit vacua; vagam enim illam ac Lunam splendore superantem, non autem sordium mundanarumque fecum sentinam, esse demonstrabimus, et naturalibus quoque rationibus sexcentis confirmabimus.

Abbandonando le prime pagine, un po' piú avanti nel testo spicca un altro brano, che presenta due motivi di interesse: il primo è l'anticipazione del

dio presso Varrone in Gell. III 10, 2 e XIV 1, 11); Plin. *nat.* II 12 *sidera … errantia*. Invece *planetes/planetae* è attestato nel latino tardo, ma evidentemente non è riuscito ad approdare al latino umanistico e scientifico: però cf. Hyg. *astr.* II 42, 1 *reliquum est nobis dicere de stellis quinque, quas complures ut erraticas, ita planetas Graeci dixerunt*.

40. Si ricordi il celeberrimo brano di Aristotele, *met.* 982b-83a.

41. Cf. Pantin, *Le messager celeste* cit., p. 50 n. 5, per tutti i nomi con cui viene designato il telescopio. In latino classico *perspicillum* non è attestato; esiste invece il verbo *perspeculor*.

42. Cf. M.L. Altieri Biagi, *Galileo e la terminologia tecnico-scientifica*, Firenze 1965, p. 37.

43. Il costrutto è piuttosto raro nell'opera.

Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, del 1632, che Galileo mostra di avere già in mente, e a cui sembra alludere con l'espressione *in nostro Systemate Mundi*; il secondo consiste invece nell'alternanza, quasi dantesca, di espressioni sublimi come il giro danzante delle stelle da cui non si deve escludere la Terra (come fanno alcuni!), ed espressioni dure come *sordium mundanarumque fecum sentinam* («sentina di sordidezze e di mondane brutture»).

In questo brano si può notare un lessico ricco ed espressivo: da *systema*[44] a *rationibus et experimentis*[45], dal forte *arcendam* al vivace e raro *corea* (in latino classico *chorea*)[46], dall'energico *iactitant* alla connessione allitterante e assonante *vacua/vagam*[47], per concludere con l'asprezza di *sordium*, *fecum* e *sentinam*. Pochi esempi bastano a suggerire la ricchezza espressiva del *Sidereus nuncius*.

Tra le varie risposte coeve, merita una menzione particolare la *Dissertatio cum nuncio sidereo* di Keplero, del maggio 1610[48]. All'inizio della *Dissertatio* spicca un periodo molto energico, che vale la pena riportare (Galilei, *Opere*, III 1, p. 107, 3-7):

Quod igitur mihi propria animi propensione, quod amicis placet, quod diligenter ipse rogas, id faciam, nonnulla spe inductus me hac epistola id tibi profuturum, si eam censueris ostendendam, ut contra morosos novitatum censores, quibus incredibile quicquid incognitum, profanum et nefandum quicquid ultra consuetas Aristotelicae angustiae metas, uno proaspiste sis processurus instructior.

Keplero, in perfetta sintonia con Galileo, 'bacchetta' i «fastidiosi censori delle novità, ai quali risulta incredibile quello che non conoscono, profano ed empio quello che va oltre i limiti abituali dell'angustia aristotelica».

In questa lotta senza quartiere, in cui Keplero si propone come 'scudiero' del collega italiano[49], il linguaggio diventa sempre piú espressivo, fino a

44. Attestato in latino tardo nel senso di 'sistema' musicale (ad es. in Marziano Capella).

45. Alternanza di termini coerente con le coppie già esaminate *inspicere/contemplare* e *sensus/intellectus*.

46. Nel senso di 'danza delle stelle' già in Manil. I 670 sg. *sidera… / exercent varias naturae lege choreas*.

47. Pantin, *Le messager celeste* cit., p. 76 n. 84, mette in risalto *vagam*: «première affirmation ostensiblement copernicienne sur le premier manuscrit du Sidereus […] et à un endroit où l'allusion au mouvement n'était pas obligatoire».

48. Seguita dalla *Narratio*: cf. *supra*, p. 231. Oltre che nell'edizione nazionale di Galileo, le due operette di Keplero sono edite, con traduzione italiana e commento, da Elio Pasoli e Giorgio Tabarroni: *Johannes Kepler. Discussione col nunzio sidereo e Relazione sui quattro satelliti di Giove*, Torino 1972.

49. Con il calco originale, e non altrimenti attestato, dal raro termine greco προασπιστής.

manifestare l'entusiasmo di chi sa di trovarsi all'inizio di un'epoca in cui la luce della scienza disperderà le tenebre dell'ignoranza[50].

Nello stesso anno in cui esce il *Sidereus nuncius*, Galileo procede con le investigazioni telescopiche. Pur non pubblicandole in un'edizione ampliata dell'operetta, come si proponeva, lo scienziato rende note le sue ricerche in modi diversi: in un'epoca che volge già al barocco, con i suoi esperimenti linguistici, anche Galileo, come altri scienziati, non si sottrae al gusto per gli enigmi. È interessante accennare qui a due inusuali proposte lanciate a Keplero.

Nella *Narratio*, Keplero racconta che Galileo lo aveva sfidato a interpretare una serie di 37 lettere senza senso (*smaismrmilmepoetaleumibunenugttaurias*); la soluzione[51] da lui proposta è l'esametro *Salve umbistineum geminatum Martia proles*, come se Galileo avesse annunciato di avere visto due satelliti intorno a Marte. Il significato autentico è però *altissimum planetam tergeminum observavi*, con cui Galileo annuncia di avere visto una «stravagantissima meraviglia»[52]: Saturno come un corpo centrale affiancato da due laterali piú piccoli, sullo stesso asse, che danno l'impressione di un'oliva schiacciata. Si tratta in realtà degli anelli, che saranno identificati solo nel 1655 dall'astronomo olandese Christiaan Huygens, mentre i due satelliti di Marte dovranno aspettare il 1877 e l'astronomo americano Asaph Hall.

In una lettera dell'11 dicembre 1610[53] a Giuliano de' Medici, Galileo propone un altro anagramma: *Haec immatura a me iam frustra leguntur oy*. Interpretazione di Keplero: *Macula rufa in Iove est giratur mathem etc.* Il significato autentico è però *Cynthiae figuras aemulatur mater amorum*: Galileo annuncia di avere scoperto le fasi di Venere[54], a dimostrazione che il pianeta gira intorno al Sole e non intorno alla Terra e, per Galileo, ultima e definitiva conferma della validità del sistema copernicano.

Ancora una volta Keplero ha una bella intuizione, ma la macchia rossa di Giove dovrà attendere l'osservazione di Giovanni Domenico Cassini (1655); lo stesso Cassini che stabilirà definitivamente quella che fu una delle piú grandi aspirazioni frustrate di Galileo, cioè il calcolo delle effemeridi dei

50. Cf. piú avanti la bellissima immagine con cui Keplero loda Galileo: *iamque orto per tua inventa veritatis Sole, omnes istas titubationum larvas cum nocte matre dispulisti, quidque fieri posset, facto demonstrasti* (p. 110), che può ricordare il primo elogio a Epicuro (Lucr. I 75-77).

51. In Galilei, *Opere*, III 1, p. 185; la lettera di Galileo è andata perduta.

52. A Belisario Vinta (*Opere*, X, pp. 409 sg., 30 luglio 1610).

53. Galilei, *Opere*, X, p. 483.

54. Su Venere cf. anche la lettera del 1° gennaio 1611 a Giuliano de' Medici (*Opere*, XI, pp. 11 sg.).

satelliti di Giove, cercate con impegno dallo scienziato pisano per avere finalmente ragione del problema della longitudine.

Il *Sidereus nuncius* è uno dei libri piú affascinanti della storia del pensiero umano, non solo scientifico. Accostare a esso degli studenti liceali può significare fargli prendere coscienza di quanto impegno, entusiasmo, consapevolezza linguistica, generosità scientifica siano dietro a ogni vero progresso.

Maria Grazia Palutan
Liceo A. Righi, Roma

*

Con la pubblicazione del *Sidereus nuncius*, nel 1610, Galileo Galilei diventa l'astronomo piú famoso d'Europa. Il libro è il primo resoconto scientifico che annuncia scoperte appena avvenute, ma è anche l'unica opera di rilievo che lo scienziato abbia scritto in latino. L'articolo propone una scelta di brani adatti per la lettura in un quarto anno di liceo, in modo da approfondire lo studio di un autore essenziale per le discipline umanistiche e quelle scientifiche, in un'ottica di rinnovamento del curricolo liceale.

After he published Sidereus Nuncius*, Galileo Galilei achieved widespread fame as the leading astronomer in Europe. Besides being the first scientific report which announced seminal new discoveries, this book was also Galileo's only major work in Latin. Intended as a contribution to the process of secondary school curriculum renewal in Italy, the present article offers a choice of reading excerpts for sixth form students (year 12 in the Italian Secundary School system) allowing them to understand in depth the fundamental role of Galileo as both a scientist and a Renaissance humanist.*

SINE NAEVO GEOMETRIA EUCLIDEA ET *NON* EUCLIDEA*

Questo lavoro, rivolto agli studenti del quarto anno del liceo classico e scientifico, ha lo scopo di promuovere una visione dinamica, viva e flessibile della matematica che, insieme alla lingua latina, contribuisce in modo determinante alla formazione umana e culturale degli studenti. In particolar modo obiettivi essenziali sono:

– la ricostruzione del pensiero scientifico dell'opera di Girolamo Saccheri *Euclides ab omni naevo vindicatus* attraverso l'analisi del latino come lingua della scienza nella sua evoluzione temporale;

– la contestualizzazione epistemologica del pensiero matematico in un percorso che partendo dal mondo greco e dalle sue certezze giunge alla formalizzazione di tre possibili concezioni dello spazio equiconsistenti;

– il consolidamento delle competenze linguistiche quindi delle strutture sintattiche semplici e complesse e del lessico specifico attraverso la traduzione guidata del testo.

Nelle sezioni che seguono viene presentato il progetto concreto di lavoro con gli studenti che si articola in due momenti principali: il lavoro sul testo e le attività laboratoriali (concrete, con materiali poveri, e digitali attraverso l'uso dell'applicazione *GeoGebra*).

I. Il lavoro sul testo

Gli studenti leggeranno anzitutto alcuni passi dell'opera *Euclides ab omni naevo vindicatus* e verranno guidati, secondo la maieutica socratica, a riconoscere che il latino scientifico di Saccheri è comunque costruito secondo le strutture tradizionali del linguaggio della classicità, già conosciuto attraverso lo studio di significativi autori di varie epoche storiche, quali Cicerone, Tito Livio, Quintiliano, Tacito. Si immagina che dopo aver tradotto alcuni brani in italiano siano in grado, opportunamente guidati attraverso il confronto dialettico di matrice aristotelica da un lato e dall'altro con la metodo-

* Generalmente la locuzione 'geometria non euclidea' fa riferimento alle geometrie che si fondano sulla negazione del quinto postulato. La geometria ellittica o di Riemann richiede anche la negazione del secondo. Cf. *Enciclopedia della matematica*, a cura di W. Maraschini-M. Palma («*Le garzantine*»), Milano 2013, pp. 524-26, e vd. A. Cogliati, *La geometria non euclidea*, Roma 2024, p. 71.

logia del *problem solving*, di riscrivere i testi in un latino fluido, lineare, semplice e allo stesso tempo elegante. Si sogna che gli studenti con questo lavoro abbiano la possibilità di scoprire che il latino è una lingua viva, che condivide con il pensiero scientifico le sottili trame che sottendono le regole e le strutture di entrambe le discipline.

Nello specifico si scelgono, tra le varie parti dell'opera, le proposizioni 5-7 ed in particolar modo la 15 con relativa dimostrazione. Il modello di riferimento per guidare gli studenti all'elaborazione del testo in latino è il seguente:

Proposizione 5

Si in triangulo certo angulorum internorum summa aequalis angulis rectis est, ergo in triangulis omnibus angulorum internorum summa aequalis duo angulis rectis est.

Proposizione 6

Si in triangulo certo angulorum internorum summa maior angulis rectis est, ergo in triangulis omnibus angulorum internorum summa maior duo angulis rectis est.

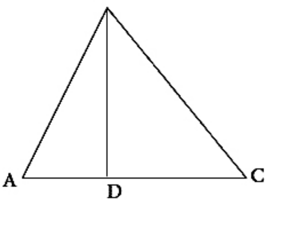
Proposizione 7

Si in triangulo certo angulorum internorum summa minor angulis rectis est, ergo in triangulis omnibus angulorum internorum summa minor duo angulis rectis est.

Proposizione 15

Si in triangulo quovis angulorum internorum summa est quisquae aequalis, maior aut minor angulis rectis, ergo pro omnibus triangulis dicitur angulorum internorum summa aequalis, maior aut minor esse angulis rectis.

Dimostrazioni



1. Si angulorum internorum summa trianguli ABC aequalis est duo angulis rectis, ergo etiam quoque duo anguli trianguli ABC quidem BAC et BCA acuti sunt, ergo si punctum D fit perpendicularis lateri AC, internus est parte AC. Ergo cum duo

trianguli ADB et CDB observent, summa angulorum internorum aequalis est quattuor angulis rectis, quod anguli D sunt recti.

Evincitur ergo summam angulorum triangulorum ADB et CDB aequalem esse angulis rectis.

2. Si angulorum internorum summa trianguli ABC maior est angulis rectis, ergo quidem summa angulorum triangulorum ADB et CDB maior est angulis rectis.

Evincitur ergo summam angulorum triangulorum ADB et CDB maiorem esse duo angulis rectis.

3. Si angulorum internorum summa trianguli ABC minor est angulis rectis, ergo quidem summa angulorum triangulorum ADB et CDB minor est angulis rectis.

Evincitur ergo summam angulorum triangulorum ADB et CDB minorem esse duo angulis rectis.

Ergo possumus concludere hoc modo:

– si summa angulorum internorum aequalis est duo angulis rectis, ergo omnes trianguli habent summam angulorum internorum aequalem duo angulis rectis;

– si summa angulorum internorum maior est duo angulis rectis, ergo omnes trianguli habent summam angulorum internorum maiorem duo angulis rectis;

– si summa angulorum internorum minor est duo angulis rectis, ergo omnes trianguli habent summam angulorum internorum minorem duo angulis rectis.

Per facilitare il compito sono state progettate le seguenti schede di lavoro:

Scheda proposizione 15

Si .... angulorum internorum summa est quisquae aequalis, maior aut minor ...., ergo ....dicitur angulorum internorum ...., maior aut minor .... angulis rectis.

1) Individua i termini appropriati e inseriscili: *summa*; *angulis*; *in triangulo*; *quovis*; *rectis*; *pro omnibus triangulis*; *aequalis*; *esse*.

2) Individua i costrutti e i complementi presenti nel testo: periodo ipotetico della realtà; costruzione personale e infinito col nominativo di *dicor*; complementi di vantaggio; secondo termine di paragone.

Scheda dimostrazione n. 1

Si angulorum internorum summa trianguli ABC aequalis est duo angulis rectis, ergo .... duo anguli trianguli ABC quidem BAC et BCA ...., ergo si punctum D .... lateri AC, internus est parte AC. Ergo ... duo trianguli ABC et CDB ....., summa angulorum internorum......quattuor angulis rectis, ... anguli D ...... Ergo ...... angulorum triangulorum ADB et CDB......angulis rectis. .... ergo .... angulorum triangulorum ADB et CDB .... duo angulis rectis.

1) Individua i termini appropriati e inseriscili: *summam*; *aequalem esse*; *perpendicularis*; *etiam*; *quoque*; *sunt acuti*; *fit*; *aequalis est*.

2) Individua i costrutti e le regole presenti nel testo: *cum* narrativo; proposizione

causale; proposizioni infinitive; periodo ipotetico della realtà; secondo termine di paragone.

Scheda dimostrazione n. 2

Si .... summa trianguli ABC maior est ...., ergo quidem .... angulorum triangulorum ADB et CDB ...... est angulis rectis.

.... ergo angulorum triangulorum ADB et CDB summam .... duo angulis rectis.

1) Individua i termini appropriati e inseriscili: *angulorum*; *internorum*; *rectis*; *summa*; *angulis*; *maior*; *evincitur*; *maiorem esse*.

2) Individua i costrutti e le regole presenti nel testo: periodo ipotetico della realtà; proposizioni infinitive; secondo termine di paragone.

Scheda dimostrazione n. 3

... trianguli ABC minor est angulis rectis, ergo quidem ...... angulorum .... ADB et CDB minor est ....

Evincitur ergo summam angulorum triangulorum ADB et CDB .... duo angulis rectis.

Ergo .... concludere hoc modo:

– si summa angulorum internorum aequalis est duo angulis rectis, ergo .... trianguli habent summam angulorum internorum aequalem duo angulis rectis.

– si summa angulorum internorum maior est duo angulis rectis, ergo omnes trianguli habent summam angulorum internorum .... duo angulis rectis.

– si summa angulorum internorum minor est duo angulis rectis, ergo omnes trianguli habent summam angulorum internorum minorem duo angulis rectis.

1) Individua i termini appropriati e inseriscili: *possumus*; *summa*; *si*; *angulorum internorum*; *summa*; *triangulorum*; *angulis*; *evincitur*; *rectis*; *minorem*; *omnes*; *maiorem*.

2) Individua i costrutti e le regole presenti nel testo: periodo ipotetico della realtà; proposizioni infinitive; secondo termine di paragone.

Infine per introdurre anche un aspetto ludico si propone agli studenti un *quiz* di completamento con il seguente testo: *si … angulorum internorum summa est*. Risposte possibili: a) *summa*; b) *esse*; c) *pro omnibus triangulis*; d) *in triandulo quovis*; e) *aequalis*; f) *angulis rectis*.

II. Il laboratorio pratico e il ricorso a *GeoGebra*

Per quanto riguarda le geometrie non euclidee, si comincia con la realizzazione di semplici costruzioni con materiale povero:

– per l'arco geodetico si utilizza una pallina di polistirolo a cui si fissa un nastro elastico attraverso gli spilli;

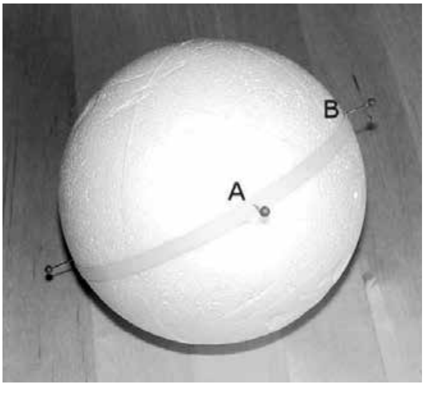
– analogo procedimento può essere usato per rappresentare il triangolo sferico;

– una mezza pallina da ping-pong rappresenta una superficie a curvatura positiva;

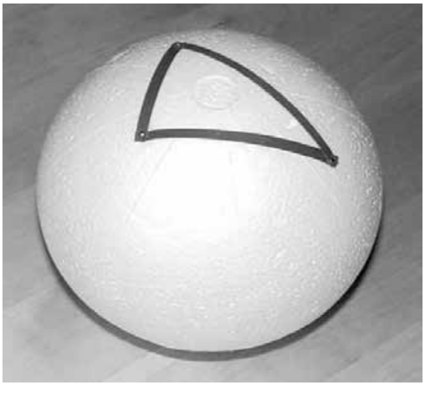
– operando tagli radiali sulla stessa pallina si rappresenta al contrario la curvatura nulla;

– due tubi di cartone possono utilmente essere adoperati per dimostrare come per due punti passano infinite geodetiche, rappresentate da diversi nastri elastici avvolti attorno ai tubi e fissati a due spilli;

– materiali di carta possono infine essere plasmati in modo da rappresentare la superficie a sella, iperbolica, e il triangolo iperbolico.

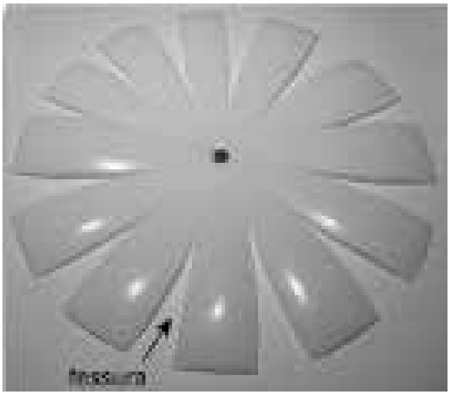


1. Arco geodetico.

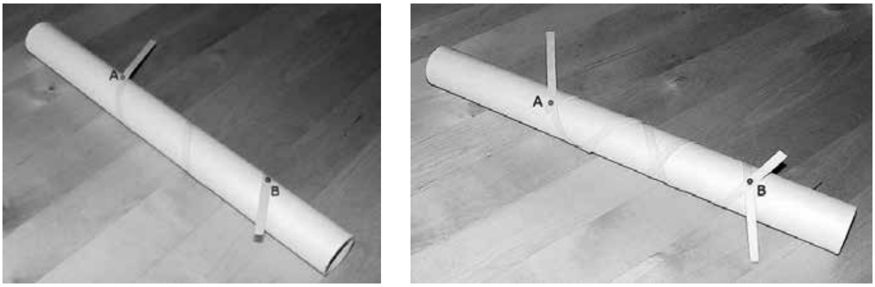


2. Triangolo sferico.

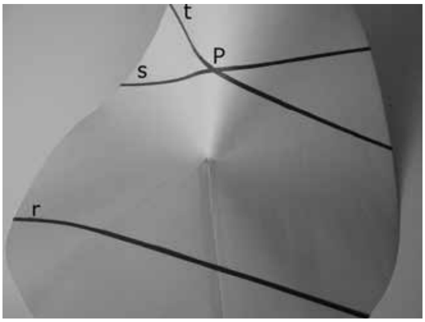
3. Superficie a curvatura positiva.



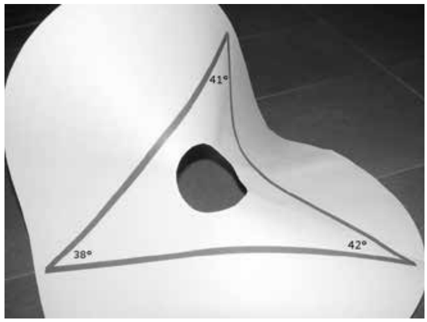
4. Curvatura nulla operando tagli radiali.



5. Superficie a curvatura nulla: per due punti passano infinite geodetiche.



6. Superficie a sella, iperbolica.



7. Triangolo iperbolico.

Per le costruzioni con *GeoGebra*, invece, è stato scelto il modello del disco di Poincaré in due dimensioni. Il disco di Poincaré, infatti, permette di giocare con la geometria iperbolica e si basa sui seguenti concetti base:

– i punti sono interni al disco/cerchio, mentre i punti della circonferenza non appartengono al modello ma sono all'infinito;

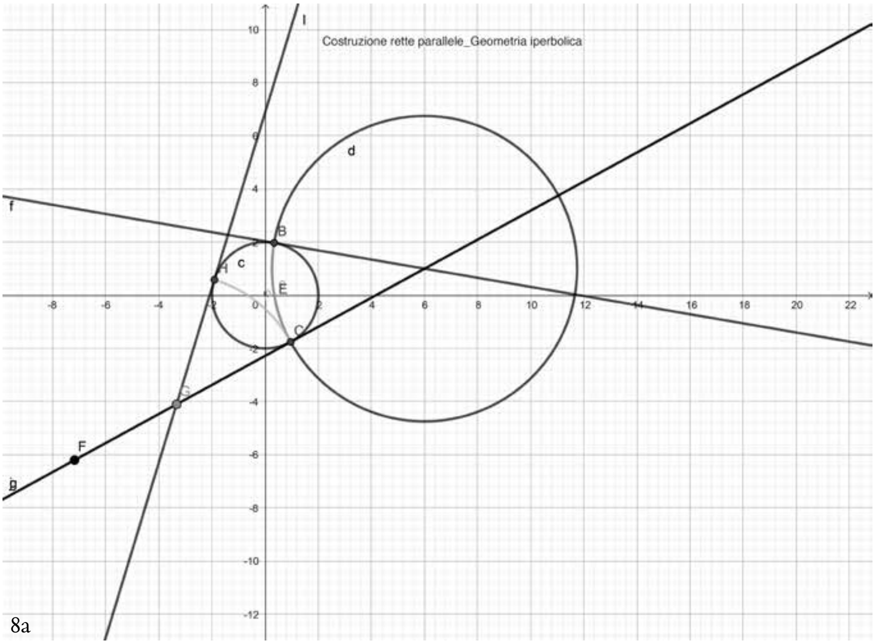
– le rette sono diametri del disco oppure archi di cerchio perpendicolari al bordo del disco che è la circonferenza;

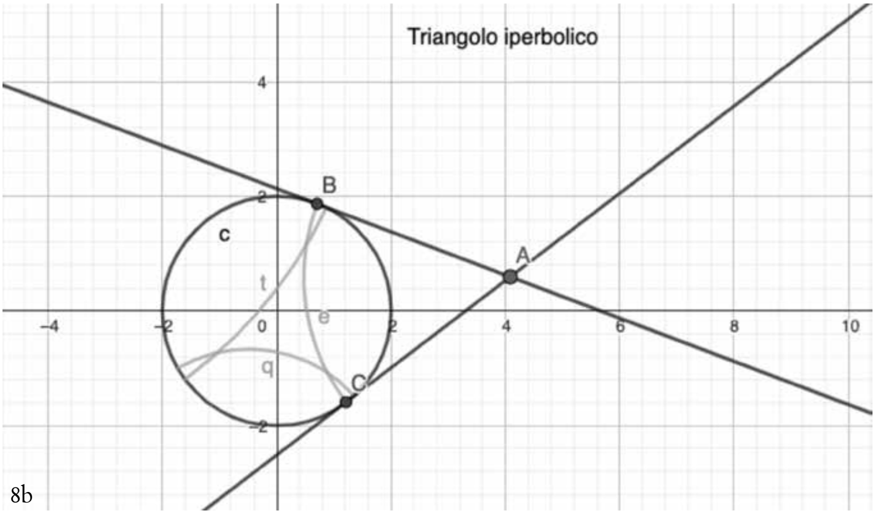
– l'angolo è quello formato dalle tangenti condotte per il punto di intersezione degli archi;

– l'inversione circolare, una corrispondenza tra i punti interni del disco/cerchio e i punti esterni;

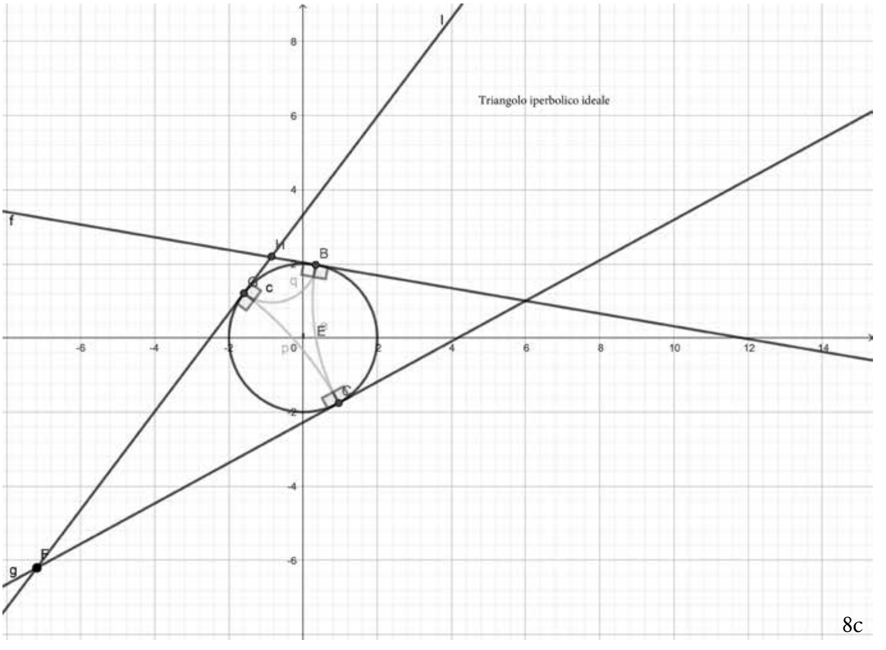
– se d è la distanza di un punto del disco, il suo corrispondente esterno si trova a distanza dal centro quindi se il punto coincide con il centro del disco, il suo corrispondente è all'infinito. In particolare una circonferenza passante per il centro ha come corrispondente una retta;

– nel guscio di noce Poincaré ha costruito un modello di geometria iperbolica nel piano.

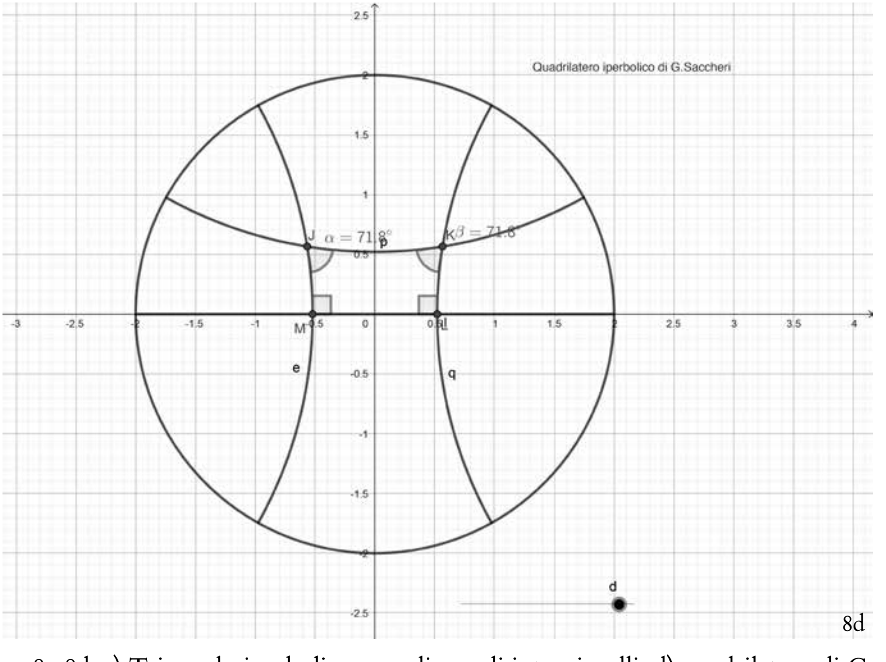




8a-8b. Costruzioni con *GeoGebra* nel disco di Poincaré: a) Geometria iperbolica, costruzione delle rette parallele; b) Triangolo iperbolico.

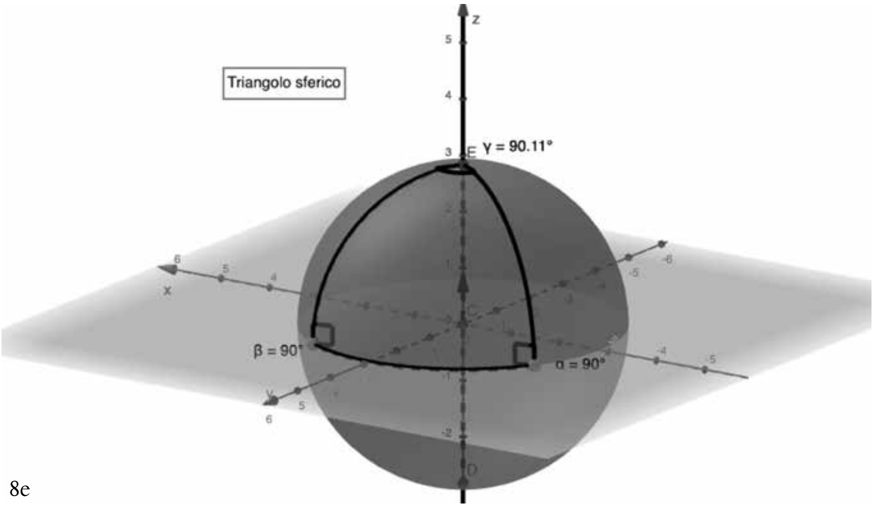


8c



8d

8c-8d. c) Triangolo iperbolico con gli angoli interni nulli; d) quadrilatero di G. Saccheri.



8e

8e. Triangolo ellittico con due angoli retti.

III. Conclusioni

Si auspica che questo lavoro arrivi a toccare le corde del cuore dei giovani affinché possano cogliere la bellezza del latino come lingua scientifica e apprezzare, oltre alle conoscenze, le sottili strutture logiche sottostanti il pensiero matematico e la lingua latina. Si ritiene infatti che tanto lo studio della matematica che della lingua latina rappresenti un momento formativo utile a permettere agli studenti di individuare le sottili trame che sottendono le regole e ad apprezzare le strutture che le governano. In questo modo si auspica di superare i luoghi comuni secondo i quali il latino e la matematica risultano aride e impenetrabili.

Giuseppa Rita Chiaramonte - Marina Romano
Liceo Principe Umberto di Savoia, Catania

⋆

In questo lavoro si propone la lettura di alcuni brani dell'opera di G. Saccheri *Euclides ab omni naevo vindicatus*, tappa fondamentale dello sviluppo del pensiero matematico che ha portato alla scoperta delle geometrie non euclidee. Nella realizzazione didattica si immagina di procedere attraverso la lettura, traduzione, comprensione e analisi del testo latino e in modalità laboratoriale con materiale povero

(tubo di cartone, palline di polistirolo, ciambelline, elastici, spilli, colla e bottiglie di plastica) oltre che con realizzazione grafica di alcune figure e superfici non euclidee tramite *GeoGebra*.

This paper proposes the reading of selected passages from G. Saccheri's Euclides ab omni naevo vindicatus*, a key work in the development of mathematical thought that paved the way for the discovery of non-Euclidean geometries. The didactic approach involves the reading, translation, comprehension, and analysis of the Latin text, complemented by a hands-on laboratory experience using simple materials (cardboard tubes, polystyrene balls, toruses, elastic bands, pins, glue, and plastic bottles). Furthermore, non-Euclidean figures and surfaces will be graphically represented using the interactive application* GeoGebra.

PROBLEMA NOVUM AD CUJUS SOLUTIONEM MATHEMATICI INVITANTUR: LA SFIDA DI JOHANN BERNOULLI (CON UN 'OSPITE IMPOSSIBILE')

UN PERCORSO INTERDISCIPLINARE TRA LATINO E MATEMATICA PER IL LICEO MATEMATICO

L'evoluzione della didattica nei licei, dopo la riforma del 2010, ha accelerato un processo di revisione delle singole discipline. In ambito scientifico, il dibattito sull'innovazione didattica nelle discipline STEM ha focalizzato l'attenzione su metodologie di tipo laboratoriale e problematico. Nelle *Indicazioni nazionali* del 2010, si dà rilievo «alla necessità di costruire, attraverso il dialogo tra le diverse discipline, un profilo coerente e unitario dei processi culturali». Inoltre, sempre nelle *Indicazioni* relative all'insegnamento della matematica, si richiede di fornire allo studente «una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, [...] la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la matematica nella civiltà greca, il calcolo infinitesimale che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico».

Coerentemente con tali fini, dal 2015 è attiva una sperimentazione, denominata liceo matematico, che prevede l'introduzione di almeno un'ora aggiuntiva settimanale di matematica svolta in modalità laboratoriale. Tali ore sono dedicate ad attività di carattere interdisciplinare, realizzate in stretta collaborazione fra scuole e poli universitari, su argomenti non necessariamente curricolari, in una dimensione problematica e di stimolo al pensiero critico. Una componente importante di questa ricerca didattica è il rapporto con le discipline umanistiche che, nel caso della lingua latina, negli anni seguiti alla riforma del sistema dei licei, ha tuttavia visto una contrazione dell'interesse degli studenti. Si è infatti realizzata una forte crescita dell'opzione scienze applicate del liceo scientifico, in cui il latino non viene insegnato. Tale opzione contava nel 2022/2023 il 10% degli iscritti alle scuole secondarie (opzione tradizionale 14% e liceo classico 6,2%) mentre nell'a.s. 2010/2011 il 21,1% degli iscritti alle scuole secondarie aveva scelto il liceo scientifico tradizionale ed il 3,8% il liceo scienze applicate[1]. Questo *trend* sta depotenziando una ricchezza che ci appare invece preziosa, cioè la simultanea presenza dello studio della lingua latina e della matematica. Il nostro obiettivo è quello di valorizzare tale opportunità che i licei classico e scientifico ci offrono.

I. L'interdisciplinarità tra latino e matematica

Nello sviluppo della cultura Europea moderna, il latino è stata la lingua veicolare del sapere e della scienza fino ai margini dell'Ottocento. Nella sua evoluzione, la matematica incrocia la sua vicenda con quella della lingua latina. L'analisi diacronica del latino e del relativo lessico affianca la ricostruzione del pensiero scientifico e matematico di scienziati come Galilei, Newton, Linneo, per citarne alcuni, che fino a oltre la metà dell'800 hanno scritto in latino.

Questa connessione consente di progettare percorsi interdisciplinari tra il sapere scientifico e quello umanistico, che nella pratica didattica, pur se sempre cercati, sono spesso difficili da realizzarsi, sia per questioni organizzative sia per la difficoltà di definire confini e benefici comuni. All'interno di questo contesto e in coerenza con le *Indicazioni*, abbiamo dunque realizzato una proposta didattica di 22 ore riguardante lo studio di alcuni testi in lingua latina, che testimoniano del passaggio al calcolo infinitesimale tra Seicento e Settecento, rivolta alle classi quinte dei licei classico e scientifico.

II. La scelta del percorso didattico

Si è scelto il problema della brachistocrona, ovvero della curva di discesa nel minimo tempo, nel caso in cui un punto materiale si muova senza attrito su una traiettoria sotto l'azione della gravità. Siamo partite dalla posizione del problema e dal primo tentativo di risoluzione, ingegnosissimo seppur errato, da parte di Galilei nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica e ai movimenti locali* (per brevità *Discorsi e dimostrazioni*), per poi passare alle risoluzioni dei fratelli Bernoulli nel 1697. Il percorso didattico si sviluppa dunque ripercorrendo l'evoluzione storica che porta alla nascita del calcolo infinitesimale mediante l'indagine delle fonti storiche dirette, ovvero i brani dai *Discorsi e dimostrazioni* di Galilei, il testo della sfida lanciata da Johann Bernoulli per risolvere il problema della curva di minimo

1. Miur, *Notiziario statistico Focus in breve sulla scuola: Le iscrizioni alla nuova scuola superiore a.s. 2010/2011.*

tempo, pubblicato negli «Acta eruditorum»[2] del 1696 (pp. 264-69), e le relative risoluzioni dei fratelli Bernoulli, pubblicate nella stessa rivista nel 1697.

Dal punto di vista della storia della scienza, durante quei pochi anni che vanno dalla pubblicazione dei *Discorsi* alla sfida lanciata da Bernoulli, vengono pubblicati nel 1687 i *Principia mathematica* di Newton e nel 1684 la memoria di Leibniz *Nova methodus pro maximis et minimis*, i testi che sanciscono la nascita del calcolo differenziale. Il confronto critico, guidato dall'insegnante, tra i metodi e gli strumenti matematici che usano Galilei e i fratelli Bernoulli mette in luce l'impossibilità di affrontare con la sola matematica greco-alessandrina problematiche relative alla cinematica, o problemi di massimo e di minimo. Si accompagnano cosí gli studenti verso le soluzioni e i metodi del calcolo infinitesimale. Gli studenti hanno modo di acquisire familiarità con queste nuove tecniche vedendone, in un caso concreto, le motivazioni ed apprezzandone la progressiva formalizzazione, guidati, nell'evoluzione concettuale, dallo sviluppo storico.

Questo percorso di introduzione alla matematica e alla fisica moderne, nel mostrarne la stretta interdipendenza, potrebbe venire strumentale all'introduzione, già dal terzo anno del liceo, di concetti matematici che oggi solo al quinto anno vengono affrontati, creando tuttavia un vuoto nella didattica della fisica del triennio, che rimane privata del proprio naturale apparato formale, quello del calcolo infinitesimale.

Il percorso si completa con una rappresentazione della sfida da parte degli studenti che interpretano il dialogo ideale, benché storicamente impossibile, tra Galilei ed i fratelli Bernoulli. La pratica dell'argomentazione stimola gli studenti a cogliere i nuclei fondanti del contenuto per poterli sostenere poi in contradditorio. D'altronde anche Galilei si serve del dialogo nei suoi testi piú celebri ed in fondo la sfida lanciata da Johann Bernoulli possiamo vederla come un dialogo, pur se asincrono.

III. Il problema della brachistocrona

Come si è detto, la brachistocrona è quella curva che, tra due punti, viene percorsa da un grave nel piú breve tempo. Si potrebbe pensare che una tale curva coincida con la curva piú corta ovvero con la geodetica, che, in questo caso, è il segmento che congiunge i due punti.

2. Periodico mensile in lingua latina, fondato da O. Mencke e G. Leibniz pubblicato per un secolo intero, dal 1682 al 1782 in Germania. Negli «Acta» apparvero studi fondamentali per lo sviluppo del pensiero scientifico, come la *Nova methodus* di Leibniz.

Tuttavia, riflettendoci un po', si intuisce che un corpo acquisterà velocità piú rapidamente in un percorso che abbia inizialmente una pendenza maggiore. La curva ottimale si dimostra essere un arco di cicloide ordinaria. Nel 1638 Galilei nei *Discorsi e dimostrazioni*[3] formula il problema e fornisce una soluzione, errata per la indisponibilità di un formalismo matematico avanzato, ma ingegnosissima e che ne coglie tutte le caratteristiche: l'arco di circonferenza.

Nel suo studio del moto accelerato, lavorando sui piani inclinati, deduce, tramite un procedimento al limite, che il percorso piú breve non coinciderà con un percorso rettilineo, ma con una serie di percorsi rettilinei che formano, al limite, un arco di circonferenza. Egli, però, lavora solamente con le proporzioni e, davanti alla necessità di sconvolgere le basi della matematica, introducendo in modo non episodico ma strutturato i procedimenti di limite e differenziali, si ferma. I *Discorsi* rappresentano anche per questo il punto di inizio della fisica moderna. Il calcolo differenziale ed integrale fornisce l'ambito corretto nel quale porre sia la cinematica sia alcuni problemi di ottimizzazione. Quello della brachistocrona, è uno di quei problemi matematici di minimo che richiedono come soluzione una curva ed hanno perciò bisogno di un nuovo tipo di calcolo. La proprietà di minimo della curva si esprime tramite un'equazione differenziale che descrive le relazioni tra elementi infinitesimali della curva e non piú finiti come nelle proporzioni.

IV. La progettazione del percorso didattico

Nella seguente tabella si riporta in maniera schematica la definizione del percorso.

Durata	22 ore
Finalità	– Apprezzare la dimensione storico-culturale dello sviluppo della scienza nella cultura Europea moderna. – Approfondire lo studio della lingua latina quale veicolo della cultura scientifica, attraverso l'esame di alcuni testi scientifici fondamentali. – Riconoscere l'evoluzione e la costruzione del linguaggio matematico nel testo.

3. *Le opere di Galileo Galilei: Edizione nazionale*, Direttore Antonio Favaro, VIII, Firenze, 1898, pp. 43-313.

Obiettivi didattici	– Comprensione del contenuto matematico e della forma latina di testi scientifici selezionati – Riconoscimento dei neologismi legati all'introduzione di nuovi concetti matematici.
Prerequisiti	Latino: strutture morfosintattiche, stilistiche, retoriche della lingua e dei testi latini. Matematica: similitudine, concetto di funzione, elementi di trigonometria e di ottica geometrica.
Moduli didattici	Modulo 1 (10 ore): Introduzione del problema e studio della soluzione di Galilei. Modulo 2 (6 ore): Le risoluzioni dei fratelli Bernoulli. Modulo 3 (6 ore): *Novissima dissertatio discipulorum.*

L'intero percorso dovrebbe essere svolto di concerto dai docenti di latino e matematica, con l'obiettivo di riflettere sul linguaggio della matematica, connesso ai concetti e alla capacità di definirli, e di ripercorrerne l'evoluzione dalla lingua latina fino alla moderna terminologia e al suo significato. Nel libro *GeoGebra* (codice HKWK UQQS)[4] sono riportate tutte le attività relative a ciascun modulo, per guidare lo studente nelle sue esplorazioni.

Modulo 1: *Introduzione del problema e proposta di risoluzione da parte di Galilei.* Si articola nelle seguenti attività:

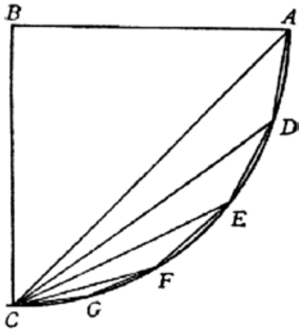
ATTIVITÀ 1	h 2	la curva che risolve il problema.
ATTIVITÀ 2	h 2	presentazione dell'idea risolutiva di Galilei e lettura critica della sezione *De motu naturaliter accelerato*, giornata terza.
ATTIVITÀ 3	h 4	analisi del teorema 4 della sezione *De moto aequabile*; teoremi 1-4 e 6 della sezione *De motu naturaliter accelerato*, giornata terza.
ATTIVITÀ 4	h 2	analisi del teorema 22 e *Scholium* della sezione *De motu naturaliter accelerato*, giornata terza.

Nell'attività 1, viene presentata agli studenti la cicloide come curva luogo e, anche con l'ausilio di *GeoGebra*, ne vengono osservate e verificate le proprietà principali. È l'occasione per condurre un approfondimento sulle forme di rappresentazione parametriche e polari delle curve, accanto a quelle cartesiane implicite, piú note agli studenti. Si procede poi nell'esplorazione

4. https://www.geogebra.org/classroom/hkwkuqqs (ultimo accesso 5/06/2024).

della cicloide e delle sue proprietà. Infine, si guida la classe a ricavare l'equazione parametrica della cicloide ordinaria.

Nell'attività 2 si affronta la trattazione del problema in chiave storica, presentando l'idea risolutiva di Galilei[5]. Nel 1638 nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche*[6], Galilei si pone il problema della traiettoria piú veloce di un grave tra due punti fornendo come soluzione, brillante ma non corretta, l'arco di circonferenza. Si parte dalla lettura dello *scholium*: il movimento piú veloce per andare da A a C *non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem*. Aggiungendo piú punti intermedi tra A e C diminuisce il tempo di percorrenza: *Quo igitur per iscriptos poligono magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A, C.* Correttamente capisce che la brachistocrona deve essere una curva e non può coincidere con il piano inclinato che collega i punti iniziale e finale ma non riesce a ricavare la cicloide in quanto non ha gli strumenti matematici adatti, cioè il calcolo infinitesimale che permette di esprimere una curva non come luogo ma tramite le proprietà locali di curvatura. Individua correttamente che la circonferenza è una curva migliore rispetto al piano inclinato, relativamente a tale problema, ma non può dimostrare che sia la migliore. Gli strumenti con i quali cerca di risolvere il problema sono quelli della geometria euclidea, ma in realtà introduce anche un procedimento di limite benché non formalizzato. La chiave risolutiva è nel teorema 22, nel quale avviene il confronto tra percorsi rettilinei di diversa inclinazione ed il passaggio alla curva continua, la cui comprensione richiede l'analisi del *modus operandi* di Galilei. Si procede poi con la lettura del paragrafo introduttivo *De motu naturaliter accelerato*[7], con lo scopo di riconoscere gli elementi precipui del nuovo linguaggio scientifico. Ci si sofferma sul concetto innovativo di *momentum velocitatis, gradus velocitatis,* ovvero la velocità istantanea fisica. Si evidenzia come egli riconosca che in un modo accelerato un corpo



5. Nella conduzione dell'attività di traduzione del testo si è fatto riferimento a *G. Galilei. Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, a cura di A. Carugo-L. Geymonat, Torino 1958.

6. G. Galilei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, presso gli Elzevirii, Leida 1638, p. 229, consultabile su https://www2.museogalileo.it/it/64-biblioteca-digitale.html.

7. Galilei, *Discorsi* 1638 cit., pp. 156-58.

assume in maniera continua tutti i valori possibili da quello iniziale a quello finale.

Si prosegue il percorso, con l'attività 3, guidando gli studenti nell'interpretazione e trasposizione in linguaggio attuale di alcuni teoremi dal testo originale, necessari per la comprensione del teorema 22. È un'occasione per gli studenti di cimentarsi nella produzione di dimostrazioni di tali teoremi utilizzando le loro competenze scolastiche, avendo cosí modo di incontrare i nodi concettuali alla base dello studio del moto e della sua rappresentazione matematica. Gli studenti avranno modo di vedere come Galilei opera: usa solo proporzioni, quindi rapporti tra quantità omogenee, il passaggio dai rapporti ai numeri è successivo. In particolare, possono osservare come, non potendo usare nelle proporzioni rapporti tra grandezze non omogenee, egli esprima la relazione tra spazio, tempo e velocità nel moto rettilineo uniforme: le velocità di due moti uniformi hanno un rapporto composto di quello tra gli spazi e l'inverso dei tempi, ovvero, come scriveremmo oggi:

$$\frac{v1}{v2} = \frac{s1}{s2} \cdot \frac{t2}{t1}$$ [8] (teorema 4 della sezione *De motu aequabili*, giornata terza).

Successivamente, nel *De motu naturaliter accelerato*, si esamina il teorema 1 (teorema mertoniano)[9] ponendo l'attenzione sulla criticità della dimostrazione e sull'uso di rudimentali grafici per la rappresentazione della variazione del tempo, dello spazio e della velocità.

Vale la pena di soffermarsi poi sui due corollari del teorema 2[10], rispettivamente il primo esprime la legge dei numeri dispari sugli incrementi degli spazi percorsi, mentre, il secondo, esprime la proporzionalità tra tempi e radice quadrata degli spazi percorsi, cioè nella sua forma finale è la legge quadratica del moto uniformemente accelerato, che è il suo grande contributo alla meccanica. Tale corollario viene usato per dimostrare molte delle successive proporzioni.

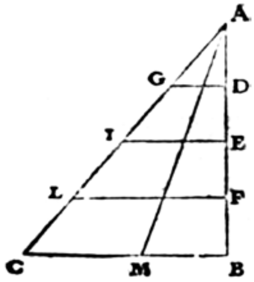
Nel teorema 3[11], è importante evidenziare il tentativo 'nascosto' di ricor-

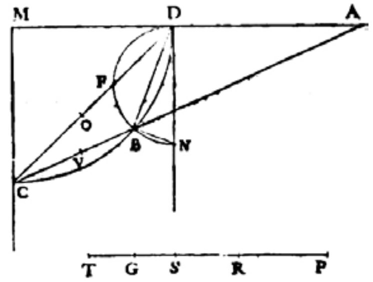
8. Cf. *G. Galilei. Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, a cura di E. Giusti, Torino 1990, p. XXIX.

9. Teorema 1: *Tempus, in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus sudduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati* (Galilei, *Discorsi* 1638 cit., p. 169).

10. *Ibid.*, pp. 171-77.

11. Teorema 3: *Si super plano inclinato, atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex*





rere a concetti differenziali che emerge nella dimostrazione[12]. In mancanza dei principi della dinamica che Newton successivamente individuerà e svilupperà, Galilei usa il principio, che deve porre a fondamento della sua teoria, puramente cinematica, del moto accelerato e cioè l'uguaglianza delle velocità istantanee a parità di quota su piani diversamente inclinati[13]. Un artificio di cui egli discute e di cui riconosce la validità nella consistenza delle sue conseguenze con le osservazioni. Un procedimento di confronto fra assunti e risultati sperimentali che è parte della fisica moderna. Con questo teorema dimostra che i tempi di percorrenza lungo un piano inclinato, AC, e della caduta verticale, AB, sono proporzionali alle loro lunghezze. Il tentativo di passaggio al limite emerge quando immagina di condurre le parallele da tutti i punti di AB verso AC *ex punctis omnibus lineae AB usque ad lineam AC*, realizzando cosí una divisione in infinitesimi di un segmento. I momenti/gradi di velocità nei punti corrispondenti alla stessa altezza saranno sempre uguali tra loro per l'assioma di cui sopra. Pertanto, anche i due spazi AC e AB vengono percorsi con gradi di velocità uguali. Avendo già dimostrato che, «se due spazi vengono percorsi da un mobile che si muova con i medesimi gradi di velocità qual è la proporzione tra gli spazi, tale è quella tra i tempi»[14], egli espande il calcolo ad un segmento finito, che corrisponde al nostro differenziale, e su cui applica le proporzioni proprie del moto uniforme, considerandovi quindi la velocità come costante. Arriva

quiete idem mobile; tempora lationum erunt inter se, ut plani ipsius, et perpendiculi longitudines. (*ibid.*, p. 177).

12. Cf. Giusti, *op. cit.*, p xxxiii.

13. Galilei, *Discorsi* 1638 cit., p. 166. Si fa notare che, nell'edizione postuma bolognese delle *Opere* di Galilei del 1656, è pubblicata per la prima volta un'aggiunta redatta da V. Viviani riportante la dimostrazione del principio secondo le indicazioni di Galilei, che egli stesso aveva chiesto di inserire nell'eventuale successiva edizione dei *Discorsi e dimostrazioni*: cf. Favaro, *op. cit.*, VIII, pp. 23 sg.

14. Galilei, *Discorsi*, teorema 1 della giornata terza *De motu aequabili*.

dunque alla conclusione esatta senza poterne dare una dimostrazione matematica formalmente rigorosa.

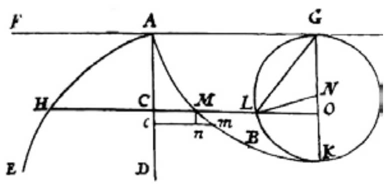
Avendo nelle attività precedenti acquisito i metodi propri di Galilei, nell'attività 4, si affronta in dettaglio la dimostrazione del teorema 22, che individua nel sistema dei due piani a diverse inclinazioni, il percorso migliore rispetto al singolo piano.

La dimostrazione non è di agevole lettura anche a causa della notazione per indicare i tempi, ovvero segmenti che non hanno un riferimento esplicito alla denominazione dei segmenti percorsi. Con la guida del docente, si traspone quindi la dimostrazione in un linguaggio piú familiare. L'attività si completa con l'analisi dello *scholium*, da cui si era partiti, dove si ritrova l'idea implicita di passaggio al limite che può evocare il metodo di esaustione.

Modulo 2: *La sfida lanciata da Johann Bernoulli: due proposte di risoluzione.* Il secondo modulo è suddiviso in due attività relative alle dimostrazioni dei fratelli Bernoulli, pubblicate nel 1697 negli «Acta eruditorum» (pp. 206-17):

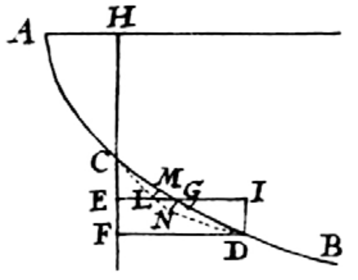
ATTIVITÀ 1	3 h	La sfida di Johann e la sua proposta di risoluzione.
ATTIVITÀ 2	3 h	La proposta di risoluzione del fratello Jakob.

Si parte dal testo della sfida, *Problema novum ad cuius solutionem mathematici invitantur*, lanciata da Johann Bernoulli negli «Acta» del 1696 (p. 269). Si analizza poi la sua dimostrazione (*Curvatura radii in diaphanis non uniformibus, solutioque problematis a se*) pubblicata negli «Acta» dell'anno successivo. I grafici e il formalismo matematico sono molto piú vicini ai nostri, la lingua latina piú semplificata. Si evidenzia subito l'introduzione esplicita dei differenziali Cc = Mn = dx, nm = dy, Mn = ds. Nella dimostrazione, si riconduce esplicitamente al principio Fermat e utilizza l'analogia ottica-meccanica tra il problema di minimo di un raggio di luce che si propaga in un mezzo a densità variabile ed il cammino che percorre un grave vincolato su una curva e soggetto all'azione della gravità; entrambi sono fenomeni a velocità variabili per i quali viene richiesto il tempo minimo di percorrenza. Per un tale sistema a velocità variabile la richiesta di tempo minimo ha come soluzione la legge di Snell. Basa dunque la sua risoluzione su due risultati: la legge di Snell



e la legge di caduta di Galilei. L'equazione differenziale $dy = dx \sqrt{\frac{x}{a-x}}$ alla quale arriva rappresenta una cicloide ordinaria[15].

Nell'attività 2 viene esaminata la soluzione presentata da Jakob, *Solutio problematum fraternorum eqs.* Si esamina anche in questo caso il lessico matematico e si analizzano i passaggi dimostrativi. Interessante si è rivelata l'etimologia del termine *oligochrona*, derivante da ὀλίγος e χρόνος. La soluzione presentata da Jakob è di tipo geometrico e si basa su un lemma, assicurante che se per una curva assegnata la proprietà di essere suscettibile a massimizzazione o minimizzazione vale globalmente allora questa proprietà vale pure localmente, cioè per un arco qualsiasi di questa curva. Inoltre, anche Jakob usa la legge di caduta di Galilei.



Attraverso l'uso esplicito dei differenziali (CG = ds, HC = x, EG = dy, EC = dx) e risolvendo i calcoli si arriva anche in questo caso alla forma differenziale della cicloide ordinaria[16].

Modulo 3: *Novissima dissertatio discipulorum.* Il percorso si completa con la produzione di un dibattito scientifico sul problema della brachistocrona da parte degli studenti, i quali, dopo essersi confrontati con i testi originali in latino ed aver approfondito i temi matematici, vengono suddivisi in gruppi, ognuno dei quali rappresentante rispettivamente Galilei ed i fratelli Bernoulli e, di conseguenza, la loro posizione nel dibattito culturale dell'epoca, al fine di cimentarsi in un dialogo argomentativo.

V. La sperimentazione in classe

Si è sperimentato il percorso in una classe quinta scientifico di liceo matematico. La didattica laboratoriale è stata svolta nelle ore di matematica e di latino e in ore di compresenza dei due docenti, che hanno seguito gli studenti nella traduzione filologica dei brani, affinché individuassero il lin-

15. Cf. P. Freguglia-M. Giaquinta, *Intorno all'idea di curva matematica*, Bologna 2020, pp. 135-39.

16. P. Freguglia - M. Giaquinta, *The Early Period of the Calculus of Variations*, New York 2016, pp. 45-49.

guaggio specifico che, dalla matrice classica, si è distanziato, modificato verso la semplificazione e la duttilità.

Il libro *GeoGebra* ha contribuito a guidare gli studenti, la *dissertatio* ha dato loro modo di acquisire consapevolezza critica relativamente al contenuto matematico e al contesto linguistico. Le attività del modulo 1 hanno permesso di analizzare e riflettere sul significato che Galilei attribuisce ad alcune espressioni, quali *moto aequabile*, *celeritatis gradus*, *momentum velocitatis*, *gradus velocitatis* (velocità istantanea, di provenienza medievale), *celeritatis momenta*, *subduplus* (metà) e *subduplicata ratio* (radice quadrata). Si è poi ragionato sui termini *naturaliter* (dall'osservazione della natura) e *uniformiter* (legato alla suddivisione dei tempi in modo uniforme), sull'uso di *subtendens*, che sottende (attestazione in Catone), e *horizon*, corrispondente a linea di base, derivante da un significato di linea passante per il centro del quadrante solare, attestato in Vitruvio.

Nell'analisi dello *Scholium* gli studenti hanno evidenziato che il ragionamento proposto da Galilei non pareva propriamente corretto, riguardo all'iterazione relativa ai tempi di percorrenza. Inoltre, egli dimostrerebbe che il movimento lungo un arco di circonferenza sarebbe piú veloce di qualunque poligonale inscritta ma non dimostra che tale arco è proprio la brachistocrona, ovvero la linea piú breve.

Nel secondo modulo, si è esplicitato il passaggio, da un punto di vista linguistico-lessicale e metodologico, da una struttura di sintassi ancora influenzata dal latino umanistico-rinascimentale, sebbene non colto, di Galilei a un formalismo sistematico nell'uso di espressioni morfosintattiche molto semplificate e di termini ormai divenuti specifici in un linguaggio matematico. Johann giunge, dalla lezione galileiana, alla soluzione con strumenti diversi, spiegati in un latino ormai divenuto duttile alle esigenze della matematica. Gli studenti hanno compreso facilmente il testo, che, da un'analisi lessicale, ha suscitato meno curiosità rispetto a termini e occorrenze nello scritto galileiano. Negli articoli dei fratelli Bernoulli, hanno apprezzato come la formalizzazione del tempo con una variabile dedicata abbia reso le proporzioni molto piú leggibili rispetto a quelle presenti nel testo di Galilei.

Si è somministrato, infine, un questionario di gradimento, dal quale sono emersi l'entusiasmo verso l'attività proposta e molti spunti di riflessione. Gli studenti hanno compreso quanto l'evoluzione del lessico specialistico rifletta e sia parte integrante dell'evoluzione dei concetti matematici. La lingua latina è divenuta, in tal modo, strumento anch'essa di analisi scientifica.

VI. Conclusioni

La conduzione di percorsi interdisciplinari strutturati tra latino e matematica rappresenta una innovazione possibile nel contesto didattico dei licei. Attività come quella proposta dimostrano la fattibilità in condizioni reali di questa interdisciplinarità. La nostra sperimentazione è stata svolta nella cornice del liceo matematico, in quanto, le risorse e le finalità di tale progetto ne hanno reso naturale lo svolgimento. Dal punto di vista del supporto alla didattica, si rende necessario un ampliamento della scelta dei testi latini ad includere i classici del pensiero scientifico fino all'età moderna.

Francesca Coppa
Sapienza Università di Roma

Piera Filippi
Liceo Scientifico Plinio Seniore, Roma

⋆

In questo lavoro presentiamo una proposta didattica (22 ore curriculari) riguardante percorsi comuni tra matematica e latino per il curriculo del liceo classico e scientifico, facendo leva sulle potenzialità didattiche, offerte dalla contemporanea presenza delle due materie in queste scuole. Proponiamo lo studio di alcuni testi in lingua latina, che testimoniano il passaggio al calcolo infinitesimale tra Seicento e Settecento. Viene analizzato il problema della brachistocrona, dal tentativo di risoluzione da parte di Galilei, nei *Discorsi*, all'analisi delle risoluzioni, avanzate dai fratelli Bernoulli negli «Acta eruditorum» del 1697. Riportiamo alcune osservazioni, a valle della sperimentazione, condotta nell'a.s. 2023/2024 in una classe quinta del liceo scientifico, con indirizzo di liceo matematico.

This paper presents a 22-hour educational proposal aimed at developing interdisciplinary pathways between mathematics and Latin within the curriculum of both classical and scientific high schools, emphasizing the educational potential arising from the simultaneous presence of these two subjects in these educational tracks. The study focuses on the analysis of Latin texts that document the transition to infinitesimal calculus during the 17th and 18th centuries. Specifically, the paper examines the problem of the brachistochrone curve, starting with Galileo's initial attempt to solve it in the Discorsi*, and extending to the solutions proposed by the Bernoulli brothers, published in the «Acta eruditorum» in 1697. The paper also includes observations on the outcomes of a classroom experiment conducted in the 2023/2024 academic year with a fifth-year class in the scientific high school, mathematical track.*

LA DISPUTA TRA NEWTON E LEIBNIZ

I. Finalità didattiche

– Far conoscere gli elementi dell'analisi matematica attraverso un'immersione nella storia e attraverso i passi che l'hanno progressivamente definita e formalizzata;

– guidare gli alunni all'acquisizione dell'uso dei simboli del calcolo infinitesimale attraverso un viaggio nella storia che permetta loro di utilizzare i testi originali;

– osservare l'utilizzo della lingua latina come mezzo di comunicazione ufficiale tra il XVII e il XVIII secolo.

II. Introduzione

Il primo approccio che i nostri studenti hanno con l'analisi matematica avviene in tante occasioni in matematica e soprattutto in fisica senza una introduzione formale che arriverà solo in seguito quando il formalismo sarà l'obiettivo principale. In fisica, già al primo anno, quando si studia la cinematica e si introduce il concetto di velocità istantanea, gli studenti vengono avvicinati al calcolo del limite del rapporto incrementale, seguendo un percorso intuitivo, di calcolo approssimato con la calcolatrice, visualizzabile attraverso rappresentazioni grafiche statiche o dinamiche utilizzando mezzi digitali. L'analisi matematica si usa ancor prima di formalizzarla e il momento della formalizzazione diventa di fondamentale importanza, un momento delicato non sempre semplice da affrontare. Il simbolismo che si utilizza è rigido, ogni termine ha un valore unico, imprescindibile, con un significato intrinseco che porta con sé chiarezza e semplicità di utilizzo. Far immergere gli studenti nella storia della matematica li aiuta a comprendere l'importanza dell'evoluzione del pensiero di un'epoca, la nascita del linguaggio specifico e le motivazioni del profondo interesse dei docenti per un determinato argomento.

III. L'importanza della storia della matematica

Per condurre gli studenti a capire l'importanza dell'analisi matematica e in particolare dell'analisi infinitesimale si inizia cercando di rispondere ad una semplice domanda: perché il nome 'analisi'? L'analisi matematica ('analisi', dal greco *análysis*, 'scioglimento') studia le proprietà delle funzioni scomponendole in parti infinitamente piccole (infinitesimi) e studiandone le proprietà (forme differenziali). Questo punto di partenza è fondamentale per comprendere l'importanza delle parole e dei loro significati. L'analisi matematica si fonda sul calcolo infinitesimale, che attraverso le nozioni di limite e continuità, studia il comportamento locale di una funzione utilizzando gli strumenti del calcolo differenziale (misura incrementi e variazioni delle grandezze) e del calcolo integrale (misura lunghezze di curve, area di superfici, volumi di solidi). Perciò attraverso una ricerca guidata si portano gli studenti a scoprire che il 'calcolo infinitesimale' ha avuto una crescita nulla fino al tardo '600, quando se ne occuparono Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, i due scienziati che inventarono il calcolo differenziale e il calcolo integrale, le due componenti del calcolo infinitesimale che permisero progressi enormi in tutti i campi tecnico-scientifici.

Gli studi e le analisi sul calcolo infinitesimale hanno fatto sí che oggi si possano utilizzare dei simboli che esprimono in modo conciso l'intima natura delle trasformazioni e ottimizzano lo sforzo del pensiero. Inizialmente, non si poteva immaginare che grazie agli studi di Newton e Leibniz la matematica avrebbe subito una rivoluzione; anzi, nacque presto una disputa sulla paternità della scoperta. Nel XVII secolo la scienza non era ancora considerata un'impresa collettiva. Le scoperte erano di proprietà di chi le realizzava e il riconoscimento che ne derivava serviva a impressionare vescovi, príncipi o altri benefattori, nella speranza di ottenere una carica prestigiosa. Le dispute sulla paternità dei risultati scientifici non erano rare, ma quella tra Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz impressionò persino i loro contemporanei non solo per l'intensità che raggiunse e la fama dei protagonisti, ma anche per l'oggetto del litigio: i due si contesero l'invenzione del calcolo infinitesimale, lo strumento su cui si basa buona parte della matematica moderna.

Per coinvolgere gli studenti e renderli partecipi nella costruzione del loro sapere si ricercano i documenti storici e si conducono nel vivo della disputa.

Sicuramente il primo matematico che pubblica una trattazione algebrica sintetica degli infinitesimi, introducendo una simbologia facile e intuitiva è Leibniz, nel 1684, con la pubblicazione negli «Acta eruditorum» della *Nova methodus pro maximis et minimis itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus* («Nuovo metodo per i massimi e i minimi, come anche per le tangenti, che non si arresta davanti a quantità frazionarie e irrazionali, e modo unico di calcolo per i suddetti»). Leibniz richiama l'opera di Fermat e sottolinea la maggior generalità del suo nuovo metodo. I metodi precedenti trovano il loro limite nella necessità di semplificare con artifici vari l'equazione, o meglio l'adeguazione.

Qualche anno prima di Leibniz, Newton ha elaborato una teoria analoga che però pubblicherà solo piú tardi. A differenza di Leibniz, che considera le grandezze come composte da parti infinitesime, Newton, piú attento alle questioni di dinamica e in genere del moto, le considera variabili in funzione del tempo: grandezze 'fluenti' che ad ogni istante avranno una determinata velocità o 'flussione'. Il calcolo infinitesimale di Newton ha tre redazioni principali: la prima è quella del *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, composta nel 1669 ma pubblicata solo nel 1711; la seconda è quella in cui compare la terminologia e la notazione tipica delle flussioni nella *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*, redatta nel 1671 e pubblicata nel 1742, e la terza è quella in cui si trova il metodo delle prime e ultime ragioni che appare nel *Tractatus de quadratura curvarum* ed è quello seguito nei *Philosophiae naturalis principia mathematica* che sono anche la prima opera ad essere pubblicata.

IV. Il simbolismo e le differenze tra Leibniz e Newton

La scelta didattica è quella di far scoprire agli studenti la nascita e la scelta del simbolismo attraverso l'analisi del testo.

Leibniz. L'articolo di Leibniz inizia subito con la descrizione delle regole di derivazione. Non è ancora affermata la nozione di funzione, ma il concetto di relazione tra variabili espressa da un'equazione $P(x, y) = 0$. Il problema della derivazione si presenta allora nella forma: data una relazione $P(x, y) = 0$ tra le variabili x e y trovare una relazione tra i loro differenziali. Inoltre, non avendo a disposizione un concetto chiaro di limite, la definizione della derivata prende altre vie e si appoggia a considerazioni piú intuitive che saranno in seguito oggetto di dure critiche. In Leibniz la derivata, o meglio il differenziale, è definito, rovesciando il punto di vista oggi usuale, mediante la tangente ed evitando ogni riferimento esplicito a quantità infinitesime:

Le regole esposte sono: se a è una quantità costante,

$$
\begin{aligned}
&da = 0 \\
&d\,ax = a\,dx \\
&d(z - y + w + x) = dz - dy + dw + dx, \\
&d\,xy = dx + dy
\end{aligned}
$$

e infine, posto $z = v/y$,

$$dz = \frac{(vdy - ydv)}{y^2}.$$

In questo modo si possono trovare le derivate di una potenza e poi da queste le derivate di una radice osservando che:

se $z = x^{1/k}$, allora $x = z^k$ e $dx = kx^{k-1}dz$, pertanto: $dz = \frac{1}{k} x^{\frac{1}{k}-1} dx$.

A questo punto è possibile differenziare qualsiasi combinazione di potenze e radicali, dunque praticamente qualsiasi funzione poiché tali combinazioni costituivano a quel tempo la quasi totalità delle funzioni considerate.

Newton. A differenza di Leibniz, le cui deduzioni sono di carattere puramente geometrico, statico, Newton, da fisico, considera le grandezze matematiche come generate da un moto continuo:

Quantitates mathematicas non ut ex partibus quam minimis constantes, sed ut motu continuo descriptas. Lineae describuntur ac describendo generantur non per appositionem partium, sed per motum continuum punctorum; superficies per motum linearum; solida per motum superficierum; anguli per rotazionem laterum; tempora per fluxum continuum et sic in caeteris

(Considero in questo lavoro le grandezze matematiche non come costituite di piccole parti a piacere ma come generate da un moto continuo. Le linee sono descritte e con ciò sono generate non mediante addizioni di parti, ma per moto continuo di punti; le superfici per moto di linee; i solidi per moto di superficie, gli angoli per rotazione dei loro lati, i tempi per flusso continuo e cosí in altri casi analoghi.

Newton era interessato a trovare le grandezze dalle velocità dei moti o degli incrementi con cui queste si ingenerano:

Considerando igitur quod quantitates aequalibus temporibus crescentes et crescendo genitae, pro velocitate maiori vel minori qua crescunt ac generantur, evadunt maiores vel minores; methodum quaerebam determinandi quantitates ex velocitatibus motuum vel incrementorum quibus generantur; et has motuum vel incrementorum velocitates nominando *fluxiones* et quantitates genitas nominando *fluentes* incidi paulatim annis 1665 et 1666 in *Methodum fluxionum*, qua hic usus sum in *Quadratura curvarum*

(Considerando, dunque, che le quantità che crescono in tempi uguali e che sono generate dalla crescita diventano maggiori o minori a seconda della maggiore o minore velocità con cui crescono e vengono generate, cercavo un metodo per determinare le quantità a partire dalle velocità dei moti o degli incrementi che le generano. E, chiamando queste velocità dei moti o degli incrementi 'flussioni' e le quantità generate 'fluenti', giunsi gradualmente negli anni 1665 e 1666 al *Metodo delle flussioni*, che ho utilizzato qui nella *Quadratura delle curve*).

La necessità di simboli specifici è spiegata da Newton nel *Tractatus de Quadratura curvarum*:

Quo tempore incidi in methodum serierum interminatarum convergentium necesse habui mutare notationem quae tunc in usu erat

(Quando mi sono imbattuto nel metodo delle serie convergenti ho dovuto cambiare la notazione allora in uso).

Nell'opera *Methodus fluxionum et serierium infinitarum*, che viene fatta risalire al 1671 ma pubblicata soltanto nel 1736, Newton introduce la notazione caratteristica del calcolo delle flussioni, concetti alla base dell'integrazione e della derivazione. Egli si avvicina molto al concetto moderno di derivata, senza però utilizzare la terminologia di limite; presentare il metodo delle flussioni e dei fluenti è pertanto un modo di introdurre il concetto di differenziale prima ancora di affrontare il calcolo differenziale:

Quantitates indeterminatas ut motu perpetuo crescentes vel decrescentes id est ut fluentes vel defluentes in sequentibus considero designoque literis z, y, x, v, et earum fluxiones seu celeritates crescendi noto iisdem literis punctatis $\dot{z}$, $\dot{x}$, $\dot{y}$

(Considero in ciò che segue quantità indeterminate crescenti o decrescenti come per un moto continuo cioè fluenti o defluenti e le indico mediante le lettere z, y, x, v, e rappresento le loro flussioni o le velocità con cui crescono mediante le stesse lettere puntate $\dot{z}$, $\dot{x}$, $\dot{y}$).

È importante poi soffermarsi a riflettere sul significato di 'Quadratura curvarum' (quadratura delle curve), ossia calcolare l'area racchiusa o sottesa ad una curva, principio del calcolo differenziale. Il problema fondamentale del calcolo integrale, ossia integrare una funzione data, è espresso da Newton, sotto forma di anagramma già in una lettera a Leibniz del 1676, nei termini seguenti:

Data aequatione quotcunque fluentes quantitates involvente, invenire fluxiones, et vice versa

(Data una relazione tra quantità fluenti, trovare la relazione tra le loro flussioni, e viceversa).

Ciò che differenzia maggiormente il metodo di Newton da quello di Leibniz è l'abile uso che il primo fa degli sviluppi in serie: Newton esprime le funzioni in termini di serie infinite, ossia su somme di infiniti termini i quali diventano via via sempre piú piccoli. Dalla combinazione del metodo delle flussioni con gli sviluppi in serie nasce quello che egli chiamava 'mio metodo', uno strumento molto potente del quale egli si serve per risolvere il problema dell'integrazione e che consente di calcolare la soluzione con il grado di precisione desiderato.

V. Dal metodo al linguaggio

Conoscere i due approcci al calcolo infinitesimale di Newton e Leibniz, attraverso lo studio di articoli accademici, permette di comprendere le loro differenze metodologiche e il contesto in cui la disputa si è sviluppata. In tale contesto, analizzare il differente uso che i due autori fanno di simboli matematici e del linguaggio specifico non solo porta a riflettere sui differenti approcci all'analisi matematica (statico e cinematico), ma al contempo può contribuire a potenziare le abilità di analisi induttiva. Pertanto, arrivati a questo punto del percorso, agli studenti si sottopongono brani in latino dei due autori. Tale operazione, inoltre, fornisce ai ragazzi un esempio concreto dell'uso del latino come lingua della comunità intellettuale europea, che ne evidenzia la duttilità come strumento di comunicazione e, nel caso specifico, di comunicazione scientifica, potenziando la percezione dell'utilità dello studio della lingua latina.

Il latino di Leibniz e Newton

L'analisi delle differenze dell'uso specifico di simboli e di lessico settoriale si intreccia con quella delle differenze nell'uso dello strumento linguistico: attraverso il metodo induttivo, durante l'attività laboratoriale di gruppo, gli studenti hanno rilevato le differenze tra il latino di Leibniz e quello di Newton sia nella struttura sintattica, sia nel lessico (in particolare nell'uso dei simboli matematici).

Partiamo dal testo di Leibniz, riprendendo il passo della *Nova methodus* già analizzato:

Sit axis AX et curvae plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatae ad axem normales VX, WX, YX, ZX, quae vocentur respective v, w, y, z; et ipsa AX abscissa ab axe vocetur x. Tangentes sint VB, WC, YD, ZE axi occurrentes respective in punctis B, C, D, E. Iam recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx et recta quae sit ad dx ut v (vel w vel y vel z) est ad VB (vel WC vel YD vel ZE) vocetur dv (vel dw vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum w aut y aut z). His positis calculi regulae erunt tales:

Sit a quantatitas data constans, erit da aequalis o et d ax erit aequalis dx; si sit y aequalis v (seu ordinata quaevis curvae YY aequalis cuivis ordinatae respondenti curvae VV) erit dy aequalis dv.

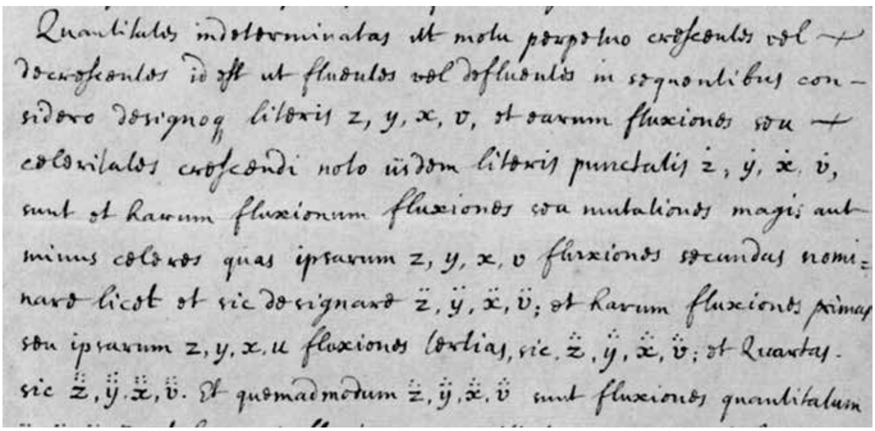
(Sia dato l'asse AX e piú curve come VV, WW, YY, ZZ, e le ordinate di un loro punto, normali all'asse, siano VX, WX, YX, ZX: queste si dicano rispettivamente v, w, y, z; ed il segmento AX, tagliato sull'asse sia detto x. Le tangenti siano VB, WC, YD, ZE, le quali incontrano l'asse rispettivamente nei punti B, C, D, E. Ora un segmento preso ad arbitrio sia detto dx ed un segmento che sta a dx, come v – o w, o y, o z – sta a VB – o WC o YD o ZE – sia detto dv – o dw, o dy, o dz – ossia differenza delle stesse v – o delle stesse w, o delle y, o delle z. Ciò posto, le regole, le regole del calcolo saranno queste:

Sia a una quantità data costante, sarà: da = o e d ax = a dx.

Se abbiamo y = v (ossia se un'ordinata qualsiasi della curva YY è uguale ad una qualsiasi ordinata corrispondente dalla curva VV), sarà dy = dv).

Nel passo è evidente l'uso che Leibniz fa dei simboli matematici; inoltre la sintassi è tendenzialmente paratattica, lineare, con un uso frequente della punteggiatura, di periodi brevi e di un congiuntivo indipendente suppositivo che riproduce, appunto in forma paratattica, una struttura condizionale. Uno stile, dunque, piú che 'narrativo', 'descrittivo', essenziale, oggettivo, tecnico, molto simile a quello dei moderni testi matematici.

La lettura del passo di Newton pone gli studenti di fronte a uno stile diverso:


Quantitates indeterminatas ut motu perpetuo crescentes vel decrescentes id est ut fluentes vel defluentes in sequentibus considero designoque literis z, y, x, v, et earum fluxiones seu celeritates crescendi noto iisdem literis punctatis $\dot z$, $\dot y$, $\dot x$, $\dot v$, sunt et harum fluxionum fluxiones seu mutationes magis aut minus celeres quas ipsarum z, y, x, v fluxiones secundas nominare licet et sic designare $\ddot z$, $\ddot y$, $\ddot x$, $\ddot v$; et harum fluxiones primas seu ipsarum z, y, x, v fluxiones tertias, sic $\dddot z$, $\dddot y$, $\dddot x$, $\dddot v$; et quartas sic $\ddddot z$, $\ddddot y$. $\ddddot x$, $\ddddot v$. Et quemadmodum $\dddot z$, $\dddot y$. $\dddot x$. $\dddot v$ sunt fluxiones quantitatum

Lo scienziato parla in prima persona e cosí sembra condurre il lettore alla scoperta degli aspetti rilevanti da lui elaborati. Si esprime in modo chiaro e diretto: i periodi sono immediatamente riconoscibili, legati a volte da nesso relativo, con punteggiatura essenziale; prevalgono le forme verbali all'indicativo (specialmente presente e perfetto), che descrivono quanto osservato e elaborato dallo studioso stesso; Newton procede descrivendo le flussioni in modo graduale, definendo i segni con cui rappresentarle.

Il passo è proposto agli studenti in forma manoscritta: ciò permette alcune osservazioni grafiche. Innanzitutto si nota la legatura di *e* seguita da consonanti: sembra un occhiello; all'interno di parola la *t* non presenta il trattino orizzontale; l'asta della *d* è ricurva a sinistra; la *r* prevalentemente è legata alla lettera precedente e seguente; a fine riga non si lascia spazio; l'enclitica *-que* è abbreviata (q_3); la lettera *x* è l'accostamento di due *c* di cui la prima rovesciata; spesso la *a* non è chiusa (per es. *secundas* in sesta riga). La regolarità dell'esecuzione grafica è uno strumento comunicativo efficace: la scrittura di Newton è leggibile senza difficoltà e ciò rende valida la trasmissione della conoscenza.

In definitiva, Leibniz e Newton adattano lo strumento linguistico ai loro scopi comunicativi, manifestando scelte piú e meno 'moderne'.

VI. La fase conclusiva dell'attività didattica

A conclusione del percorso, si sono proposte diverse attività, nell'ottica della didattica interdisciplinare e laboratoriale:

– mediante la tecnica del *role-playing*, gli studenti provano a ricreare il contesto della disputa e a immedesimarsi nei due contendenti, riproducendo, in forma scritta o multimediale, i loro aspetti caratteriali e le loro argomentazioni in un'immaginaria intervista doppia o un confronto/scontro diretto;

– la medesima attività (ricreazione del contesto della disputa e immedesimazione nei due contendenti) viene organizzata nella forma del *debate*;

– gli studenti restituiscono le loro impressioni documentate e ragionate in un testo argomentativo relativo alla disputa.

VII. Conclusioni e riflessioni

Il latino, lingua utilizzata tra i dotti europei anche come strumento di comunicazione scientifica nel XVII e nel XVIII secolo, ha contribuito ampiamente alla diffusione delle nuove conoscenze. Lo stesso Galileo Galilei, una generazione prima di Leibniz e Newton, nelle prime opere adopera il latino; poi cambia idea e adotta l'italiano letterario, con l'intento di permettere a un numero piú vasto possibile di fruitori l'accesso alle conoscenze scientifiche, evidenziando quale sia per lui il valore della scienza.

La matematica ha un suo vocabolario, le sue regole, i suoi simboli, la sua storia. Come la grammatica è quel complesso di regole necessarie alla costruzione di frasi, sintagmi e parole di una determinata lingua, il linguaggio matematico moderno, fatto di simboli riconosciuti in tutto il mondo, codifica informazioni difficili da scrivere in qualsiasi altro modo e che la storia ci aiuta a comprendere. L'evoluzione del linguaggio matematico espresso in lingua latina e poi nelle lingue nazionali, può aiutare gli studenti a comprendere l'importanza del riconoscimento di un sistema di simboli condiviso.

Alessandra Ceroni - Silvia Perini
Anna Rita Petrillo - Elena Petterlini
Liceo Scientifico Giuseppe Peano, Monterotondo

*

L'intervento, inserito all'interno di un percorso piú ampio denominato 'La storia dei limiti', affrontando i concetti dell'infinitamente piccolo e dell'infinitamente grande, ha voluto stimolare gli studenti di un quarto anno di liceo scientifico, facendoli avvicinare allo studio dell'analisi matematica da un punto di vista storico scientifico, attraverso l'analisi degli scritti originali. Le ore dedicate al percorso durante il laboratorio matematico, hanno permesso di introdurre il tema e affrontare i concetti matematici partendo dalla ricerca, traducendo i testi latini e facendo un'analisi dei simboli matematici introdotti. L'attività laboratoriale e interdisciplinare è scaturita da tre domande. Come si introduce l'analisi matematica al liceo? Quando si inizia effettivamente a parlarne? Come si può sviluppare il percorso? Nella fase finale, l'attività ha portato a una riflessione sull'utilizzo della lingua latina come strumento della comunicazione scientifica.

The contribution, situated within a broader educational framework titled 'The History of Limits', which explores the concepts of the infinitely large and the infinitely small, aims to engage fourth-year scientific high school students in the study of calculus from a historical-scientific perspective, through the analysis of original manuscripts. The time allocated for this path, within the framework of Math Laboratory classes, facilitated the introduction of the topic and the exploration of mathematical concepts, starting from research, translating Latin texts, and analysing the introduced mathematical symbols. The activities of the Multidisciplinary Laboratory began with three fundamental questions: How is calculus introduced in high school? When does it start being seriously discussed? How can the learning path be shaped? During the final phase, the activities focused on reflecting on the role of Latin as a language of scientific communication.

LE *DISQUISITIONES ARITHMETICAE* DI GAUSS: PROPOSTE PER UNA DIDATTICA INTERDISCIPLINARE TRA MATEMATICA E LATINO

I. Introduzione

Nel presente articolo ci proponiamo di indicare alcuni brani tratti dalle *Disquisitiones arithmeticae* di Gauss, la lettura e l'analisi dei quali possono essere portate avanti nei corsi di laurea in lettere antiche o in matematica e nei percorsi dei licei matematici presso le scuole secondarie di secondo grado. Contestualmente ad una brevissima presentazione biografica del *princeps mathematicorum*, faremo una riflessione su quanto diffusamente il latino sia stato usato in età moderna per le comunicazioni scientifiche. Analizzeremo successivamente lo stile del latino che Gauss usa nelle sue opere e, servendoci di alcuni documenti, metteremo in evidenza la grande attenzione che ha impiegato nella sua scrittura. Chiuderemo con una significativa antologia di passi latini tratti dal suo primo capolavoro matematico che possono essere studiati ed analizzati in diversi contesti.

II. Il latino come lingua della scienza

Grazie ai suoi studi classici finanziati dal duca di Brunswick presso il prestigioso Collegium Carolinum, Gauss acquisí un'eccellente padronanza del latino. Era convinto infatti che tale lingua ben si prestasse come strumento universale per le comunicazioni scientifiche. Egli si inserí in una tradizione secolare che aveva spinto scienziati moderni a scrivere le loro opere in latino. Tra i tanti, citiamo a titolo d'esempio il trattato astronomico *Sidereus nuntius* di Galilei del 1610, i trattati di meccanica di Huygens *De motu corporum ex percussione* del 1656 e *Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum* del 1673, i celebri *Philosophiae naturalis principia mathematica* pubblicati nel 1687 da Newton. In campo medico ricordiamo il *De sedibus et causis morborum per anatomen indagatis* di Morgagni del 1761, in ambito biologico la *Micrographia* di Hooke dato alle stampe nel 1665, il *Systema naturae* di Linneo del 1735 e i trattati di Malpighi *De bombyce* del 1669, *De formatione pulli in ovo* del 1673 e *Anatomes plantarum* del 1675. Lo studio sistematico e scientificamente condotto dell'armonia era molto in voga nei secoli XVII e XVIII: Euler pubblicò in lingua latina i suoi studi nell'opera *Tentamen novae theoriae musicae* nel 1739.

Venendo all'ambito matematico, citiamo gli autori che Gauss stesso tenne moltissimo in considerazione: i *Theoremata de quadratura hyperboles, ellipsis et circuli* di Huygens del 1651, l'*Enumeratio linearum tertii ordinis* del 1704 e l'*Arithmetica universalis* del 1707 di Newton, i trattati di Euler *Introductio in analysin infinitorum* del 1748 e *Institutionum calculi integralis* pubblicato in piú volumi dal 1768 al 1794. Ci appare chiaro che in età moderna ogni scoperta scientifica innovativa (l'esistenza di esseri viventi microscopici, le leggi della meccanica) come pure ogni rifondazione rivoluzionaria del sapere (l'eliocentrismo, la moderna sistematica degli esseri viventi, l'introduzione dei temperamenti ciclici) dovesse essere affidata alla lingua latina.

Gauss scelse di scrivere in latino le sue tre piú importanti opere: le *Disquisitiones arithmeticae* del 1801, la *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium*, un trattato di astronomia del 1809 in cui raccolse i suoi studi su come i pianeti maggiori disturbano le orbite degli asteroidi del sistema solare, e le *Disquisitiones generales circa superficies curvas*, un testo di geometria differenziale del 1827. Si serví del latino per scrivere anche altre memorie come la sua tesi di dottorato *Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*, in cui diede una dimostrazione sostanzialmente corretta del teorema fondamentale dell'algebra. Non pienamente soddisfatto, diede poi altre due dimostrazioni del medesimo teorema, una nella *Demonstratio nova altera theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse* e ancora nel lavoro *Theorematis de resolubilitate functionum algebraicarum integrarum in factores reales demonstratio tertia*, entrambi pubblicati nel 1816. Citiamo poi la *Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi* del 1815, contenente il metodo di quadratura degli integrali che oggi porta il suo nome, e la *Theoria residuorum biquadraticorum* con contributi del 1828 e del 1832.

Trentenne, Gauss si rese conto che se l'appoggio economico del duca gli fosse venuto meno, avrebbe vissuto in ristrettezze; divenne cosí professore di astronomia e direttore dell'Osservatorio di Gottinga e si dedicò agli studi di scienze applicate. In questa seconda fase della sua carriera Gauss abbandonò via via il latino preferendo utilizzare, anche e soprattutto su richiesta dei suoi studenti, corrispondenti e collaboratori scientifici, il tedesco per le sue pubblicazioni. A titolo d'esempio citiamo il trattato di ottica *Über die achromatischen Doppelobjective besonders in Rücksicht der vollkommnern Aufhebung der Farbenzerstreuung* del 1817, i lavori di geodesia *Untersuchungen über Gegenstände der Höheren Geodësie* del 1845 e del 1847, gli studi sul magnetismo contenuti in *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins* dal 1837 al

1840. Piú prevedibilmente, il fitto epistolario che vide Gauss in corrispondenza con Bolyai, Bessel, von Humboldt e altri è interamente scritto in lingua tedesca.

Risulta che Gauss è stato l'ultimo grande studioso ad usare il latino per le comunicazioni scientifiche. Nella seconda metà dell'Ottocento ormai le spinte nazionali diventarono sempre piú forti, gli studiosi abbandonarono l'uso del latino preferendo utilizzare le lingue locali ed in alcuni casi si tradussero in lingue correnti le opere latine piú notevoli. È celebre l'opera del 1748 *Instituzioni analitiche ad uso della gioventú italiana*, una libera traduzione di Maria Gaetana Agnesi dei testi di Euler.

III. Lo stile latino di Gauss: la lettera a Zimmermann

Soffermiamoci ora sullo stile del latino che Gauss usa nelle sue opere. In *Gauss: Titan of Science*, Dunnington riporta:

According to Moritz Cantor[1], Gauss wrote a classical Latin, giving rise to the expression that Cicero, if he could understand the mathematics of it, would have censured nothing in the Gaussian Latinity, except perhaps several customary incorrect modes of expression which Gauss used purposely. But it was Latin just the same and therefore attractive and stimulating to only a narrow circle of readers[2].

Leggiamo in questo passo che il latino di Gauss è molto classico, ciceroniano per cosí dire. Aggiungiamo noi molto ricercato, con periodi lunghi e ricchi di subordinate; prevale la costruzione passiva impersonale ed è ricco di sottintesi, tipici della lingua latina e necessari al discorso matematico. Ma Dunnington stesso aggiunge che ormai la lingua latina era riservata ad un circolo molto ristretto di studiosi, fatto che, come abbiamo detto sopra, spingerà Gauss ad abbandonarla.

Non contento del proprio sforzo compositivo, su suggerimento del suo mentore Zimmermann[3], Gauss decise di sottoporre le prime pagine delle *Disquisitiones arithmeticae* a Meyerhoff[4]. Il 22 novembre del 1797 Gauss com-

1. Moritz Cantor (1829-1920) è stato uno storico della matematica e fondatore di numerose riviste scientifiche. Fu allievo di Gauss e Weber presso l'Università di Gottinga.

2. G.W. Dunnington, *Carl Friedrich Gauss: Titan of Science*, New York 1955 (rist. 2002), p. 38.

3. Eberhard A.W. Zimmermann (1743-1815) è stato docente di matematica e scienze di Gauss presso il *Collegium Carolinum*. Fu negli anni successivi un punto di riferimento costante per la sua carriera.

4. Johann H.J. Meyerhoff (1770-1812) fu compagno di studi di Gauss ai tempi del Collegium Carolinum. Latinista, si distinse all'epoca per i suoi studi filologici sui Fenici.

menta in una lettera a Zimmermann le osservazioni ricevute. Riportiamo nel seguito i passi di nostro interesse[5]. Dai suoi commenti risulta subito chiaro a Gauss che Meyerhoff aveva potuto dare solo una lettura superficiale agli scritti sottopostigli, soffermandosi sulla correttezza dal punto di vista grammaticale e fraintendendo piú volte i significati matematici. È indicativo il fatto che Meyeroff non conoscesse la parola algoritmo o il termine latino *figura*, comunemente usato per significare cifra:

Sono molto grato al signor Meyerhoff per la sua gentile collaborazione. Spero di potervi inviare un considerevole pacchetto al piú presto, forse con il prossimo giorno della posta. Non posso estrarre una parte del testo poiché spesso devo far riferimento a parti precedenti, altrimenti avreste già ricevuto alcuni fascicoli da parte mia. Inoltre, allego le annotazioni del signor Meyerhoff in modo che possiate vedere come le ho utilizzate. Comprendo certamente che per il signor Meyerhoff possa non essere un lavoro particolarmente piacevole, poiché sembra non essere molto familiare con la matematica e sembra trattarla solo come una lettura. Infatti la parola *algorithmus* gli era sconosciuta.

Venendo alle scelte sintattiche invece, Meyerhoff fa notare a Gauss che è inappropriato costruire in latino il periodo ipotetico dell'oggettività con il congiuntivo nella protasi:

Tuttavia, mi permetto di dissentire da lui su un punto. So bene che il *si* con il congiuntivo non è corretto in latino, solo i matematici piú recenti sembrano aver fatto propria la regola di usare sempre il congiuntivo nelle ipotesi e nelle definizioni. Non ricordo alcun esempio del contrario, e in Huygens, che mi sembra scrivere il latino piú elegante di tutti i matematici moderni e che ho volutamente cercato per tale motivo, trovo sempre il congiuntivo in questi casi. Apro a caso e trovo: *Opera*, p. 156 *Quodsi fuerit*, p. 157 *Si sit, si fiat, si agitetur*, p. 158 *si suspendatur*, p. 188 e sg. ci sono decine di esempi. Poiché quindi il voler essere un autentico antico romano in questo caso sarebbe solo un purismo (che sarebbe tanto meno ammissibile per me, dato che sono ben consapevole di non esserlo in tutto e per tutto) e la questione in sé non è assurda, ho seguito la corrente. Spero che il signor Meyerhoff non si offenda.

Gauss si giustifica quindi dicendo di aver preso come modello il latino del celebre studioso Huygens, il quale fa uso diffusamente nelle sue opere del costrutto incriminato. È da dire però che Gauss vi ricorre molto raramente nella sua opera. Una domanda a cui vale la pena di rispondere è quando tale

5. Per l'originale completo in lingua tedesca si veda H. Poser, *Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Eberhard August Zimmermann*, Göttingen, 1987, pp. 28-30.

costruzione sintattica sia divenuta comune nei testi scientifici. Commentiamo gli altri suggerimenti:

Non sono riuscito a scoprire cosa gli fosse incomprensibile nell'*accedere possunt* a p. 5, quindi l'ho lasciato cosí com'è.

Si fa riferimento all'art. 8 che recita: «Ex art. praec. AB ≡ ab, et ob eandem rationem ABC ≡ abc; eodemque modo quotcunque alii factores accedere possunt». Si tratta della proprietà di invarianza per moltiplicazione delle congruenze numeriche rispetto ad uno stesso modulo intero. Possiamo tradurre tale passo come: «Dall'articolo precedente risulta che AB ≡ ab e per lo stesso motivo ABC ≡ abc; allo stesso modo possono essere moltiplicati un qualsiasi numero di altri fattori». Nei dizionari di latino in corrispondenza del lemma *accedo* leggiamo il significato 'avvicinare', 'accostare', quando inteso transitivamente. Nel testo matematico l'uso è sicuramente figurato (nel senso di porre le lettere vicine per effettuare una moltiplicazione): ciò probabilmente ha messo in difficoltà il Meyerhoff.

Successivamente Gauss si trova a dover rispondere di una errata costruzione del testo, palesemente dovuta ad una incomprensione dei significati matematici:

Il passaggio a p. 7, che nella versione precedente riportava *si numeri decadice expressi figurae singulae sine respectu loci quem occupant addantur*, è stato frainteso dal signor Meyerhoff, perché verosimilmente non sapeva che *figurae* significa cifre; ha preso *numeri* per il nominativo del plurale e *figurae* per il dativo del singolare e quindi mi ha fatto notare che non è usuale.

L'estratto fa riferimento all'art. 12. *Quaedam applicationes.* Si parla in esso del ben noto criterio di divisibilità per nove. Secondo Meyerhoff la costruzione sintattica avrebbe dovuto essere *si addantur numeri expressi decadice singulae figurae sine respectu loci quem occupant*, che può essere tradotta come: «se si sommano i numeri espressi in notazione decimale ad una singola figura, indipendentemente dal posto che occupano». Tale traduzione non ha alcun senso (matematico) come Meyerhoff deve aver notato e di sicuro non è l'usuale modo di enunciare il criterio di divisibilità per nove. Ciò è dovuto, come Gauss stesso dice, all'aver preso *numeri expressi* come nominativo e *figurae singulae* come dativo. La costruzione corretta è *si addantur singulae figurae numeri expressi decadice sine respectu loci quem occupant*, in cui *figurae singulae* è il nominativo plurale e *numeri expressi* è genitivo singolare. Lo traduciamo: «se si somma ogni singola cifra di un numero espresso in notazione decimale, indipendentemente dal posto che occupa». Gauss conclude le sue considerazioni dicendo quanto segue:

Proprio per questo motivo un matematico non interpreterà facilmente in modo errato, soprattutto perché non ha senso; ho comunque disposto le parole in modo diverso.

Nella versione data alle stampe nel 1801 leggiamo infatti il seguente riordinamento:

si figurae singulae numeri decadice expressi sine respectu loci quem occupant addantur.

Osserviamo che in questo passo appare il costrutto *si* con congiuntivo nel periodo ipotetico dell'oggettività: *si addantur*. È interessante notare la presenza dell'avverbio *decadice*, che intendiamo riferito ad un numero intero scritto «in notazione decimale», cioè secondo le potenze di dieci. Si tratta probabilmente di un neologismo tecnico di cui origine e uso sono da investigare.

IV. Antologia gaussiana

Ci sembra doveroso suggerire alcuni passi delle *Disquisitiones arithmeticae* che potrebbero essere studiati nei corsi universitari di matematica o di letteratura latina e durante le lezioni del liceo matematico presso le scuole secondarie di secondo grado. La dedica al duca di Brunswick può essere letta e commentata senza difficoltà poiché non presenta alcun contenuto tecnico. Essa esprime tutta la riconoscenza del giovane Gauss verso l'uomo che ha patrocinato i suoi studi:

Principe Serenissimo, Summae equidem felicitati mihi duco, quod celsissimo nomini Tuo hoc opus inscribere mihi permittis, quod ut Tibi offeram sancto pietatis officio obstringor. Nisi enim Tua gratia, Serenissime Princeps, introitum mihi ad scientias primum aperuisset, nisi perpetua Tua beneficia studia mea usque sustentavissent, scientiae mathematicae, ad quam vehementi semper amore delatus sum, totum me devovere non potuissem.

Il suo mecenate gli ha permesso di coronare tutti i suoi sforzi occupandosi della pubblicazione:

Quas quum tandem in lucem emittere cuperem, Tua munificentia cuncta, quae editionem remorabantur, obstacula removit.

Un altro passo interessante è quello in cui Gauss esprime gratitudine al duca per aver sovvenzionato la pubblicazione di un testo di matematica pura, disciplina definita da Gauss «importantissima per accrescere la prosperità della società umana». Fatto che, se non raro, doveva evidentemente risultare insolito all'epoca, visto il pregiudizio comune verso tale scienza:

neque eas scientias, quae vulgo abstrusiores et a vitae communis utilitate remotiores creduntur, a patrocinio Tuo exclusas esse, quum Tu ipse intimum scientiarum omnium inter se et necessarium vinculum mente illa sapientissima omniumque quae ad humanae societatis prosperitatem augendam pertinent peritissima, penitus perspexeris.

Non deve essere trascurata nemmeno la prefazione dello stesso autore, che, se pure cita nomi di studiosi e i loro risultati aritmetici, sicuramente è accessibile ai non addetti ai lavori. Si parte dichiarando il soggetto delle ricerche contenute nel testo: i numeri interi, a volte i razionali, mai gli irrazionali:

Disquisitiones in hoc opere contentae ad eam matheseos partem pertinent, quae circa numeros integros versatur, fractis plerumque, surdis semper exclusis.

Dopo si chiarisce cosa sia l'aritmetica superiore, ovvero, non il banale far di conto, ma l'insieme delle ricerche generali sui numeri interi:

e re esse videtur, duas arithmeticae partes distinguere, illaque ad arithmeticam elementarem referre, omnes autem disquisitiones generales de numerorum integrorum affectionibus propriis arithmeticae sublimiori, de qua sola hic sermo erit, vindicare.

Successivamente l'autore fa un *excursus* sui grandi nomi e i loro contributi a questa materia. Si loda l'eleganza di Euclide:

Pertinent ad Arithmeticam Sublimiorem ea, quae Euclides in Elementis L. VII sqq. elegantia et rigore apud veteres consuetis tradidit.

Si ammira poi la sagacia di Diofanto, soprattutto vista la limitatezza delle conoscenze dell'epoca:

Diophanti opus celebre, quod totum problematis indeterminatis dicatum est, multas quaestiones continet, quae propter difficultatem suam artificio rumque subtilitatem de auctoris ingenio et acumine existimationem haud mediocrem suscitant, praesertim si subsidiorum quibus illi uti licuit tenuitatem consideres.

Si deve molto soprattutto ai moderni che hanno portato alla gloria questa disciplina:

Longe plurima recentioribus debentur, inter quos pauci quidem sed immortalis gloriae viri P. de Fermat, L. Euler, L. La Grange, A.M. Le Gendre (ut paucos alios praeteream) introitum ad penetralia huius divinae scientiae aperuerunt, quantisque divitiis abundent patefecerunt.

Nelle parole successive Gauss racconta di come ha cominciato ad interessarsi a questo soggetto e di quanto a lungo vi abbia dedicato le sue ricerche, ignorando i traguardi ottenuti dai suoi contemporanei nello stesso ambito:

monendum esse duxi, me, quum primum initio a. 1795 huic disquisitionum generi animum applicavi, omnium quae quidem a recentioribus in hac arena elaborata fuerint ignarum, omniumque subsidiorum per quae de his quidpiam comperire potuissem expertem fuisse.

Passa poi a scusarsi con Le Gendre per non aver citato a dovere i suoi enunciati pubblicati nell'*Essai d'une theorie des nombres*, dato alle stampe poco prima delle *Disquisitiones arithmeticae*, e ne auspica la magnanimità:

Prodiit interea opus egregium viri iam antea de Arithmetica Sublimiori magnopere meriti, Le Gendre *Essai d' une theorie des nombres, Paris a. VI*, in quo non modo omnia quae hactenus in hac scientia elaborata sunt diligenter collegit et in ordinem redegit, sed permulta insuper nova de suo adiecit. Quum hic liber serius ad manum mihi pervenerit, postquam maxima operis pars typis iam exscripta esset; nullibi, ubi rerum analogia occasionem dare potuisset, eius mentionem iniicere licuit; de paucis tantummodo locis quaedam observationes in *Additamentis* adiungere necessarium videbatur, quas vir humanissimus et candidissimus benigne ut spero interpretabitur.

Appressandosi a concludere Gauss avvisa il lettore che molti dettagli nelle dimostrazioni sono omessi per dovere di brevità; ciò, unito all'estrema ricercatezza del latino usato, potrebbe rendere un po' oscuri alcuni passi:

Quod, in pluribus quaestionibus difficilibus, demonstrationibus syntheticis usus sum, analysinque per quam erutae sunt suppressi, imprimis brevitatis studio tribuendum est, cui quantum fieri poterat consulere oportebat.

Riassumendo quanto poi sarà detto in apertura della settima sezione, l'autore assicura che, nonostante i contenuti di quest'ultima siano tipicamente di pertinenza della geometria, per ottenerne i risultati elencati siano stati utilizzati solo metodi aritmetici studiati nei capitoli precedenti:

Theoria divisionis circuli, sive polygonorum regularium, quae in sect. VII tractatur, ipsa quidem per se ad arithmeticam non pertinet, attamen eius principia unice ex arithmetica sublimiori petenda sunt: quod forsan geometris tam inexspectatum erit, quantum veritates novas, quas ex hoc fonte haurire licuit, ipsis gratas fore spero.

In chiusura l'autore dichiara la sua speranza che chi ama la matematica possa apprezzare appieno i contenuti della sua grandiosa opera:

Haec sunt, de quibus lectorem praemonere volui. De rebus ipsis non meum est iudicare. Nihil equidem magis opto, quam ut iis, quibus scientiarum incrementa cordi sunt, placeant, quae vel hactenus desiderata explent, vel aditum ad nova aperiunt.

Nella prima sezione, *De numerorum congruentia in genere*, vengono introdotte la congruenza tra due numeri interi modulo un intero positivo e tutte le proprietà aritmetiche di questa relazione di equivalenza. La lettura per i non addetti ai lavori può procedere fino alla fine di questa sezione con un ragguaglio sugli elementari contenuti aritmetici, che si spingono fino alla prova della validità della cosiddetta prova del nove. Ne caldeggiamo la lettura agli studenti dei corsi di laurea in matematica. Tale sezione può altresí essere utilizzata per costruire un innovativo progetto per il liceo matematico che lega interdisciplinarmente la matematica e il latino. Sono numerosi i percorsi in cui compaiono le congruenze numeriche e le loro applicazioni alla crittografia; l'aggiunta o meglio, il partire da queste pagine porterebbe allo studio quell'indubbio vantaggio che solo la lettura dei testi originali sa dare. La definizione iniziale dell'art. 1 ci dà subito un'idea dello stile gaussiano, asciutto, elegante ed estremamente formale:

Si numerus a numerorum b, c differentiam metitur, b et c secundum a congrui dicuntur, sin minus, incongrui: ipsum a modulum appellamus. Uterque numerorum b, c priori in casu alterius residuum, in posteriori vero nonresiduum vocatur.

Nell'art. 2, Gauss introduce il simbolo della congruenza usato ancora oggi:

Numerorum congruentiam hoc signo, $\equiv$, in posterum denotabimus, modulum ubi opus erit in clausulis adiungentes, $-16 \equiv 9$ (*mod.* 5), $-7 \equiv 15$ (*mod.* 11)*).

In una nota a piè di pagina l'autore ne riconosce la paternità a Le Gendre, precisando però che questi lo confondeva spesso col simbolo di uguale nei suoi scritti, e che invece lui sceglie di usarlo rigorosamente in tutta l'opera per evitare ambiguità:

*) Hoc signum propter magnam analogiam quae inter aequalitatem atque congruentiam invenitur adoptavimus. Ob eandem caussam ill. Le Gendre in comment. infra saepius laudanda ipsum aequalitatis signum pro congruentia retinuit, quod nos ne ambiguitas oriatur imitari dubitavimus.

Come detto sopra, si può procedere con la lettura dell'intera prima sezione, fino all'art. 12, in cui è contenuto il passo, già ampiamente discusso, del criterio di divisibilità per nove:

Secundum modulum 9 omnes numeri 10 potestates unitati sunt congruae: quare si numerus propositus habet formam a + 10b + 100c + etc., idem residuum minimum secundum modulum 9 dabit, quod a + b + c + etc. Hinc manifestum est, si figurae singulae numeri decadice expressi sine respectu loci quem occupant addantur, summam hanc numerumque propositum eadem residua minima praebere, adeoque hunc per 9 dividi posse, si illa per 9 sit divisibilis, et contra.

e la spiegazione del funzionamento della prova del nove utilizzata per testare la correttezza delle operazioni:

Nec minus ex praecedentibus petenda est ratio regularum, quae ad verificationem operationum arithmeticarum vulgo commendantur. Scilicet si ex numeris datis alii per additionem, subtractionem, multiplicationem aut elevationem ad potestates sunt deducendi: substituuntur datorum loco residua ipsorum minima secundum modulum arbitrarium (vulgo 9 aut 11, quoniam in nostro systemate decadico secundum hos, uti modo ostendimus, residua tam facile possunt inveniri). Numeri hinc oriundi illis, qui ex numeris propositis deducti fuerunt, congrui esse debent; quod nisi eveniat, vitium in calculum irrepsisse concluditur.

Agli specialisti e studiosi di matematica, dato l'alto valore istruttivo, consigliamo di leggere l'art. 16 in cui si dimostra il teorema fondamentale dell'aritmetica (*Theorema. Numerus compositus quicunque unico tantummodo in factores primos resolvi potest*); l'art. 35, in cui Gauss spiega come risolvere i sistemi di congruenze lineari in una sola incognita; l'art. 36 che tratta il celebre teorema cinese dei resti; gli art. 38 sg. sulla funzione totiente di Euler (*Problema. Invenire, quot numeri positivi dentur numero positivo dato A minores simulque ad ipsum primi*); l'art. 40 sulle identità di Bézout per il MCD di due o piú numeri interi (*Si maximus numerorum A, B, C, D etc. divisor communis* $= \mu$*; a, b, c, d etc. ita determinari possunt, ut sit* $aA + bB + cC + \text{etc.} = \mu$); l'art. 42, che enuncia e dimostra il notevolissimo lemma di Gauss sulla riducibilità dei polinomi a coefficienti interi (*Si coefficientes A, B, C … N; a, b, c … n duarum functionum formae* $x^m + Ax^{m-1} + Bx^{m-2} + Cx^{m-3} + \ldots + N$ *[P],* $x^\mu + ax^{\mu-1} + bx^{\mu-2} + cx^{\mu-3} + \ldots + n$ *[Q], omnes sunt rationales, neque vero omnes integri, productumque ex [P] et [Q]* $x^{m+\mu} + \mathfrak{A}x^{m+\mu} +$

$\mathfrak{B}x^{m+\mu-2}$ + etc. + $\mathfrak{I}$ omnes coefficientes $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, … $\mathfrak{I}$ integri esse nequeunt); l'art. 131 che enuncia la legge di reciprocità quadratica (*Si p est numerus primus formae 4n + 1, erit + p, si vero p formae 4n + 3, erit -p residuum vel non-residuum cuiusvis numeri primi qui positive acceptus ipsius p est residuum vel non-residuum*); l'art. 341 in cui si enuncia e si dimostra per la prima volta l'irriducibilità del polinomio ciclotomico di ordine un numero primo (*Theorema. Si functio X per functionem inferioris gradus* $P = x^\lambda + Ax^{\lambda-1} + Bx^{\lambda-2} + \ldots + Kx + L$ *est divisibilis, coefficientes A, B … L omnes integri esse nequeunt*).

Suggeriamo infine l'introduzione e la conclusione della settima sezione, *De aequationibus circuli sectiones definientibus*, dedicata alla costruzione esatta con riga e compasso dei poligoni regolari, in cui Gauss ci spiega come ha trovato la soluzione di un problema millenario che ha interessato i matematici di ogni epoca[6]:

> Hinc colligitur generaliter, ut circulus geometrice in N partes dividi possit, … requiritur, ut N neque ullum factorem primum imparem qui non est formae $2^m + 1$, implicet, neque etiam ullum factorem primum formae $2^m + 1$ pluries. Huiusmodi valores ipsius N infra 300 reperiuntur hi 38: 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 17, 20, 24, 30, 32, 34, 40, 48, 51, 60, 64, 68, 80, 85, 96, 102, 120, 128, 136, 160, 170, 192, 204, 240, 255, 256, 257, 272.

dopo aver avvisato preliminarmente il lettore che non è possibile costruire esattamente poligoni con un numero di lati diverso da quelli elencati:

> tamen monendum esse duximus, ne quis adhuc alias sectiones praeter eas, quas theoria nostra suggerit, e. g. sectiones in 7, 11, 13, 19 etc. partes, ad constructiones geometricas perducere speret, tempusque inutiliter terat.

V. Conclusione

Con la scelta dei passi che abbiamo proposto, speriamo di aver dato un'idea tanto della profondità dei contenuti matematici quanto della raffinatezza della lingua utilizzata da Gauss nell'enunciarli. Siamo fermamente convinti che da un lato lo studio della storia della matematica attraverso le fonti originali possa dare maggiore completezza e rigore alla formazione di quanti si occupano di tale disciplina; dall'altro riteniamo opportuno che quanti invece studiano i testi antichi e medievali affrontino anche la lettura delle opere latine piú recenti, cosí da approfondire l'evoluzione del latino

6. Per una traduzione italiana della settima sezione, rimandiamo alla tesi di laurea triennale di A. Cigliola, *L'alba dell'Algebra moderna nelle Disquisitiones arithmeticae di Carl Friederich Gauss*, Diss. Univ. Bari 2005-2006 (supervisore Margherita Barile).

universale e vivo, usato per la comunicazione scientifica. Non da ultimo, lo studio della letteratura latina scientifica dell'età moderna può essere d'ispirazione ai giovani studenti dei licei matematici, tale esperienza potrà appassionarli ad entrambe le discipline e magari indirizzarli piú consapevolmente ai loro studi successivi.

Antonio Cigliola
Università Roma Tre
Istituto comprensivo E.Q. Visconti, Roma

⋆

Il matematico tedesco C.F. Gauss scrisse in latino le sue opere principali di argomento matematico. Egli può essere considerato come l'ultimo studioso ad aver compiuto questa scelta: nell'ultima fase della sua vita optò per il tedesco. Nelle sue biografie leggiamo che Gauss non era sicuro del suo impegno linguistico, cosí decise di sottoporre al filologo Meyerhoff il testo delle *Disquisitiones arithmeticae* perché ne correggesse la forma prima della pubblicazione. In una lettera Gauss commenta le correzioni ricevute: alcune le accetta, alcune non le capisce affatto, altre dice di non condividerle poiché dovute ad una incomprensione dei contenuti matematici. Egli dichiara inoltre di essersi ispirato al latino delle opere di Huygens, che considera il piú elegante mai usato nei testi scientifici. Cantor, storico della matematica, sostiene che il latino di Gauss è da considerarsi classico tanto che Cicerone non ne cambierebbe nulla, se non qualche espressione usata in maniera comunque consapevole. Proponiamo la lettura di alcuni brani tratti dalle *Disquisitiones arithmeticae* contenenti alcuni celebri risultati di aritmetica superiore e sulla costruibilità con riga e compasso dei poligoni regolari. Riteniamo senza dubbio che un'antologia di latino scientifico debba contenere questi passi.

The German mathematician C.F. Gauss wrote his major mathematical works in Latin. He results to be the last scholar who made this choice, in fact in the last years of his career he opted for German language. In his biographies Gauss is said not to be sure of his linguistic commitment. He decided to submit the text of the Disquisitiones arithmeticae *to the philologist Meyerhoff to correct the style before publication. In a letter Gauss comments on the corrections received: some he accepts, some he does not understand at all, others he does not agree with as they are due to a misunderstanding of the mathematical contents. He also claims to have been inspired by the Huygens' latin works, which he considers the most elegant ever. The historian of mathematics M. Cantor considers Gauss's Latin so classical that Cicero would not change anything about it, except for a few expressions used consciously. We propose the reading of some excerpts taken from the* Disquisitiones arithmeticae*, here some famous results about higher arithmetic and the constructability of regular polygons with ruler and compass are reported. We undoubtedly believe that an anthology of scientific latin should contain these passages.*

INDEX - INDICE

a cura di Francesca Coppa - Paolo d'Alessandro
Maria Jennifer Falcone

1. Passages discussed - Passi discussi

II. Names - Nomi

finito di stampare
il 30 aprile 2025
da grafica elettronica (na)

Il volume raccoglie i contributi presentati in occasione del workshop *Matematica e latino nella scuola secondaria di secondo grado*, svoltosi il 15-16 dicembre 2023 presso Sapienza Università di Roma (Dipartimenti di Scienze dell'Antichità e di Matematica G. Castelnuovo) con la collaborazione del Dipartimento di Studi Umanistici di Roma Tre, della Consulta Universitaria di Studi Latini, dell'Associazione Italiana di Cultura Classica e del Liceo Matematico. I numerosi interventi hanno felicemente delineato nuovi percorsi didattici interdisciplinari tra il latino e la matematica, inseribili nella pratica curriculare dei licei.

FRANCESCA COPPA
è dottoranda di ricerca in Storia e didattica della matematica e docente di matematica presso il liceo Scientifico Plinio Seniore di Roma.

PAOLO D'ALESSANDRO
è professore ordinario di Filologia greca e latina presso l'Università Roma Tre.

MARIA JENNIFER FALCONE
è professoressa associata di Lingua e letteratura latina presso l'Università degli studi di Pavia.

Roma Tre